

Examen de Physique 1

Département

Exercice 1 : (07 points)

Un point matériel M est animé d'un mouvement défini par les équations :

$$x = v_1 t$$

$$y = -ct^2 + v_2 t + y_0 \text{ Où } v_1, v_2, c \text{ et } y_0 \text{ sont des constantes positives.}$$

1. Trouver l'équation de la trajectoire de M .
2. Trouver les composantes cartésiennes du vecteur vitesse et déduire son module.
- 3.a. Déterminer les composantes cartésiennes du vecteur accélération et déduire son module. Quelles sont les phases du mouvement.
b. Déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération. Déduire le rayon de courbure de la trajectoire.
4. Trouver le temps au sommet S de la trajectoire et établir les coordonnées x_s et y_s .

Exercice 2 : (03 points)

Un jour sans vent, la pluie vue du wagon d'un train roulant à 72 Km/h paraît inclinée de 45° par rapport à la verticale. Quelle est la vitesse de chute des gouttes de pluie par rapport au sol ? Faites un schéma des vitesses.

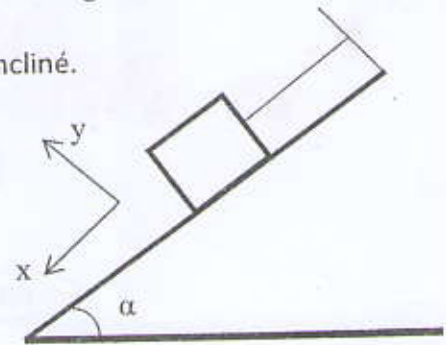
Exercice 3 : (10 points)

Un objet de masse m glisse sans frottement sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale.

1) **Etude statique** : L'objet est soutenu par un câble parallèle au plan incliné. Déterminer la tension du fil ainsi que la réaction du plan incliné.

2) **Frottement statique** : Le fil est coupé. L'objet reste immobile à cause des frottements statiques. Exprimer le coefficient de frottement statique μ_s en fonction de α .

3) **Frottement cinétique** : L'objet est lâché avec une vitesse initiale v_0 suivant l'axe OX . Il est soumis à des frottements dont le coefficient est μ_c . Déterminer l'accélération de l'objet. Déduire l'équation $X(t)$.



4) **Etude dynamique avec frottements visqueux** :

En réalité, la force de frottement dynamique lors du déplacement du solide est modélisée à faible vitesse par l'expression $\vec{F} = -k \vec{v}$ avec k une constante réelle positive. A l'instant initial, le solide possède une vitesse v_0 selon l'axe OX .

a) Déterminer l'unité de k .

b) Faire un schéma des forces appliquées aux solides. Déterminer les projections des forces sur les deux axes OX et OY .

c) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par v_x .

d) Démontrer que $v_x(t)$ peut se mettre sous la forme : $v_x(t) = a e^{-\frac{k}{m}t} + \frac{mg}{k} \sin \alpha$

En déduire a et la vitesse limite v_{lim} que peut atteindre le solide.

e) Par intégration, déterminer l'expression de $X(t)$.

Corrigé de l'examen de physique I

Exercice01 (07points)

$$\begin{cases} x = v_1 t \\ y = -ct^2 + v_2 t + y_0 \end{cases}$$

1) l'équation de la trajectoire $y = -\frac{c}{v_1^2} x^2 + \frac{v_2}{v_1} x + y_0$ c'est une parabole **0.5pt**

2) vitesse: $\vec{v} = \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_1 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -2ct + v_2 \end{cases}$ donc $\vec{v} = v_1 \vec{i} + (-2ct + v_2) \vec{j}$ **0.5pt**

Le module : $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_1^2 + (-2ct + v_2)^2} = \sqrt{4c^2 t^2 - 4cv_2 t + (v_1^2 + v_2^2)}$ **0.5pt**

3) a) Accélération: $\vec{a} = \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -2c \end{cases}$ donc $\vec{a} = -2c \vec{j}$ d'où $\|\vec{a}\| = 2c$ **0.25pt**

La nature de mouvement : $\vec{a} \cdot \vec{v} = 4c^2 t - 2cv_2$ **0.5pt**

Mouvement uniformément accéléré $\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{v} > 0 \Rightarrow t > \frac{v_2}{2c}$ **0.25pt**

Mouvement uniformément décéléré $\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{v} < 0 \Rightarrow t < \frac{v_2}{2c}$ **0.25pt**

b) Accélération tangentielle: $a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{2c(2ct - v_2)}{\sqrt{4c^2 t^2 - 4cv_2 t + (v_1^2 + v_2^2)}}$ **0.25pt**

Accélération normale: $a_N = \sqrt{a^2 - a_T^2} = \frac{2cv_1}{\sqrt{4c^2 t^2 - 4cv_2 t + (v_1^2 + v_2^2)}}$ **0.25pt**

Rayon de courbure : $a_N = \frac{v^2}{\rho} \Leftrightarrow \rho = \frac{v^2}{a_N} = \frac{(4c^2 t^2 - 4cv_2 t + (v_1^2 + v_2^2))^{3/2}}{2cv_1}$ **0.25pt**

4) au sommet $v_y = 0 \Leftrightarrow -2ct_s + v_2 = 0 \Leftrightarrow t_s = \frac{v_2}{2c}$ $x_s = \frac{v_1 v_2}{2c}$, $y_s = \frac{v_2^2}{4c} + y_0$ **0.25pt**

Exercice02 (03points)

