

2- Lois générales de l'électromagnétisme

La maîtrise complète des phénomènes électromagnétiques repose fondamentalement sur les équations de Maxwell.

La description des phénomènes électromagnétiques est relativement facile en comparaison avec divers autres domaines des sciences physiques et de la technologie, puisque toutes les équations du champ peuvent être écrites comme un groupe unique d'équations.

Les quantités de bases impliquées dans les phénomènes sont les six grandeurs (5 sont vectorielles et une seule quantité scalaire) suivantes :

| | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| Champ électrique | \vec{E} [V/m] |
| Champ magnétique | \vec{H} [A/m] |
| Induction électrique | \vec{D} [C/m ²] |
| Induction magnétique | \vec{B} [Vs/m ²], [T] |
| Densité volumique de courant | \vec{j} [A/m ²] |
| Densité de charge électrique, dQ/dV | ρ [C/m ³] |

2.1 Champs électromoteurs

La présence d'un champ électrique \vec{E} et d'une induction magnétique \vec{B} peut être analysée à partir de la force exercée par le champ électromagnétique sur une particule possédant une charge électrique dQ ou sur un élément $d\vec{l}$ conducteur de courant électrique i .

Cette principale manifestation de l'interaction électromagnétique, appelé **force de Lorentz** (figure 2.1) est exercée sur une particule de charge infinitésimale dQ , se déplaçant à une vitesse \vec{v} . Elle est donnée par l'équation vectorielle suivante :

$$d\vec{F} = dQ (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = dQ\vec{E} + \frac{dQ}{dt} d\vec{l} \times \vec{B} = dQ\vec{E} + id\vec{l} \times \vec{B} \quad (2.1)$$

Lien utile :

<https://www.youtube.com/watch?v=-LuD7GpdhIc&list=PLFMeFO12-KdN4osAlax419j0TisOEVrmV&index=2>

En principe, cette équation vectorielle est l'équation de base dans le calcul du couple pour diverses machines électriques. La dernière partie de l'expression en particulier, formulée avec un élément conducteur de longueur dl traversé par un courant i , est fondamentale dans la production de couple des machines électriques.

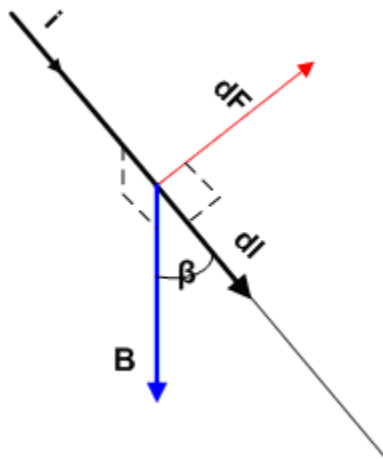


Figure.2.1 Force de Lorentz dF agissant sur un élément conducteur de longueur dl traversé par un courant électrique i soumis à un champ magnétique B . L'angle β est pris entre l'élément conducteur et le vecteur d'induction magnétique B . Le produit vectoriel $idl \times B$ peut être écrit sous la forme $idl \times B = i dl \sin \beta$

Exemple 2.1 : Calculer la force exercée sur un conducteur de 0.1m de long traversé par un courant de 10A à un angle de 80° par rapport à une induction magnétique de 1 T.

Solution : En utilisant (2.1), nous obtenons directement l'amplitude de la force :

$$F = |i \vec{l} \times \vec{B}| = 10A \cdot 0,1m \cdot \sin 80^\circ \cdot 1 \text{ VAs/m} = 0,98N$$

Les sources du champ électromagnétique sont constituées de charges électriques en mouvement qui interviennent sous deux aspects :

- l'aspect charge électrique, caractérisé par la densité de charge ρ
- l'aspect courant électrique, caractérisé par la densité de courant \vec{j}

Les charges électriques au repos créent un champ électrique.

Des charges électriques en mouvement (un champ électrique variable) ou des courants électriques sont sources d'un champ magnétique.

