

Série de TD n°1

**Exercice 01 :**

On met en contact deux boules conductrices, portant les charges  $Q_1$  et  $Q_2$ , puis on les sépare. Quelles sont alors leurs charges après contact, si :

- a-  $Q_1 = 5 \cdot 10^{-9} C$  ;  $Q_2 = 0 C$
- b-  $Q_1 = 4 \cdot 10^{-9} C$  ;  $Q_2 = -6 \cdot 10^{-9} C$

**Exercice 02 : (à traiter en cours)**

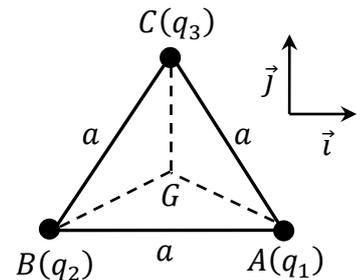
Deux charges ponctuelles identiques ( $q_A = q_B = q > 0$ ) sont placées respectivement aux points A et B de l'axe OY, tels que  $OA = OB = a$ . Une troisième charge positive Q est placée en un point M sur l'axe OX, tel que  $OM = x$ .

- 1- Déterminer la force résultante  $\vec{F}$  exercée par les charges  $q_A$  et  $q_B$  sur la charge Q et son module F ;
- 2- Trouver la position x pour que F soit maximal ;
- 3- Trouver l'expression de la force résultante  $\vec{F}$  si  $q_A = q$  et  $q_B = -q$  ( $q > 0$ ).

**Exercice 03 :**

On dispose trois charges ponctuelles identiques  $q_1 = q_2 = q_3 = q > 0$  aux sommets d'un triangle équilatéral de côté a (Figure ci-contre)

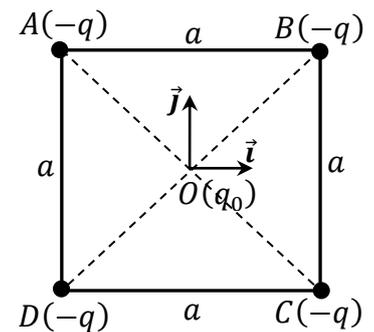
- 1- Trouver l'expression de la force électrostatique totale qui s'exerce sur la charge  $q_1$  ;
- 2- Quelle charge ponctuelle négative Q faut-il placer au centre du triangle G pour que la résultante des forces appliquées sur  $q_1$  soit nulle. On donne :  $AG = BG = CG = a/\sqrt{3}$



**Exercice 04 :**

Quatre charges ponctuelles identiques  $-q$  ( $q > 0$ ) sont fixées aux sommets A, B, C et D d'un carré de côté a (Figure ci-contre). Une cinquième charge  $q_0 > 0$  est maintenue fixe au centre O du carré.

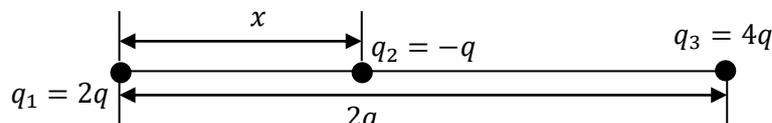
Déterminer la valeur de  $q_0$ , en fonction de q, pour que la force électrostatique totale qui s'exerce sur chacune des cinq charges soit nulle.



**Exercice 05 : (supplémentaire)**

Soit trois charges  $q_1 = 2q$ ,  $q_2 = -q$  et  $q_3 = 4q$  ( $q > 0$ ) placées sur une ligne droite, comme il est montré sur la figure ci-dessous.

- 1- Donner l'expression de la force résultante appliquée sur la charge  $q_2$  en fonction de q, k, a et x ;
- 2- Trouver la distance x pour la quelle la force résultante appliquée sur la charge  $q_2$  soit nulle. Que devienne cette distance si  $q_1 = 8q$  ? Que devienne cette distance si  $q_1 = q_3 = q$  et  $q_2 = 6q$  ?



**Corrigé de la série de TD n°1**

**Exercice 01 :**

Les boules sont identiques donc, la finale portée par chaque boule est la même  $Q_1^f = Q_2^f$

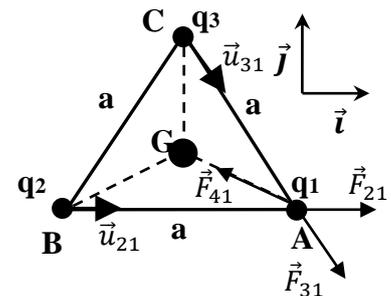
De la conservation de la charge :  $\sum Q_{initiale} = \sum Q_{finale}$

$$Q_1^i + Q_2^i = Q_1^f + Q_2^f$$

Donc :

$$Q_1^f = Q_2^f = \frac{Q_1^i + Q_2^i}{2}$$

- $Q_1^i = 5 \cdot 10^{-9}c$  et  $Q_2^i = 0c$   $Q_1^f = Q_2^f = 2.5 \cdot 10^{-9}c$
- $Q_1^i = 4 \cdot 10^{-9}c$  et  $Q_2^i = -6 \cdot 10^{-9}c$   $Q_1^f = Q_2^f = -1 \cdot 10^{-9}c$



