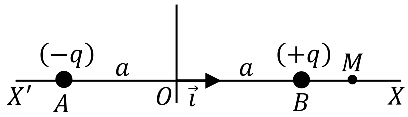
Université A. Mira de Bejaia **Année universitaire 2018/2019**
Faculté de Technologie **Session normale**
Département de Technologie (1ère Année) **Durée : 02 heures**

Examen Physique 2

Exercice 1 : (07.50)

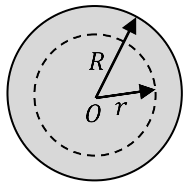
Une charge ($q_A = -q$) est placée en $x_A = -a$ et une charge ($q_B = +q$) est placée en $x_B = +a$ (voir figure ci-contre).



1. Déterminer le potentiel électrique $V(M)$ en un point M de l'axe (OX), tel que $OM = x > a$;
2. En utilisant la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V = -dV/dx\,\vec{\imath}$, déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}(M)$ au point M ;
3. En déduire les expressions du champ et du potentiel électriques lorsque $x \gg a$ $(a/x \ll 1 \Rightarrow 1 \pm a/x \approx 1)$;
4. On fixe au point M une charge ponctuelle $q_M = 2q$. Déduire la résultante des forces électriques $\vec{F}(M)$ qui s'exerce sur elle et son énergie potentielle électrique $E_p(M)$ (utiliser les résultats obtenus dans les questions 1 et 2). Calculer l'énergie interne U du système de charges (q_A, q_B, q_M).

Exercice 2 : (07.50 points)

Soit une sphère de rayon R chargée en volume avec une densité uniforme $\rho > 0$ (voir figure ci-contre).



1. Donner l'expression de la charge totale ($Q_R = \rho V_R$) portée par cette sphère en fonction de R, où V_R est le volume de cette sphère ;
2. Quelle est la charge totale ($Q_r = \rho V_r$) portée par une sphère de rayon r inférieur à R, où V_r est le volume de cette sphère ;
3. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer le champ électrique à l'intérieur $(r < R)$ et à l'extérieur de la sphère $(r > R)$;
4. En utilisant la relation $V = -\int \vec{E}.\overrightarrow{dl} + C = -\int E dr + C$, où C est une constante, en déduire le potentiel électrique crée dans les deux régions précédentes.

<u>Traiter au choix soit l'exercice 3 soit l'exercice 4.</u>

Exercice 3 : (05 points)

1. Citer deux propriétés des conducteurs en équilibre électrostatique ;
2. On considère deux sphères conductrices, de centres O_1 et O_2 et de rayons $R_1 = 2\ cm$ et $R_2 = 3\ cm$, très éloignées l'une de l'autre. Elles portent les charges électriques positives $Q_1 = 10\ \mu C$ et $Q_2 = 15\ \mu C$, respectivement. On relie les deux sphères avec un fil conducteur très fin. Si on néglige la charge portée par le fil et à l'équilibre :

a. Calculer les nouvelles charges Q'_1 et Q'_2 des deux sphères ;
b. Calculer la quantité de charge positive qui a traversé le fil et dans quel sens. Commenter le résultat.

Exercice 4 : (05 points)

Compléter le tableau suivant, où P et P_i sont les positions des charges ou des éléments de charges :

	Champ électrique $\vec{E}(M)$	Potentiel électrique $V(M)$
Charge ponctuelle (q, P)		
Distribution discrète $\{q_i, P_i, i = 1 \dots n\}$		
Distribution continue linéique de densité $\lambda(P)$		
Distribution continue surfacique de densité $\sigma(P)$		
Distribution continue volumique de densité $\rho(P)$	$\vec{E}(M) = K \int_{(V)} \frac{\rho dV}{r^2} \vec{u}$	

On pose : $\vec{r} = \overrightarrow{PM}$; $\vec{u} = \vec{r}/r$; $\vec{r}_i = \overrightarrow{P_iM}$; $\vec{u}_i = \vec{r}_i/r_i$