Le caractère quantifié de la charge électrique, résultant d'un excès ou d'un déficit d'un nombre entier d'électron de charge invariable, implique sa conservation.

Cette [loi de conservation de la charge](#) peut être donnée comme une équation de divergence

$$\nabla \cdot \vec{j} = \text{div} \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.2)$$

Elle est connue comme l'équation de continuité du courant électrique ou l'équation de conservation de charge.

2.2 Equations de Maxwell

Les diverses lois expérimentales (lois de l'électrostatique, du magnétisme, de l'induction...) découvertes initialement de façon empirique et par la suite présentées de manière précise, ont été synthétisées et complétées par Maxwell vers 1885, en introduisant un paramètre manquant, appelé courant de déplacement, pour former un groupe de quatre équations aux dérivées

partielles, qui décrivent complètement les champs électriques et magnétiques, appelées « Equations de Maxwell ».

Ainsi, quel que soit le milieu continu, les équations dites de Maxwell permettent de décrire l'évolution des grandeurs électromagnétiques dans ce milieu, et s'écrivent sous forme différentielle « locale » ou intégrale comme suit :

| Loi | Forme « intégrale » | Forme « locale » | |
|---------------------------------------|---|---|-------|
| Loi d'induction de Faraday | $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$ | $\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ou $\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ | (2.3) |
| Loi de Maxwell-Ampère | $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$ | $\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ ou $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ | (2.4) |
| Loi de Gauss pour le champ électrique | $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho \cdot dV$ | $\text{div } \vec{D} = \rho$ ou $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$ | (2.5) |
| Loi de Gauss pour le magnétisme | $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ | $\text{div } \vec{B} = 0$ ou $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ | (2.6) |

La relation (2.3), traduit la loi d'induction de Faraday et montre comment un flux magnétique variable crée un champ électrique autour de lui.

La relation (2.4) relie le champ magnétique à ses sources et au champ électrique. Elle montre que la variation de l'induction électrique D et un courant électrique de densité J produisent un champ magnétique autour d'eux. C'est le **théorème d'Ampère**.

Le champ magnétique H tourne autour des courants. Le terme supplémentaire en $\frac{\partial D}{\partial t}$ indique qu'un champ électrique variable est aussi source de champ magnétique.

Le théorème d'Ampère implique aussi la loi de conservation de la charge (2.2) obtenue en appliquant l'opérateur divergence à l'équation (2.4) en sachant que la divergence d'un rotationnel est nulle.

Le flux électrique circule et se déplace toujours d'une charge positive et passe vers une charge négative. Cela peut être exprimé mathématiquement par l'équation (2.5) qui traduit la divergence d'un champ électrique. Cette loi est également connue comme **la loi de Gauss pour le champ électrique**. Elle montre que le champ électrique peut diverger à partir de points où se trouvent les charges électriques (sources).

Les lignes de champ, figure 2.2, ont tendance à converger (respectivement diverger) vers ces charges lorsqu'elles sont négatives (respectivement positive).

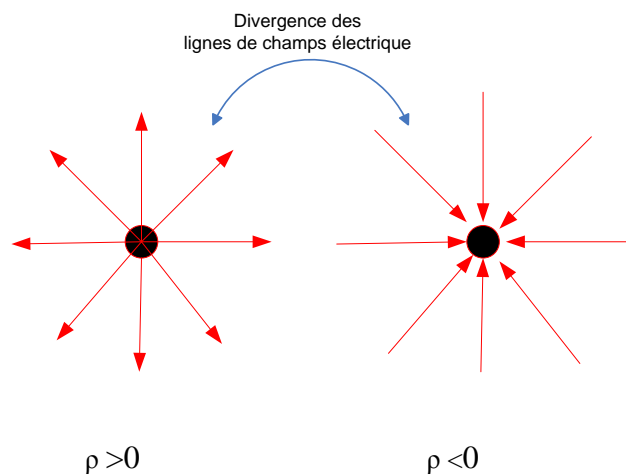


Figure 2.2 Allure des lignes de champs de D dues uniquement aux charges présentes dans le volume.

