# Forces de frottement (ou friction)

- Forces exercées sur un corps par:
  - le fluide (gaz ou liquide) dans lequel il se déplace
  - tout autre corps avec lequel il est en contact et par rapport auquel il se déplace (ou pourrait se déplacer).
- Ces forces s'opposent au mouvement du corps:

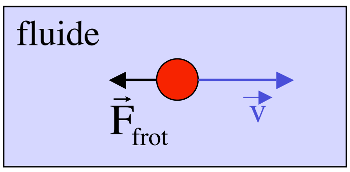
$$\boxed{\vec{F}_{frot} = -f(v)\,\hat{v}, \qquad f(v) > 0}$$

- Elles résultent d'un grand nombre de phénomènes microscopiques (interactions entre molécules), complexes à décrire:
  - Exemple: frottement de l'air sur un avion
    - A priori on devrait pouvoir décrire cette situation comme une succession d'un grand nombre de « chocs » entre l'avion et les molécules d'air …
    - … mais ceci supposerait qu'on puisse déterminer les trajectoires de toutes les molécules d'air, ce qui est irréaliste
- On décrit donc les forces de frottement par des **lois empiriques**:
  - Tirées de l'expérience
  - Non fondamentales
  - Approximatives et pas toujours applicables



# Forces de frottement visqueux

- Solide en mouvement dans un fluide:
  - On distingue plusieurs régimes en fonction de la vitesse v par rapport au fluide




- A très basse vitesse ( < 5 m/s dans l'air) en régime laminaire:

$$\boxed{\vec{F}_{frot} = -k\,\eta\,\vec{v}} \qquad \boxed{k = 6\pi R \quad \begin{cases}\text{pour boule} \\ \text{de rayon R}\end{cases}}$$

Loi de Stokes

  - k = coefficient caractéristique de la géométrie du solide
  - $\eta$ = coefficient de viscosité du fluide (dépend de la température)

| | **0°C** | **20°C** | **40 °C** |
|---|---|---|---|
| $\eta$(air) | $0.017 \cdot 10^{-3}$ | $0.018 \cdot 10^{-3}$ | $0.019 \cdot 10^{-3}$ |
| $\eta$(eau) | $1.8 \cdot 10^{-3}$ | $1.0 \cdot 10^{-3}$ | $0.7 \cdot 10^{-3}$ |
| $\eta$(glycérine) | | $1490 \cdot 10^{-3}$ | |

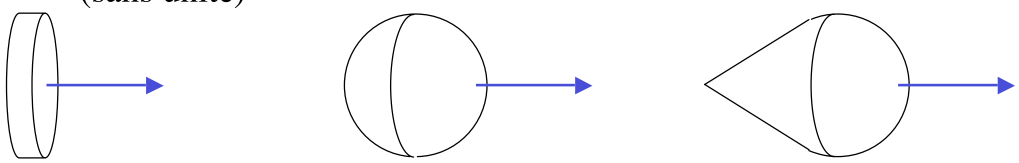
en décapoise = N $m^{-2}$ s = kg $m^{-1}s^{-1}$

# Forces de frottement visqueux (suite)

- A plus grande vitesse ($5 < v < 20$ m/s dans l'air), en régime turbulent:

$$\boxed{\vec{F}_{frot} = -C_x \tfrac{1}{2}\rho v^2 S\, \hat{v}}$$

  - $\rho$ = masse volumique du fluide
  - $S$ = aire du solide selon direction perpendiculaire à la vitesse
  - $C_x$ = coefficient de traînée caractérisant la géométrie du solide (sans unité)



disque: $C_x \approx 1.32$ boule: $C_x \approx 0.45$ demi-boule+cône: $C_x \approx 0.04$

- A très grande vitesse (mais < vitesse du son):

$$\boxed{\vec{F}_{frot} \propto -v^n\, \hat{v}, \quad n \geq 2}$$

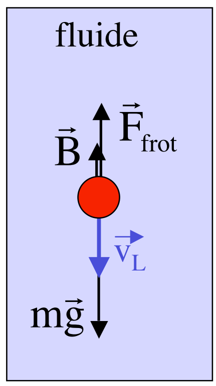


démo: billes en chute libre

# Vitesse limite de chute dans un fluide

- Principe d'Archimède:

> Un solide dans un fluide subit de la part du fluide une force (poussée d'Archimède) dans la direction opposée au poids du corps et égale au poids du volume de fluide déplacé: $\vec{B} = -m_{fluide}\,\vec{g}$




- Lorsque la vitesse limite $v_L$ (constante) est atteinte:

$$\vec{F}_{frot} + m\vec{g} + \vec{B} = m\vec{a} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{frot} = (m - m_{fluide})g$$

- Pour une boule (rayon R, masse volumique $\rho$): $F_{frot} = \tfrac{4}{3}\pi R^3(\rho - \rho_{fluide})g$

$$\begin{cases} \text{a) régime laminaire (Stokes)}: & v_L = F_{frot}/(6\pi R\,\eta) = \tfrac{2}{9} g R^2 (\rho - \rho_{fluide})/\eta \\ \text{b) régime turbulent} & : \quad v_L = \sqrt{F_{frot}/(0.45\,\tfrac{1}{2}\rho_{fluide}\pi R^2)} \cong \sqrt{6gR\left(\rho/\rho_{fluide} - 1\right)} \end{cases}$$

Application numérique pour un grêlon

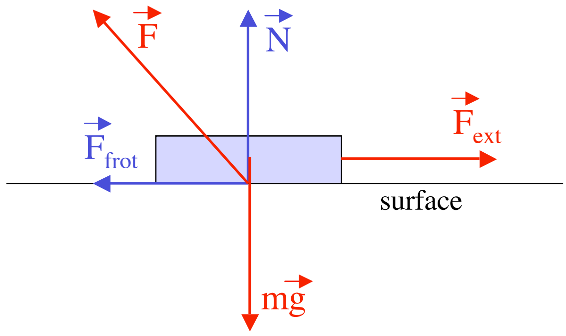
$$\begin{cases} R = 5 \text{ mm} \\ \rho_{glace} = 917 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_{air} = 1.3 \text{ kg/m}^3 \\ \eta_{air} = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1}\text{s}^{-1} \\ g = 9.8 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

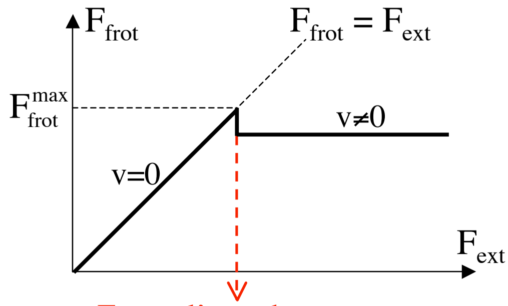
a) 2800 m/s faux (Stokes pas valable)
b) 14 m/s ~ OK

Démo: mesure force de frottement

# Forces de frottement sec

- Force F exercée par une surface sur un solide :
  - composante normale à la surface N = réaction (force de liaison)
  - composante tangente à la surface $F_{frot}$ = force de frottement sec




- Il faut distinguer deux cas:

Lois de Coulomb

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{si } v = 0: \quad F_{frot} \leq F_{frot}^{max} = \mu_s N \\ \text{si } v \neq 0: \quad \vec{F}_{frot} = -\mu_c N \dfrac{\vec{v}}{v} \end{array}}$$

$\mu_s$ = coefficient de frottement statique

$\mu_c$ = coefficient de frottement cinétique



# Coefficients de frottement

- Dépendent de:
  - Nature des corps en contact
  - Etat des surfaces (rugueux ou poli, sec ou lubrifié, …)
  - Température
- En première approximation, ne dépendent pas de:
  - Vitesse (si $v \neq 0$)
  - Dimension des surfaces de contact (si surfaces planes)

