Examen Final de Physique 1

Exercice 1 : (5 pts)

Un point matériel M se déplace selon l'axe OX, son abscisse x est donnée à chaque instant par :

$$\boldsymbol{x(t) = -t^3 + 6t^2 + 1} \ \ \textbf{(m)}$$

1. Donner les expressions de la vitesse $v(t)$ et de l'accélération $a(t)$;
2. Déterminer l'instant t_1 où le point M s'arrête ;
3. Déterminer les intervalles de temps où M se déplace vers les x positifs et ceux où il se déplace vers les x négatifs ;
4. Déterminer les intervalles de temps durant lesquels le mouvement est accéléré ou retardé ;
5. Déterminer le déplacement ainsi que la distance parcourue entre les instant $t_0 = 0$ et $t_2 = 5s$.

Exercice 2 :(6 pts)

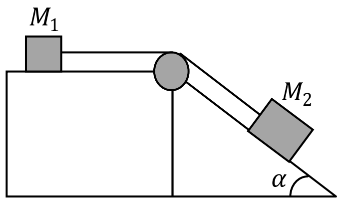
Les coordonnées cartésiennes d'un mobile M se déplaçant dans le plan OXY sont :

$$x(t) = 2\cos\left(\frac{t}{2}\right), y(t) = 2\sin\left(\frac{t}{2}\right)$$

1. Déterminer l'équation de la trajectoire. Quelle est sa nature ?
2. Ecrire les expressions des vecteurs vitesse et accélération ;
3. Trouver les expressions des accélérations normale et tangentielle. Quelle est la nature du mouvement ?
4. Trouver l'expression de l'abscisse curviligne $s(t)$ de M à un instant t, sachant qu'à $t = 0, s = 0$
5. Donner les coordonnées polaires ρ et θ du point M ;
6. Dans la base des coordonnées polaires$(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\theta})$, exprimer les vecteurs position, vitesse et accélération ;
7. Ecrire les vecteurs unitaires $\overrightarrow{u_t}$ et $\overrightarrow{u_n}$ de la base intrinsèque dans la base $(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\theta})$.

Exercice 3 : (7 pts)

Un corps M_1 de masse $m_1 = 5\ kg$, posé sur un plan horizontal, est relié à un corps M_2 de masse m_2, posé sur un plan incliné faisant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale, par l'intermédiaire d'un fil de masse négligeable et inextensible passant par la gorge d'une poulie de masse négligeable (fig.ci-contre). Le contact entre les deux corps et les deux supports (horizontal et incliné) est caractérisé par des coefficients de frottements statique $\mu_s = 0.3$ et cinétique $\mu_c = 0.2$. On prendra $g = 10\ m.s^{-2}$.



1. Déterminer la valeur maximale (m_{2max}) de la masse m_2 pour que la sysème reste en équilibre ;
2. On prend $m_2 = 7\ kg$, calculer l'accélération des deux corps et la tension du fil.

Question de cours : (02 pts)

1. Donner la définition d'un référentiel galiléen (d'inertie).
2. Soit un référentiel $\mathcal{R}$ galiléen et un référentiel $\mathcal{R}'$ en mouvement par rapport à $\mathcal{R}$. Dans quel cas $\mathcal{R}'$ est-il galiléen ?
3. Dans quel cas, la quantité de mouvement d'un point matériel est-elle conservée ?
4. Ecrire le principe fondamental de la dynamique pour un point matériel dont la masse n'est pas constante.
5.

N.B. L'interrogation n°2 aura lieu le mardi 14/02/2017 selon le planning affiché sur le site.

Corrigé

Exercice 1

$$x(t) = -t^3 + 6t^2 + 1 \ \ (\mathrm{m})$$

1. Expression de la vitesse $v(t)$: $v(t) = -3t^2 + 12t$ 0.5 pt

Expression de l'accélération $a(t)$: $a(t) = -6t + 12$ 0.5 pt

2. Instant d'arrêt :

0. 5 $v = 0 \Rightarrow -3t(t-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 & \text{début du mouvement} \\ t = 4\,s & \textbf{instant d'arrêt} \end{cases}$ 0.5 pt

3. Dans l'intervalle $[0,4[$, $v > 0$; M se déplace vers les x positifs. 0.5 pt

   Dans l'intervalle $]4,\infty[$; , $v < 0$; M se déplace vers les x négatifs. 0.5 pt

4. Dans les intervalles $[0,2[$ et $]4,\infty[$, $\boldsymbol{a}.\boldsymbol{v} > 0$ le mouvement est accéléré. 0.5 pt

   Dans l'intervalle $]2,4[$; $\boldsymbol{a}.\boldsymbol{v} < 0$ le mouvement est retardé. 0.5 pt

5. $x(0) = 1\,m; x(4) = 33\,m$; $x(5) = 26\,m$

   Déplacement effectué entre t0 et t2. $\Delta x = x(5) - x(0) = 25\,m$ 0.5 pt

   Distance parcourue : $d = |x(5) - x(4)| + |x(4) - x(0)| = 39\,m$ 0.5 pt

Exercice 2

1. l'équation de la trajectoire : $x^2 + y^2 = 4$. 0.25

   Nature de la trajectoire : Cercle de rayon $R = 2$ et de centre $O(0,0)$. 0.25

2. Vecteur vitesse : $\vec{v} = -\sin\left(\frac{t}{2}\right)\vec{\imath} + \cos\left(\frac{t}{2}\right)\vec{\jmath}$. 0. 5

   Vecteur accélération : $\vec{a} = -\frac{1}{2}\cos\left(\frac{t}{2}\right)\vec{\imath} + -\frac{1}{2}\sin\left(\frac{t}{2}\right)\vec{\jmath}$ 0. 5