Cependant, le flux magnétique, est toujours un flux circulant (circuit magnétique fermé), sans point de départ ni point d'arrivée, figure 2.3. Cette caractéristique est décrite par **l'équation de divergence (2.6)** de la densité du flux magnétique. C'est la **loi de Gauss pour les champs magnétiques**.

Le flux de B à travers toute surface fermée est nul. C'est une propriété intrinsèque de l'induction magnétique B qui montre que le champ magnétique ne peut diverger à partir de points de l'espace, ou encore qu'il n'existe pas de charges magnétiques (pôles) isolées.

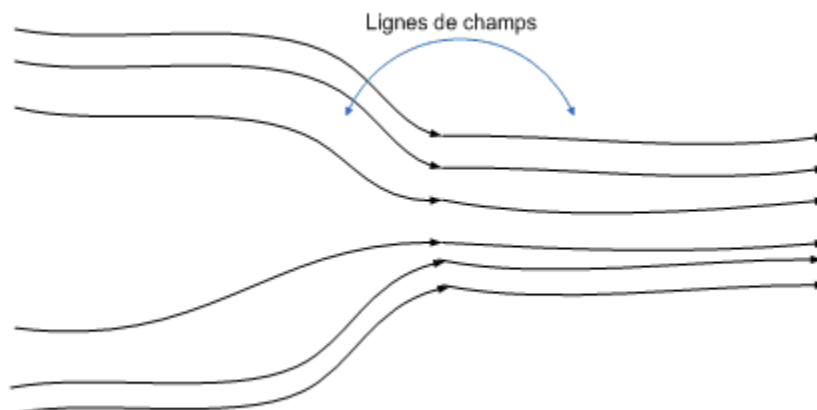


Figure 2.3 Lorsque les lignes de champs se resserrent, l'induction B s'intensifie (le flux est conservatif).

2.3 Equations du milieu

La permittivité, la perméabilité et la conductivité électrique ϵ (F/m), μ (H/m) et σ ($\Omega\text{-m}$)⁻¹ du milieu détermine la dépendance de l'induction électrique et magnétique et la densité de courant à l'égard du champ magnétique.

Dans certain cas ϵ , μ et σ peuvent être considérés comme de simples constantes, on dit alors qu'on est en présence de milieux isotropes, ce qui signifie que ϵ , μ et σ ont les mêmes valeurs dans les différentes directions.

Si tel n'est pas le cas c'est-à-dire que ϵ , μ et σ n'ont pas les mêmes valeurs dans les différentes directions, elles sont alors traitées comme des tenseurs et ces milieux sont définis comme anisotrope.

Les équations de Maxwell ci-dessus doivent donc être complétées par les relations constitutives qui décrivent les propriétés macroscopiques des milieux considérés :

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} & (a) \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} & (b) \\ \vec{J} &= \sigma \vec{E} + \vec{J}_0 + \vec{J}_{PM} & (c) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Avec $\mu_0 \epsilon_0 C^2 = 1$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} = 8.855 \cdot 10^{-12} \text{ F/m, (As/Vm)}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m, (Vs/Am)}$$

$$C = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s (Vitesse de la lumière)}$$

Où σ représente la conductivité électrique du milieu considéré et μ sa perméabilité magnétique (en général une fonction de \vec{H}) et ϵ sa permittivité.

Les trois termes du second membre de l'équation (2.7-c) n'apparaissent pas simultanément en un point du domaine d'étude. Le premier terme correspond au courant induit, le second est la densité de courant des sources d'alimentation et le dernier est la densité de courant surfacique équivalente de l'aimant en présence. Pour rappel, un aimant permanent est source de champ magnétique et il peut être assimilé à une source de courant électrique de densité surfacique \vec{J}_{PM}

Exemple 2.3 : Calculer l'induction électrique D sur une couche d'isolation de 0,3 mm d'épaisseur lorsque le potentiel de l'enroulement est porté à 400 V et le circuit magnétique du système est mis au potentiel de terre. La permittivité relative du matériau d'isolation $\epsilon_r = 3$:
Solution:

L'intensité du champ électrique à travers l'isolant est $E = 400 \text{ V} / 0.3 \text{ mm} = 133 \text{ kV/m}$.

