Université A/ Mira de Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie
$1^{ère}$ année ST

Février 2020

Série de TD n° 01 de Maths 2
(deux séances)

Exercice 1.
Calculer les primitives suivantes :

1. $\int \frac{4x-4}{x^2-2x+3}\ dx.$
2. $\int \frac{1+\ln x}{x}\ dx.$
3. $\int \cos(5x)\ dx.$
4. $\int (2x-2)\ \sqrt{x^2-2x+3}\ dx.$

Exercice 2. Trouver les primitives suivantes :

1 Intégration par parties

1. $\int x^3 ln(3x)\ dx.$
2. $\int (2x+1)e^x\ dx.$
3. $\int (x+1)\sqrt{2x+1}\ dx.$

2 Intégration par changement de variables

1. $\int \frac{e^{2x+1}}{2+5e^{2x+1}}\ dx.$
2. $\int \frac{1}{1+\sqrt{x+1}}\ dx.$
3. $\int \frac{3}{2x(lnx)^2}\ dx.$

Exercice 3. Intégrer les fractions rationnelles suivantes :

1. $\int \frac{x^3+4x^2+6x-3}{x^2+2x+1}\ dx.$
2. $\int \frac{x-1}{x^2+x+1}\ dx.$
3. $\int_4^6 \frac{7x+6}{x^2-x-6}\ dx.$

Exercice 4.

I Intégrer les fonctions trigonométriques suivantes :

1. $\int \cos^2 x\ \sin^2 x\ dx.$
2. $\int \sin 3x \cos 4x\ dx.$
3. $\int_0^{3\pi} \cos^2 x\ \sin^3 x\ dx.$

II Considérons les primitives suivantes :

$$I = \int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx \quad \text{et} \quad J = \int \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx$$

1) Calculer $I+J$, $I-J$.
2) En déduire I et J.

Exercice Supplémentaire (à la maison)

Trouver les primitives suivantes :

1. $\int (x+1)\sqrt{x^2+2x+5}\ dx.$
2. $\int \sin x\ e^{\cos x}\ dx.$
3. $\int e^{3x} sin 2x\ dx.$
4. $\int \frac{\sin x}{\cos^4 x}\ dx.$
5. $\int \frac{\cos x}{1-\sin^2 x}\ dx$
6. $\int \frac{3x+2}{3x^2-5x-2}\ dx$
7. $\int \frac{1}{(2x-1)^2(x^2-4)}\ dx$
8. $\int \cos x \sin^4 x dx.$
9. $\int \sin 5x \cos 3x\ dx$

Tableau des primitives des fonctions usuelles

Fonction f	Primitives F (c est une constante réelle)	Intervalles
0	c	$\mathbb{R}$
a	$ax+c$	$\mathbb{R}$
x	$\frac{1}{2}x^2+c$	$\mathbb{R}$
$x^\alpha, \quad \alpha \in \mathbb{R}-\{-1\}$	$\frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1}+c$	$\mathbb{R}_+^*$
$\frac{1}{x}$	$\ln\|x\|+c$	$\mathbb{R}^*$
$\frac{1}{x^2}$	$\frac{-1}{x}+c$	$\mathbb{R}^*$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$ +c	$\mathbb{R}_+^*$
$\cos(ax+b)$	$\frac{1}{a}\sin(ax+b)$ + c	$\mathbb{R}$
$\sin(ax+b)$	$-\frac{1}{a}\cos(ax+b)$ + c	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{\cos x}$	$\ln\|\tan(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4})\|$+c	$]\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+(k+1)\pi[$
$\frac{1}{\sin x}$	$\ln\|\tan(\frac{x}{2}\|$+c	$\mathbb{R}-\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$
$\frac{1}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x$	$\tan x$ +c	$]\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+(k+1)\pi[$
$\frac{1}{\sin^2 x}=1+cotan^2x$	$-cotanx$ +c	$\mathbb{R}-\{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$
e^x	e^x +c	$\mathbb{R}$
e^{ax+b}	$\frac{1}{a}e^{ax+b}$ +c	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x$ +c	$]-1;1[$
$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arccos x$ +c	$]-1;1[$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan x$ +c	$\mathbb{R}$
$\frac{-1}{1+x^2}$	$arccotanx$ +c	$\mathbb{R}$
	Dans la suite g(x) est dérivable sur un intervalle I	
$\frac{g'(x)}{g(x)}$	$\ln\|g(x)\|$ +c	étudier le signe de g(x)
$g'(x)g^\alpha(x) \quad \alpha\neq -1$	$\frac{1}{\alpha+1}g^{\alpha+1}(x)$ +c	selon les valeurs de α
$\frac{g'(x)}{g^2(x)}$	$\frac{1}{g(x)}$ +c	g(x) ne s'annule pas sur I
$\frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}$	$\sqrt{g(x)}$ +c	$g(x)>0$
$g'(x)e^{g(x)}$	$e^{g(x)}$ +c	
$g'(x)\cos g(x)$	$\sin g(x)$ +c	
$g'(x)\sin g(x)$	$-\cos g(x)$ +c	