3. Accélération tangentielle : $\|\vec{v}\| = 1$; $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ 0.5 pt

   Accélération normale : $a_t = 0 \rightarrow a_n = a = \frac{1}{2}$. 0.5 pt

   0.25 Nature du mouvement : circulaire uniforme.

4. Abscisse curviligne : $v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow ds = vdt = dt \Rightarrow s = t$ 0.5 pt

5. Coordonnées polaires :

   $\rho = 2;\ \ \theta = \frac{t}{2}$ 0.25 +0.25pt

6. Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{e_\rho}$ 0.25

   Vecteur vitesse : $\vec{v} = \overrightarrow{e_\theta}$ 0.5 pt

   Vecteur accélération : $\vec{a} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{e_\rho}$ 0.5 pt

7. Vecteurs de la base intrinsèque :

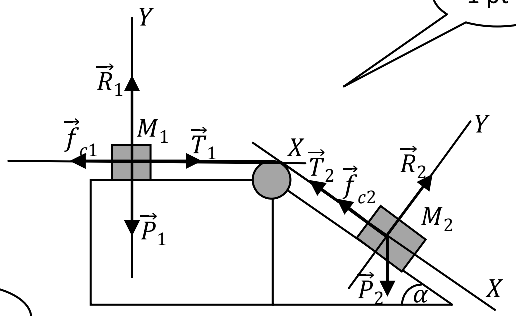
   $\overrightarrow{u_t} = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} = \overrightarrow{e_\theta}$ 0.5 pt

   $\overrightarrow{u_n} = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|} = -\overrightarrow{e_\rho}$ 0.5 pt

Exercice 3

1- La valeur maximale (m_{2max}) de la masse m_2 pour que la système reste en équilibre :

1 pt



$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases}(m_1): \vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{T}_1 + \vec{f}_{s1} = \vec{0} \\ (m_2): \vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{T}_2 + \vec{f}_{s2} = \vec{0}\end{cases}$

Projections : $(m_1): \begin{cases}(OX): T_1 - f_{s1} = 0 \\ (OY): R_1 - P_1 = 0\end{cases}$; 0.5 pt

$(m_2): \begin{cases}(OX): P_{2x} - T_2 - f_{s2} = 0 \\ (OY): R_2 - P_{2y} = 0\end{cases}$ 0.5 pt

Les forces de frottement statiques : 0.5 pt

$f_{s1} = \mu_s R_1 = \mu_s P_1 = \mu_s m_1 g$;

$f_{s2} = \mu_s R_2 = \mu_s P_{2y} = \mu_s m_{max\,2} g \cos\alpha$ 0.5 pt

L'expressions des tensions : $\begin{cases}T_1 = \mu_s m_1 g \\ T_2 = m_{2max}\, g \sin\alpha - \mu_s m_{2max}\, g \cos\alpha\end{cases}$

Fil inextensible et de masse négligeable $\Rightarrow T_1 = T_2 = T$

Ce qui permet d'obtenir l'expression de m_{2max} :

$m_{2max} = \frac{\mu_s m_1}{\sin\alpha - \mu_s \cos\alpha} = 6.25\ kg$ 0.5 +**0.25 AN**

2- On prend $m_2 = 7kg$, l'accélération des deux corps et la tension du fil :

$PFD: \sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases}(m_1): \vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{T}_1 + \vec{f}_{c1} = m_1\vec{a}_1 \\ (m_2): \vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{T}_2 + \vec{f}_{c2} = m_2\vec{a}_2\end{cases}$

Projections : $(m_1): \begin{cases}(OX): T_1 - f_{c1} = m_1 a_1 \\ (OY): R_1 - P_1 = 0\end{cases}$ 0.5

$(m_2): \begin{cases}(OX): P_{2x} - T_2 - f_{c2} = m_2 a_2 \\ (OY): R_2 - P_{2y} = 0\end{cases}$ 0.5

Les forces de frottement cinétiques : 0.5

$f_{c1} = \mu_c R_1 = \mu_c P_1 = \mu_c m_1 g$

$f_{c2} = \mu_c R_2 = \mu_c P_{2y} = \mu_c m_2 g \cos\alpha$ 0.5

L'expressions des tensions : $\begin{cases}T_1 = m_1 a_1 + \mu_c m_1 g \\ T_2 = m_2 g \sin\alpha - \mu_c m_2 g \cos\alpha - m_2 a_2\end{cases}$

Fil inextensible et de masse négligeable $\Rightarrow \begin{cases}a_1 = a_2 = a \\ T_1 = T_2 = T\end{cases}$

Ce qui nous permet d'obtenir l'expression de l'accélération des deux corps et la tension du fil :

$a = \frac{(\sin\alpha - \mu_c \cos\alpha)m_2 - \mu_c m_1}{m_1 + m_2} g = 1.07\ m.s^{-2}$ 0.5 +**0.25AN**

$T = m_1 a + \mu_c m_1 g = \left(\frac{(\sin\alpha - \mu_c\cos\alpha - \mu_c)m_2 m_1}{m_1 + m_2}\right) g = 15.35\ N$ 0.5

<u>Question de cours</u> (02 pts)

1. Définition d'un référentiel galiléen (d'inertie) : c'est un référentiel dans lequel le principe d'inertie est vérifié. 0.5
2. R' est galiléen s'il est en translation uniforme par rapport à R. 0.5
3. La quantité de mouvement d'un point matériel est conservée s'il est isolé. 0.5
4. Principe fondamental de la dynamique pour un point matériel dont la masse n'est pas constante

$$\sum \boldsymbol{\vec{F}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$$ 0.5