Selon l'équation (16-a), l'induction électrique est :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

$$D = 3 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 133 = 3.54 \text{ } \mu\text{As/m}^2$$

Exemple 2.4:

Calculer le courant de déplacement à travers la couche d'isolation de l'exemple précédent à 50Hz avec une surface d'isolation de 0.01m

Solution :

Le flux électrique à travers la surface isolante est $\Psi_e = D.S = 0.0354 \mu\text{As}$

La variation du flux électrique à travers la couche d'isolation est :

$$\psi_e = \psi_{em} \sin(\omega t) = 0.0354 \sin(\omega t)$$

Et en dérivant par rapport au temps on a :

$$\frac{d\psi_e}{dt} = 0.0354\omega \sin(\omega t) = 11\mu\text{A} \sin(\omega t)$$

Le courant effectif à travers l'isolation est donc : $11/\sqrt{2}=7.86\mu\text{A}$

Ici nous voyons que le courant de déplacement est négligeable en considérant le fonctionnement de base des machines qui font appels à des courants plus importants.

Cependant, quand une machine électrique est alimentée par un convertisseur de fréquence, les transistors créent de hautes fréquences, des courants de déplacement importants peuvent passer à travers l'isolation.

Courant de conduction J et de déplacement J_D

En posant $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ et $\vec{J}_D = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ et en considérant le régime sinusoïdal de pulsation ω on a, en représentation complexe : $\vec{J}_D = j\omega\vec{D}$ et $\frac{J}{J_D} = \frac{\sigma|E|}{\omega\varepsilon|E|} = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$

Ainsi, pour un milieu conducteur, $\sigma=5.10^7 (\Omega\text{m})^{-1}$, $\varepsilon= \varepsilon_0$, $\omega=2\pi f$

Pour obtenir $|J_D| > |J|$ il faut travailler à des fréquences $f \geq 9.10^{17}\text{Hz}$

2.4 Equations de Maxwell aux basses fréquences

Compte tenu de la basse fréquence des phénomènes associés aux machines électriques (fréquences industrielles < 1kHz) et l'absence de champ électrostatique important, il est admis de négliger les courants de déplacement devant les courants de conduction.

Les champs électromagnétiques sont alors régis par les équations de Maxwell qui se présentent comme suit (forme différentielle générale) :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \tag{2.3}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{H} = \vec{J} \tag{2.4}$$

$$\text{div}\vec{J} = 0 \tag{2.5}$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \tag{2.6}$$

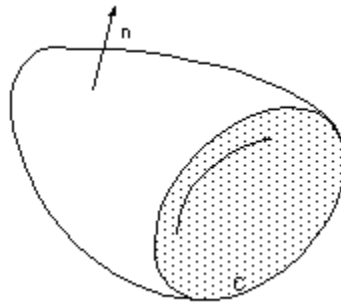
2.5 Formulations intégrales

Les équations de Maxwell se révèlent souvent utiles dans leur forme intégrale :

2.5.1 Loi d'induction de Faraday

La variation d'un champ magnétique engendre un champ électrique qui se manifeste sous forme de tension induite. C'est l'expression de la loi de Faraday relative à l'induction électromagnétique.

Considérons un circuit C sur lequel s'appuie une surface S ; notons que le choix du sens de parcours positif de C doit être cohérent avec le choix de la normale positive de S, c'est la « règle du tire-bouchon ».



Le théorème d'Ostogradski (Stokes) permet d'écrire, pour tout vecteur \vec{E} :

$$\iint_S \text{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

L'équation 2.3 permet d'écrire donc :

$$\nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

Désignons par le flux de B à travers le circuit C la quantité :

$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

Et par e, la force électromotrice, en abrégé f.é.m, induite dans le circuit C telle que :

$$e = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Ce qui donne :

$$e = - \frac{d\phi}{dt} \tag{2.7}$$

Cette loi stipule que la variation du flux magnétique ϕ pénétrant dans une surface ouverte S est égale à l'intégrale négative du champ électrique E le long d'un contour fermé C autour de la surface S.