Université A. Mira de Bejaia | **Année universitaire 2018/2019**
Faculté de Technologie | **Session normale**
Département de Technologie (1ère Année) | **Durée : 02 heures**

Corrigé de l'examen de Physique 2

Exercice 1 : (07.50)

$$AM = x + a \ \ (\mathbf{0.5})\ ;BM = x - a \ \ (\mathbf{0.5})$$

$$V(M) = V_A(M) + V_B(M) = K\frac{q_A}{AM} + K\frac{q_B}{BM}\ (\mathbf{0.5}) = Kq\left(\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+a}\right) = K\frac{2qa}{x^2-a^2}\ \ (\mathbf{0.5})$$

$$\vec{E}(M) = -\overrightarrow{grad}V(M) = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{\imath}\ (\mathbf{0.5}) = K\frac{4qax}{(x^2-a^2)^2}\vec{\imath}\ \ (\mathbf{0.5})$$

$$x \gg a \Rightarrow \frac{a}{x} \ll 1 \Rightarrow 1 - \frac{a}{x} \approx 1 \Rightarrow x^2 - a^2 = x^2\left(1 - \frac{a^2}{x^2}\right) \approx x^2\ (\mathbf{0.5}) \Rightarrow \begin{cases} V(M) = K\dfrac{2qa}{x^2}\ \ (\mathbf{0.5}) \\ \vec{E}(M) = K\dfrac{4qa}{x^3}\vec{\imath}\ \ (\mathbf{0.5}) \end{cases}$$

$$\vec{F}(M) = q_M\vec{E}(M)\ (\mathbf{0.5}) = K\frac{8q^2ax}{(x^2-a^2)^2}\vec{\imath}\ (\mathbf{0.5})$$

$$E_p(M) = q_MV(M)\ (\mathbf{0.5}) = K\frac{4q^2a}{x^2-a^2}\ \ (\mathbf{0.5})$$

$$U = K\frac{q_Aq_B}{AB} + K\frac{q_Aq_M}{AM} + K\frac{q_Bq_M}{BM}\ (\mathbf{0.5}) = Kq^2\left(-\frac{1}{2a} - \frac{2}{x+a} + \frac{2}{x-a}\right)\ (\mathbf{0.5})$$

Exercice 2 : (07.50)

$$Q_R = \rho V_R = \rho\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)\ \ (\mathbf{0.25});\ Q_r = \rho V_r = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)\ (\mathbf{0.25})$$

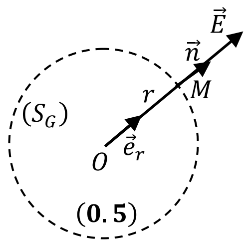
Symétrie sphérique (champ radial) : $\vec{E}(M) = E(r)\vec{e}_r$ $(\mathbf{0.5})$

Surface de Gauss : sphère de centre O et de rayon $r = OM$ $(\mathbf{0.5})$

Flux :

$$\Phi = \oiint_{(S_G)}\vec{E}.\overrightarrow{dS}\ \ (\mathbf{0.5}) = \oiint_{(S_G)}(E\vec{e}_r).(dS\vec{n}) = \oiint_{(S_G)}(EdS)(\vec{e}_r.\vec{n}) = \oiint_{(S_G)}EdS = E\oiint_{(S_G)}dS = ES_G\ \ (\mathbf{0.5})$$
$$= E(4\pi r^2)\ \ (\mathbf{0.5})$$