- Exemples(valeurs indicatives)
- En règle générale

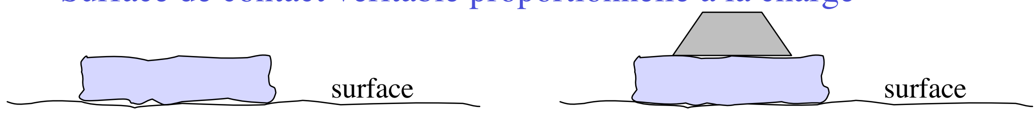
$$\boxed{\mu_c < \mu_s}$$

- Note:
  - Avec un lubrifiant, le frottement peu devenir de type visqueux …

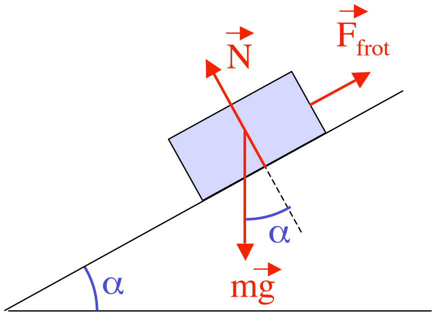
| **Corps en contact** | $\mu_s$ | $\mu_c$ |
| --- | --- | --- |
| Acier sur acier (sec) | 0.78 | 0.42 |
| Acier sur acier (gras) | 0.10 | 0.05 |
| Acier sur acier (surfaces polies) | 100 | 100 |
| Bois sur bois | 0.5 | 0.3 |
| Métal sur glace | 0.03 | 0.01 |
| Pneu sur route sèche | 0.8 | 0.6 |
| Pneu sur route mouillée | 0.15 | 0.1 |
| Téflon sur téflon | 0.04 | 0.04 |
| Cuir sur fonte | 0.28 | 0.56 |

# Forces de frottement sec (suite)

- Ne dépendent pas de la dimension de la surface de contact:
  - Surface pas parfaitement plane
  - Surface de contact véritable proportionnelle à la charge




- Solide sur plan incliné:




– Cas statique:

$$\vec{N} + \vec{F}_{frot} + m\vec{g} = 0$$

$\alpha_s$ = angle $\alpha$ tel que $F_{frot} = F_{frot}^{max} = \mu_s N$ (début glissement)

$$\begin{cases} \mu_s N = mg \sin \alpha_s \\ N = mg \cos \alpha_s \end{cases} \Rightarrow \mu_s = \text{tg}\, \alpha_s$$

– Glissement:

$\alpha_c$ = angle $\alpha$ tel que $\vec{v}$ = constante

$\mu_c = \text{tg}\, \alpha_c$



démo

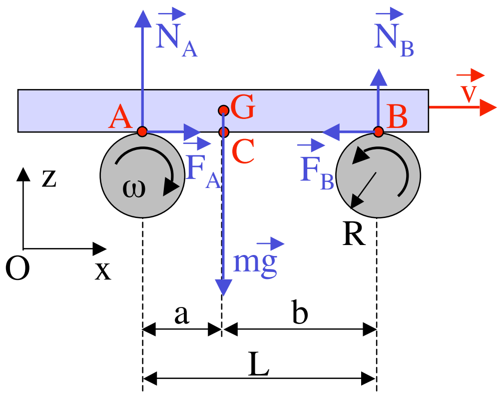
# Forces de frottement sec (suite)

- Barreau oscillant sur roues en rotation de sens opposés

– Quand A ne glisse pas et B glisse:

$F_A \le F_A^{max} = \mu_s N_A$ et $F_B = \mu_c N_B$

$\vec{v} = \omega R\, \hat{x}$ = constante (car A ne glisse pas)




$$\begin{cases} \sum \vec{F}_i^{ext} = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{N}_A + \vec{N}_B + m\vec{g} = 0 \\ \sum \vec{M}_{C,i}^{ext} = \overrightarrow{CA} \wedge \vec{N}_A + \overrightarrow{CB} \wedge \vec{N}_B = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_A - F_B = 0 \\ N_A + N_B - mg = 0 \\ N_A a - N_B b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_A = b\, mg/L \\ N_B = a\, mg/L \\ F_A = F_B = \mu_c N_B \end{cases}$$