Mathématiquement, un élément de la surface S est exprimé par un opérateur différentiel dS perpendiculaire à la surface et le contour C de la surface est exprimée par un vecteur différentiel dl parallèle au contour.

La figure 2.4 illustre la loi de Faraday. Il y a un flux Φ pénétrant à travers une surface S , qui est entourée par le contour l

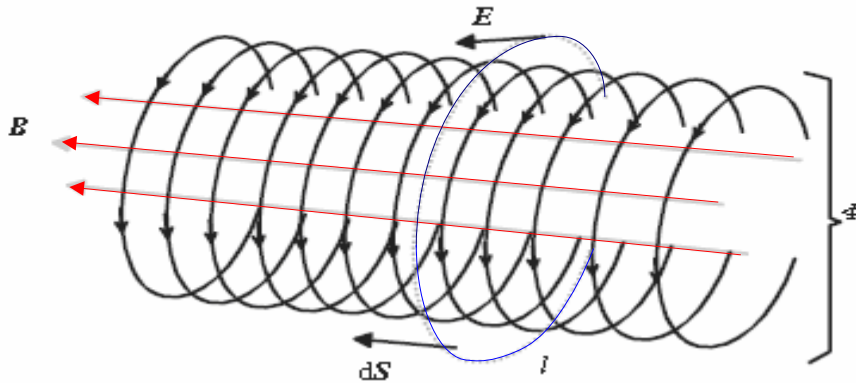


Figure 2.4 Illustration de la loi d'induction de Faraday. Une surface typique S , définie par un contour fermé l , est pénétrée par un flux magnétique Φ avec une densité B . la variation de la densité de flux (induction) magnétique crée un champ électrique E . Les cercles illustrent le comportement de E . Le vecteur dS est perpendiculaire à la surface S .

Les flèches dans les cercles indiquent la direction de l'intensité du champ électrique E dans le cas où la densité de flux B à l'intérieur de la zone observée augmente.

Si l'on place un fil conducteur court-circuité autour du flux, nous obtiendrons un système intégré de tension le long du fil et par conséquent aussi un courant électrique. Ce courant crée son propre flux qui va s'opposer au flux passant à travers la bobine.

S'il y a plusieurs spires N (cf. Figure 2.4), le flux ne lie pas idéalement toutes ces spires, mais avec un ratio inférieur à l'unité. C'est pourquoi nous désignerons le nombre de tours effectif par $k_b N$ ($k_b < 1$).

À partir de l'équation (2.7), on obtient une formule d'une force électromotrice E d'une bobine de N spires.

Dans les machines électriques, le facteur k_b est connu comme étant le facteur de bobinage. Cette formulation est essentielle pour les machines électriques et s'écrit :

$$E = -k_b N \frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\psi}{dt} \quad (2.8)$$

Ici, nous introduisons la relation liant le flux magnétique à l'inductance du bobinage, $\Psi = k_b N \phi = LI$, l'un des concepts fondamentaux des systèmes électriques. Mais il est à noter que l'inductance L décrit la capacité d'une bobine pour produire un flux Ψ .

Plus tard, lors du calcul de l'inductance, le nombre effectif de spires, la perméance Λ ou la réluctance \mathfrak{R} du circuit magnétique sont nécessaires. $L = (k_b N)^2 \Lambda$. $\Lambda = (k_b N)^2 / \mathfrak{R}$

Exemple 2.5 : Une bobine de 100 tours présente une section transversale de 0.0001m^2 est soumise à une induction magnétique alternative d'amplitude $B_m = 1 \text{ T}$. Son facteur de bobinage est $k_b=0.9$. Calculer la force électromotrice induite dans la bobine si l'on considère que la variation de l'induction magnétique a une fréquence de 100 Hz

Solution :

Utilisant (2.8) on obtient :