**Exercice 03 :**

La force résultante  $\vec{F}_3 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}$

$$\vec{F}_{31} = \frac{Kq_3q_1}{r_{31}^2} \vec{u}_{31}; \vec{F}_{21} = \frac{Kq_2q_1}{r_{21}^2} \vec{u}_{21}$$

$$\vec{u}_{31} = \cos 60 \vec{i} - \sin 60 \vec{j} = \frac{1}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j}; \vec{u}_{21} = \vec{i}$$

$$r_{31} = r_{21} = a$$

$$\vec{F}_3 = K \frac{q^2}{a^2} \left( \frac{1}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} \right) + K \frac{q^2}{a^2} \vec{i} = K \frac{q^2}{a^2} \left( \frac{3}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} \right) = K \frac{\sqrt{3}q^2}{a^2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i} - \frac{1}{2} \vec{j} \right)$$

La force totale appliquée sur  $q_1$  est nulle :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \rightarrow \vec{F}_3 + \vec{F}_{41} = \vec{0} \rightarrow \vec{F}_{41} = -\vec{F}_{321}$$

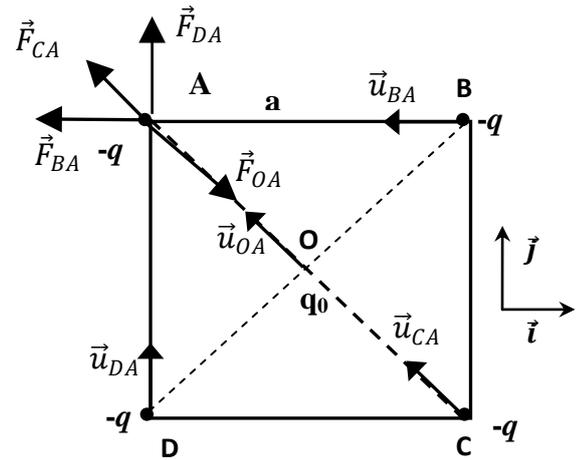
$$\vec{F}_{41} = \frac{KQq_1}{r_{41}^2} \vec{u}_{41}; \vec{u}_{41} = \cos 30 \vec{i} - \sin 30 \vec{j} = \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i} - \frac{1}{2} \vec{j}$$

$$\vec{F}_{41} = \frac{3KQq}{a^2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i} - \frac{1}{2} \vec{j} \right)$$

$$\frac{3KQq}{a^2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i} - \frac{1}{2} \vec{j} \right) = -K \frac{\sqrt{3}q^2}{a^2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i} - \frac{1}{2} \vec{j} \right) \rightarrow Q = -\frac{q}{\sqrt{3}}$$

**Exercice 04 :**

Par symétrie, la force électrostatique  $\vec{F}(O)$  exercée par les quatre charges identiques ( $-q$ ) sur la charge  $q_0$  est nulle quelle que soit la valeur de  $q_0$ . Il reste à évaluer la force totale exercée sur chacune des charges ( $-q$ ), par exemple la charge placée en A



$$\vec{F}(A) = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_{BA} + \vec{F}_{CA} + \vec{F}_{DA} + \vec{F}_{OA} = \vec{0}$$

$$\overline{AB} = \overline{AD} = a; \overline{AC} = \sqrt{2}a; \overline{AO} = \overline{AC}/2$$

$$\vec{u}_{BA} = -\vec{i}, \vec{u}_{DA} = \vec{j}, \vec{u}_{CA} = \vec{u}_{OA} = -\cos 45^\circ \vec{i} + \sin 45^\circ \vec{j} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j}$$

$$\begin{aligned} \vec{F}(A) &= -k \frac{q^2}{a^2} \vec{i} + k \frac{q^2}{a^2} \vec{j} + k \frac{q^2}{2a^2} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} \right) - k \frac{2qq_0}{a^2} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} \right) \\ &= k \frac{q^2}{a^2} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2} \frac{q_0}{q} \right) (-\vec{i} + \vec{j}) \end{aligned}$$

Par symétrie par rapport à l'axes ( $Oy$ ) : ( $-\vec{i} \rightarrow \vec{i}$ )

$$\vec{F}(B) = k \frac{q^2}{a^2} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2} \frac{q_0}{q} \right) (\vec{i} + \vec{j})$$

Par symétrie par rapport à l'axe ( $Ox$ ) : ( $\vec{j} \rightarrow -\vec{j}$ )

$$\vec{F}(D) = k \frac{q^2}{a^2} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2} \frac{q_0}{q} \right) (-\vec{i} - \vec{j})$$

Par symétrie par rapport à la première bissectrice ( $y = x$ ) : ( $-\vec{i} \rightarrow \vec{i}; \vec{j} \rightarrow -\vec{j}$ )

$$\vec{F}(C) = k \frac{q^2}{a^2} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2} \frac{q_0}{q} \right) (\vec{i} - \vec{j})$$

On remarque que les 04 forces s'annulent pour la même valeur de  $q_0$  :

$$\begin{aligned} 1 + \frac{\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2} \frac{q_0}{q} = 0 &\rightarrow \frac{q_0}{q} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{2}} = \frac{4 + \sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 1}{4} \\ &\rightarrow q_0 = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{4} q \end{aligned}$$