- a, $N_B$ et $F_A$=$F_B$ augmentent alors que b, $N_A$ et $F_A^{max}$ diminuent
- Quand $F_A$= $F_A^{max}$, A se met à glisser et $F_A$ diminue soudain de $\mu_s N_A$ à $\mu_c N_A$
- La barre est alors accélérée vers la gauche jusqu'à ce que B ne glisse plus

– Quand B ne glisse pas et A glisse:

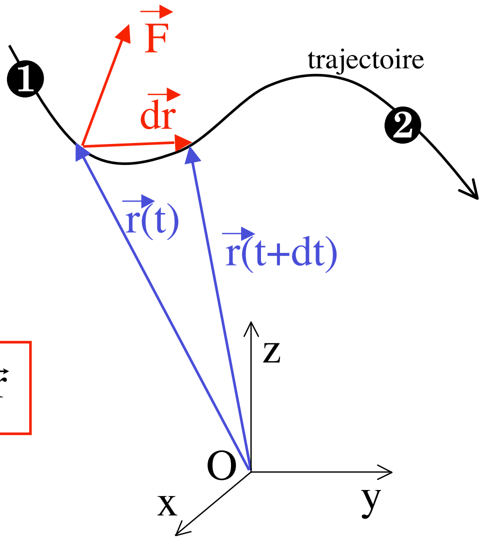
$F_B \le F_B^{max} = \mu_s N_B$ et $F_A = \mu_c N_A$

$\vec{v} = -\omega R\, \hat{x}$ = constante (car B ne glisse pas)

etc ...

# Impulsion et travail

- Point matériel soumis à une force résultante F entre les points ❶ et ❷
- Définitions:




Impulsion

$$d\vec{I} = \vec{F}\,dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{I}_{12} = \int_1^2 d\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt}$$

Travail (« work »)

$$\delta W = \vec{F}\cdot d\vec{r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{W_{12} = \int_1^2 \delta W = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r}}$$

- Appliquons la 2ème loi de Newton:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \begin{cases} \vec{I}_{12} = \int_1^2 d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \\ W_{12} = \int_1^2 m\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot\vec{v}\,dt = \int_1^2 \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\vec{v}^2\right)dt = K_2 - K_1 \end{cases}$$

$$\boxed{\text{La variation de } \begin{cases}\text{la quantité de mouvement } \vec{p} \\ \text{l'énergie cinétique } K\end{cases} \text{ est égale } \begin{cases}\text{à l'impulsion } \vec{I} \\ \text{au travail } W\end{cases} \text{ de la force}}$$



démo: pendules couplés

# Conservation de l'énergie mécanique

- Si $W_{12} \neq 0$, alors l'**énergie cinétique K** n'est pas conservée
- Cependant, dans certains cas particuliers, $\vec{F}$ ne dépend que de la position et « dérive d'un potentiel », c'est-à-dire qu'il existe une **énergie potentielle $V(\vec{r})$** telle que

$$W_{12} = \int_1^2 \vec{F}(\vec{r})\cdot d\vec{r} = V(\vec{r}_1) - V(\vec{r}_2), \quad \forall \vec{r}_1, \vec{r}_2 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F}(\vec{r}) = -\begin{pmatrix} \partial V(\vec{r})/\partial x \\ \partial V(\vec{r})/\partial y \\ \partial V(\vec{r})/\partial z \end{pmatrix}$$

On dit alors que la force est « conservative ».

- Dans ce cas, on a: $W_{12} = V(\vec{r}_1) - V(\vec{r}_2) = K_2 - K_1$
  donc: $K_1 + V(\vec{r}_1) = K_2 + V(\vec{r}_2)$

et l'**énergie mécanique E** est conservée:

$$\boxed{E = K + V(\vec{r}) = \text{ constante}}$$

Exemple déjà rencontré : Point matériel soumis à la pesanteur $\vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}$

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + \underbrace{mgz}_{V(\vec{r})} = \text{ cste}$$