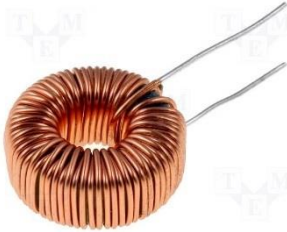
$$E = -\frac{d\psi}{dt} = -k_b N \frac{d\varphi}{dt} = -k_b N \frac{d}{dt} B_m S \cdot \sin(\omega t)$$

$$= -k_b N B_m S \omega \cos(\omega t) = -0.9 \cdot 100 \cdot 1 \cdot 0.0001 \cos(200\pi t) = -565 \cos(200\pi t)$$

Par conséquent la valeur max de la f.é.m est de 565 V et la valeur efficace de la tension induite aux bornes du bobinage est de 400 V

Exemple 2.6 : Flux magnétique, Fem induite et inductance d'un enroulement toroïdal

Considérons un enroulement toroïdal de N spires, traversé par un courant i.



Chaque spire produit un flux φ . Ainsi le flux total embrassé par les N spires est :

$$\lambda = N\varphi$$

Le flux total λ peut être relié au courant i traversant la bobine, en introduisant l'inductance L de la bobine, par la relation :

$$\lambda = L i$$

L'inductance est liée à la géométrie et aux propriétés matérielles de la bobine. De ce point de vue, l'inductance est définie comme le taux de variation du flux par rapport au courant.

L'inductance L de la bobine est liée à la réluctance \mathfrak{R} de la structure magnétique par :

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}$$

Dans le cas d'un tore avec une courbe linéaire du B(H), nous avons :

$$L = \frac{N^2 A}{l} \mu_0 \mu_r$$

A représente la section du tore et l sa longueur.

En termes de flux magnétique, la loi de Faraday est énoncée comme suit :

$$E = \frac{d\lambda}{dt} = N \frac{d\varphi}{dt}$$

La force électromotrice E peut donc s'exprimer comme suit :

$$E = \frac{d}{dt}(Li)$$

Dans des dispositifs électromécaniques de conversion d'énergie, la réluctance \mathfrak{R} ainsi que l'inductance L dépendent du temps. Dans ce cas-ci,

$$E = i \frac{dL}{dt} + L \frac{di}{dt}$$

Noter bien que si L est constant, nous obtenons l'équation habituelle utilisée pour modéliser un inducteur dans l'analyse de circuits élémentaires.

2.5.2 Théorème d'Ampère

Le théorème d'Ampère généralisé implique un courant de déplacement qui peut être donné comme la dérivée temporelle du flux électrique.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} + \frac{d}{dt} \int \vec{D} \cdot d\vec{s} = i(t) + \frac{d\psi_e}{dt} \quad (2.9)$$

et indique que le courant de conduction $i(t)$ traversant la surface S et en incluant le courant de déplacement - variation du flux électrique ($D = \epsilon_0 E$) - doit être égale à l'intégrale du champ magnétique H le long du contour l'entourant la surface S . La figure 2.5 est une illustration du théorème d'Ampère.

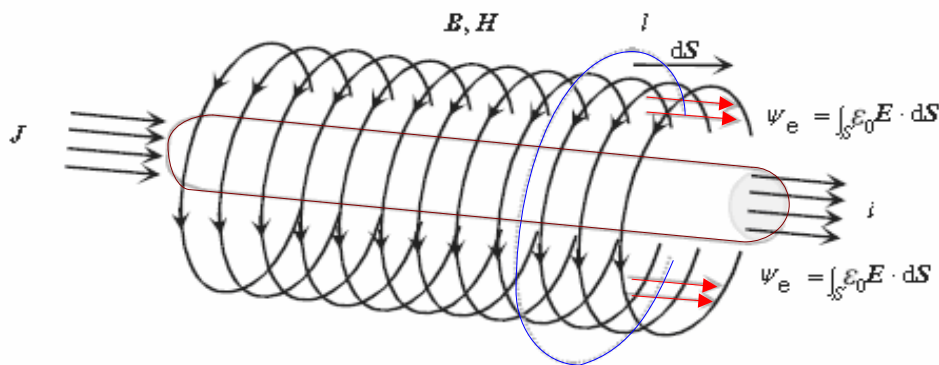


Figure 2.5 Application du théorème d'Ampère aux alentours d'un conducteur traversé par un courant i . Le contour l définit une surface S , le vecteur dS lui étant perpendiculaire.