Théorème de Gauss :



$$\Phi = \oiint_{(S_G)}\vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}\ \ (\mathbf{0.5}) \Rightarrow E = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\ \ (\mathbf{0.5})$$

$$r < R \Rightarrow Q_{int} = Q_r = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)\ \ (\mathbf{0.5}) \Rightarrow E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\ \ (\mathbf{0.5})$$

$$r > R \Rightarrow Q_{int} = Q_R = \rho\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)\ \ (\mathbf{0.5}) \Rightarrow E = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\ \ (\mathbf{0.5})$$

$$r < R \Rightarrow V = -\int Edr + C = -\int\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}dr + C = -\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_0} + C\ \ (\mathbf{0.5})$$

$$r > R \Rightarrow V = -\int E dr + C = -\int \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} dr + C = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r} + C \ \ (\mathbf{0.5})$$

Exercice 3 : (05 points)

Les propriétés des conducteurs en équilibre électrostatique :

- Le champ électrique à l'intérieur du conducteur en équilibre électrostatique est nul $(\mathbf{0.5})$;
- Le potentiel électrique à l'intérieur du conducteur en équilibre électrostatique est constant $(\mathbf{0.5})$;
- La charge d'un conducteur en équilibre électrostatique se répartie sur sa surface avec une densité σ ;
- Le champ au voisinage immédiat du conducteur en équilibre électrostatique est :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$$

$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K\dfrac{Q_1'}{R_1} = K\dfrac{Q_2'}{R_2} \\ Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{Q_1'}{R_1} = \dfrac{Q_2'}{R_2} \ (\mathbf{0.5}) \\ Q_1 + Q_2 = Q_1' + gju\ Q_2' \ (\mathbf{0.5}) \end{cases} \Rightarrow Q_2' = \frac{R_2}{R_1} Q_1' \ \ (\mathbf{0.5})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_1' = \left(\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}\right)(Q_1 + Q_2) = 10\ \mu C \ \ (\mathbf{0.5}) \\ Q_2' = \left(\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}\right)(Q_1 + Q_2) = 15\ \mu C \ \ (\mathbf{0.5}) \end{cases}$$

On a $Q_1' = Q_1$ et $Q_2' = Q_2$ $(\mathbf{0.5})$. Ce qui implique qu'il n'y a pas eu de transfert de charges $(\mathbf{0.5})$. Ceci s'explique par le fait que les deux sphères avaient le même potentiel avant la connexion $(\mathbf{0.5})$:

$$V_1 = K\frac{Q_1}{R_1} = V_2 = K\frac{Q_2}{R_2} = V_1' = V_2'$$

Après connexion, elles gardent les mêmes potentiels et par conséquent le même état d'équilibre.

Exercice 4 : (05 points)

	Champ électrique $\vec{E}(M)$	Potentiel électrique $V(M)$
Charge ponctuelle (q, P)	$\vec{E}(M) = K\frac{q}{r^2}\vec{u}$ $(\mathbf{0.5})$	$V(M) = K\frac{q}{r}$ $(\mathbf{0.5})$
Distribution discrète $\{q_i, P_i, i = 1 \dots n\}$	$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{n} K\frac{q_i}{r_i^2}\vec{u}_i$ $(\mathbf{0.5})$	$V(M) = \sum_{i=1}^{n} K\frac{q_i}{r_i}$ $(\mathbf{0.5})$
Distribution continue linéique de densité $\lambda(P)$	$\vec{E}(M) = K\int_{(L)} \frac{\lambda dl}{r^2}\vec{u}$ $(\mathbf{0.5})$	$V(M) = K\int_{(L)} \frac{\lambda dl}{r}$ $(\mathbf{0.5})$
Distribution continue surfacique de densité $\sigma(P)$	$\vec{E}(M) = K\int_{(S)} \frac{\sigma dS}{r^2}\vec{u}$ $(\mathbf{0.5})$	$V(M) = K\int_{(S)} \frac{\sigma dS}{r}$ $(\mathbf{0.5})$
Densité continue volumique de densité $\rho(P)$	$\vec{E}(M) = K\int_{(V)} \frac{\rho dV}{r^2}\vec{u}$ $(\mathbf{0.5})$	$V(M) = K\int_{(V)} \frac{\rho dV}{r}$ $(\mathbf{0.5})$