Repère absolu : la terre **0.25pt**

Repère relatif : le wagon **0.25pt**

Le mobile : la pluie **0.25pt**

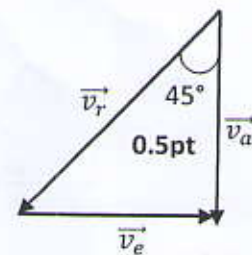
La vitesse de chute des gouttes de pluie par rapport au sol est la vitesse absolue **0.25pt**

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$$
 0.5pt

$$\text{tg}45 = \frac{v_e}{v_a} \Leftrightarrow v_a = \frac{v_e}{\text{tg}45} = v_e = 72 \text{ km/h}$$

0.5pt

0.5pt



Exercice 03 (10 points)

1. Condition d'équilibre sur m : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$ (0.25pt)
 Projection sur OY: $R = P \cos \alpha$ (0.5pt)

Projection sur OX: $T = P \sin \alpha$ (0.5pt)

2. Condition d'équilibre sur m : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_s = \vec{0}$ (0.25pt)

Projection sur OY: $R = P \cos \alpha$ (0.25pt)

Projection sur OX: $F_s = P \sin \alpha$ (0.25pt)

Sachant que $\mu_s = \frac{F_s}{R}$ (0.5pt) donc, $\mu_s = \tan \alpha$ (0.5pt)

3. Application du PFD: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_c = m\vec{a}$ (0.25pt)

Projection sur OX: $P \sin \alpha - F_c = ma$ (0.5pt)

Projection sur OY: $R = P \cos \alpha$

Sachant que $F_c = \mu_c R$ (0.25pt) donc $ma = mg(\sin \alpha - \mu_c \cos \alpha)$

$a = g(\sin \alpha - \mu_c \cos \alpha)$ (0.5pt)

$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t g(\sin \alpha - \mu_c \cos \alpha) dt \Rightarrow v(t) = g(\sin \alpha - \mu_c \cos \alpha)t + v_0$ (0.5pt)

$\int_0^x dx = \int_0^t v dt = \frac{1}{2} g(\sin \alpha - \mu_c \cos \alpha)t^2 + v_0 t$

$x(t) = \frac{1}{2} g(\sin \alpha - \mu_c \cos \alpha)t^2 + v_0 t$ (0.5pt)

4- a. La dimension de k :

F à la dimension d'une force, donc, $[F] = MLT^{-2}$

$F = kv \Rightarrow k = \frac{F}{v} \rightarrow [k] = \frac{[F]}{[v]} = MT^{-1}$ (0.5pt)

L'unité de k en SI : $kg \cdot s^{-1}$

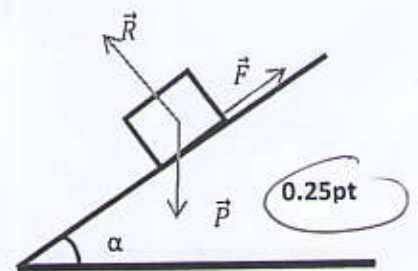
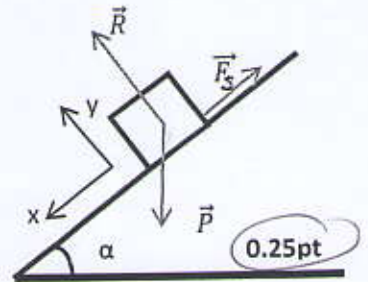
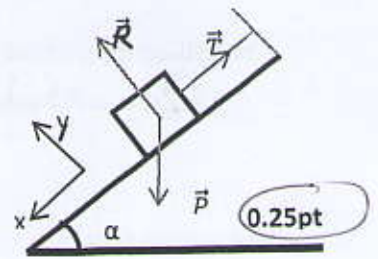
b. Application du PFD: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$ (0.25pt)

Projection sur OX: $P \sin \alpha - kv_x = ma$ (0.5pt)

Projection sur OY: $R - P \cos \alpha = 0$

c. Equation différentielle : $P \sin \alpha - kv_x = ma \Rightarrow P \sin \alpha - kv_x = m \frac{dv_x}{dt}$

d'où : $\frac{dv_x}{dt} + \frac{k}{m} v_x = g \sin \alpha$ (0.5pt)



d. C'est une équation différentielle du premier ordre avec $v_x = \frac{m}{k} g \sin \alpha$ une solution particulière et $v_x(t) = a \exp\left(-\frac{k}{m} t\right)$ solution de l'équation différentielle sans second membre $\frac{dv_x}{dt} + \frac{k}{m} v_x = 0$ la solution générale est $v_x(t) = a \exp\left(-\frac{k}{m} t\right) + \frac{m}{k} g \sin \alpha$. **0.5pt**

Détermination de la constante « a » :

à $t=0$ on a $v_x = v_0 \Rightarrow a = v_0 - \frac{m}{k} g \sin \alpha$ **0.5pt**

La vitesse limite : pour $t \rightarrow \infty$ on a $v_x \rightarrow v_{lim} = \frac{m}{k} g \sin \alpha$ **0.5pt**

$$v_x(t) = (v_0 - v_{lim}) \exp\left(-\frac{k}{m} t\right) + v_{lim}$$

e. la position $x(t)$:

$$\int_0^x dx = \int_0^t v_x dt = \int_0^t \left((v_0 - v_{lim}) \exp\left(-\frac{k}{m} t\right) + v_{lim} \right) dt$$

$$x(t) = \frac{m}{k} (v_0 - v_{lim}) [1 - \exp\left(-\frac{k}{m} t\right)] + v_{lim} t$$
 0.5pt