Le terme $\frac{d}{dt} \int \vec{D} \cdot d\vec{s} = \frac{d\psi_e}{dt}$ dans (2.9) est connu sous le nom de courant de déplacement de Maxwell qui relie finalement l'ensemble des phénomènes électromagnétiques. Le courant de déplacement est la contribution historique de Maxwell pour la théorie de l'électromagnétisme. L'invention du courant de déplacement a aidé à expliquer la propagation des ondes électromagnétique dans le vide en l'absence de particules chargées ou de courant.

L'équation (2.9) est assez souvent présentée dans sa forme statique ou quasi statique. Ce qui donne :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = \sum i(t) = \Theta(t) \quad (2.10)$$

Le terme « quasi-statique » indique que la fréquence f du phénomène en question est suffisamment basse pour négliger le courant de déplacement de Maxwell. Les phénomènes qui se produisent dans les machines électriques sont conformes aux exigences de la quasi-statique, puisque, dans la pratique, les courants de déplacement considérables apparaissent uniquement à des fréquences radio ou à de basses fréquences dans des condensateurs qui sont délibérément produite pour tirer profit des courants de déplacement.

La forme quasi-statique du théorème d'Ampère est une équation très importante dans la conception des machines électriques. Elle est employée pour déterminer les tensions et les courants requis pour un bon fonctionnement d'une machine électrique. La valeur instantanée de la somme des courants $\sum i(t)$ dans l'équation (2.10) peut aussi associer également, si on le souhaite, le courant électrique équivalent d'un aimant permanent. $\Theta_{PM} = H'_c \cdot h_{PM}$.

Où H'_c représente le champ coercitif et h_{PM} l'épaisseur de l'aimant permanent

La forme différentielle du théorème d'Ampère en quasi statique est la suivante :

$$\text{rot } \vec{H} = \nabla \times \vec{H} = \vec{j} \quad (2.11)$$

L'équation de continuité (2.2) pour la densité de courant dans un état quasi-statique s'écrit comme :

$$\text{div } \vec{j} = \nabla \cdot \vec{j} = 0 \quad (2.12)$$

Pour les circuits électriques, elle se traduit par la loi des nœuds de Kirchhoff qui s'énonce comme suit : La somme des intensités des courants, dans un circuit électrique, qui entrent par un nœud est égale à la somme des intensités des courants qui sortent du même nœud.

La loi de Faraday ainsi que le théorème d'Ampère sont extrêmement importants dans la conception de machines électriques. Au plus simple, les deux relations peuvent être utilisés pour déterminer les tensions induites et le nombre de tours dans les enroulements d'une machine électrique. Les deux relations sont également nécessaires par exemple dans la détermination des pertes causées par les courants de Foucault dans un circuit magnétique, et lorsqu'il s'agit de déterminer l'effet de peau dans le cuivre.

2.5.3 Théorème de Gauss

Le théorème de Gauss, sous forme intégrale, pour les champs électriques

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div } \vec{D} dv = \int_V \rho dv = Q_i, \quad (2.13)$$

indique que la somme des charges électrique contenues dans un volume V délimité par une surface fermée S crée une induction électrique D à travers cette surface.

Lorsque l'on s'intéresse à l'isolation des machines électriques, l'équation (2.13) est nécessaire. Toutefois, dans les machines électriques, il n'est pas rare que les densités de charges dans un milieu se révèlent nulles. Dans ce cas, le théorème de Gauss pour les champs électriques est réécrit comme suit :

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = 0 \text{ ou bien } \text{div } \vec{D} = \nabla \cdot \vec{D} = 0 \Rightarrow \text{div } \vec{E} = \nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.14)$$

Le théorème de Gauss, sous forme intégrale, pour les champs magnétiques s'écrit :

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2.15)$$

Le flux de l'induction magnétique à travers une surface S fermée est nul.

