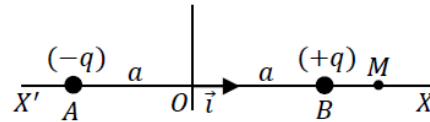


Série de TD n°3

**Exercice 1 :**

Une charge  $q_A = -q$  ( $q > 0$ ) est placée en  $x_A = -a$  et une autre charge  $q_B = +q$  est placée en  $x_B = +a$  (voir figure ci-contre).

1. Déterminer le potentiel électrique  $V(M)$  produit par cette distribution en un point  $M$  de l'axe  $(OX)$ , tel que  $\overline{OM} = x > a$ ;

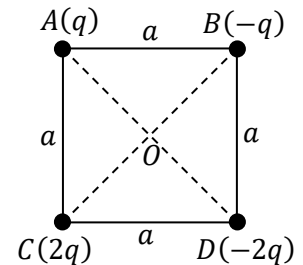


2. En utilisant la relation  $\vec{E} = -\overrightarrow{grad} V = -\frac{dV}{dx} \vec{i}$ , déterminer l'expression du champ électrique  $\vec{E}(M)$  au point  $M$  ;
3. Dédire les expressions du champ et du potentiel électriques lorsque  $x \gg a$  ;
4. On fixe au point  $M$  une charge ponctuelle  $q_M = 2q$ . Dédire son énergie potentielle électrique  $E_p(M)$ . Calculer l'énergie interne  $U$  du système de charges  $(q_A, q_B, q_M)$ .

**Exercice 2 :**

Dans l'assemblage de charges ponctuelles de la figure ci-contre:

1. Calculer le potentiel électrostatique au centre  $O$  du carré. Conclure.
2. Quelle est l'énergie potentielle d'un électron placé au point  $O$ ?
3. On enlève l'électron, quelle est l'énergie potentielle du système formé par les quatre charges?



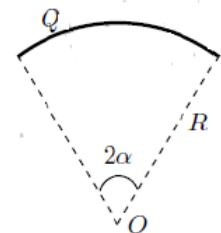
**Exercice 3 : (à traiter en cours)**

Deux charges ponctuelles de valeurs  $q$  sont fixées à  $y = 0$  et  $y = -a$  sur l'axe  $(OY)$  d'un système d'axes orthogonal  $(OXY)$ .

1. Calculer le potentiel  $V$  des deux charges en un point  $M$  de l'axe  $(OX)$  ayant l'abscisse  $x$  ( $x$  peut être positif, négatif ou nul). L'origine des potentiels est prise à l'infini ;
2. Que vaut  $V$  à l'origine des axes ? En quel point de l'axe  $(OX)$ , la valeur du potentiel est-elle égale à la moitié de sa valeur à l'origine ?
3. Utiliser la relation qui existe entre le champ et le potentiel pour déduire le champ.

**Exercice 4 :**

Un arc de cercle de rayon  $R$  et d'ouverture  $2\alpha$  porte une charge  $Q$  uniformément répartie (voir figure ci-contre). Exprimer le potentiel électrique au point  $O$ . Dédire le potentiel électrique au point  $O$ , créé par un demi-cercle et un cercle portant la même charge  $Q$ .



**Exercice 5 :**

Soit un disque de rayon  $R$  et de centre  $O$ , uniformément chargé avec une densité surfacique  $\sigma > 0$ .

1. Déterminer l'expression du potentiel créé en un point  $M$  de son axe  $(Z'OZ)$ , tel que  $OM = z > 0$ .
2. Dédire l'expression du champ en  $M$ . Conclure.

**Exercice 6 : (supplémentaire)**

Déterminer le potentiel électrique créé par une sphère de centre  $O$ , de rayon  $R$  et uniformément chargée avec une densité surfacique  $\sigma > 0$ , en tout point de l'espace, tel que  $OM = r$ .

**Corrigé de la série n°3**

**Exercice 1 :**

$$V(M) = V_A(M) + V_B(M) = K \frac{2qa}{x^2 - a^2}$$

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V = -\frac{dV}{dx}\vec{i} = K \frac{4qax}{(x^2 - a^2)^2}\vec{i}$$

$$x \gg a \Rightarrow \frac{a}{x} \ll 1 \Rightarrow 1 \pm \frac{a}{x} \approx 1 \Rightarrow x^2 - a^2 = x^2 \left(1 - \frac{a^2}{x^2}\right) \approx x^2 \Rightarrow \begin{cases} V(M) = K \frac{2qa}{x^2} \\ \vec{E}(M) = K \frac{4qa}{x^3}\vec{i} \end{cases}$$

$$E_p(M) = q_M V(M) = K \frac{4q^2a}{x^2 - a^2}$$

$$U = Kq^2 \left( -\frac{1}{2a} - \frac{2}{x+a} + \frac{2}{x-a} \right)$$

**Exercice 2 :**

$$V(O) = 0$$

Le fait que le potentiel soit nul, n'implique pas que le champ le soit !! (Exercice 3 série 2)

$$E_p(O) = q_O V(O) = 0$$

$$U = K \frac{q_A q_B}{AB} + K \frac{q_A q_C}{AC} + K \frac{q_A q_D}{AD} + K \frac{q_B q_C}{BC} + K \frac{q_B q_D}{BD} + K \frac{q_C q_D}{CD}$$

**Exercice 4 :**

$$dV(M) = K \frac{dq}{r} = K \frac{dq}{R}$$

$$V(M) = \frac{K}{R} \int dq = K \frac{Q}{R}$$

Si la charge est la même dans les 03 cas, le potentiel serait la même. Par contre, c'est la densité linéique qui va varier d'un cas à un autre :

$$\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{Q}{2\alpha R}$$

Demi-cercle :  $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{Q}{\pi R}$

Cercle :  $\alpha = \pi \Rightarrow \lambda = \frac{Q}{2\pi R}$

Exercice 5 :

$$dV(M) = K \frac{dq}{r} = K \frac{\sigma dS}{r}$$

$$dS = \rho d\rho d\theta ; r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$$

$$dV(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma \rho d\rho d\theta}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}$$

$$V(M) = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{\rho d\rho d\theta}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[ \sqrt{R^2 + z^2} - z \right]$$

$$\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}V(M) = -\frac{dV(M)}{dz} \vec{k} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) \vec{k}$$

Conclusion : on voit qu'il est beaucoup plus aisé de calculer le champ en passant par le potentiel que directement à partir des sources.