En d'autres termes, le flux entrant dans un objet est identique à celui qui en sort. Il s'agit de dire autrement qu'il n'y a pas de source isolée de flux magnétique.

Dans les machines électriques, cela signifie par exemple que le flux principal entoure le circuit magnétique de la machine sans point de départ ou de point final. De même, tous les tubes d'autres flux dans la machine sont fermés. La figure 2.6 illustre les surfaces S employées dans les formes intégrales des équations de Maxwell.

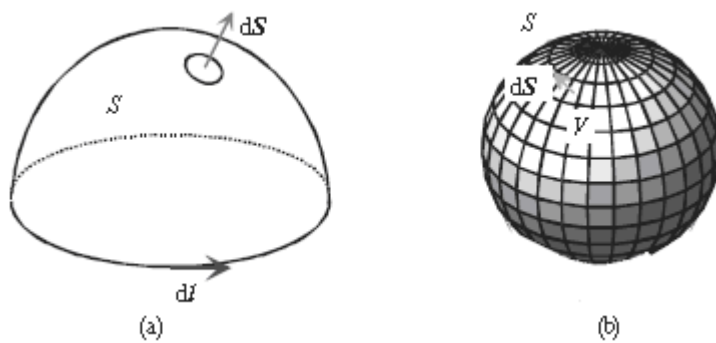


Figure 2.6 Surfaces pour les formes intégrales des équations de Maxwell pour les champs électriques et magnétiques. (a) Une surface ouverte S et son contour l . (b) Une surface fermée S entourant un volume V . L'élément de surface dS est partout normale à la surface.

La figure 2.7 présente une application du théorème de Gauss pour une surface fermée S .

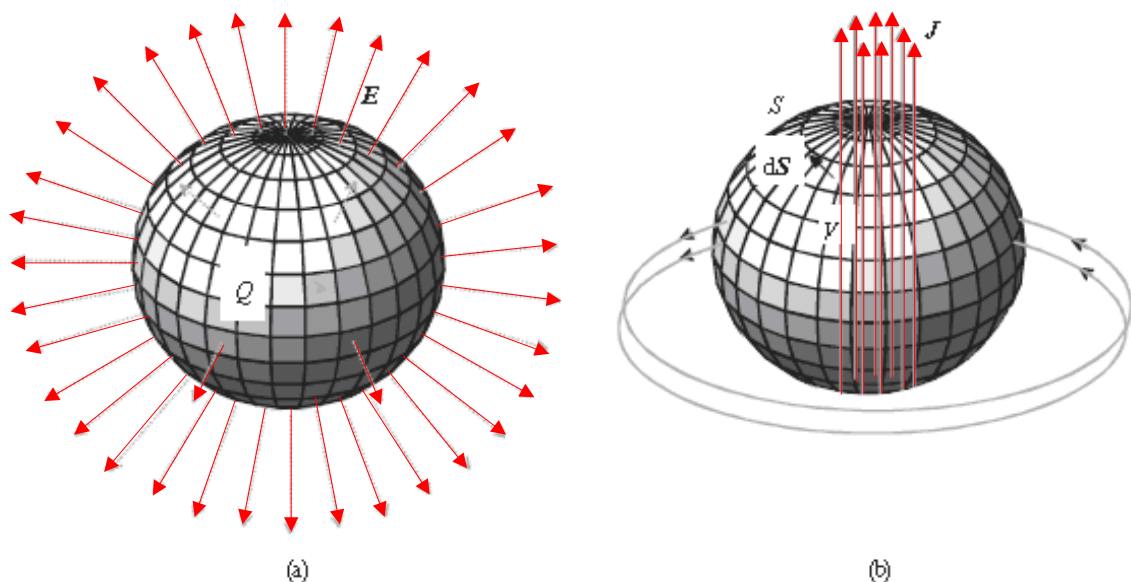


Figure 2.7 Illustration du théorème de Gauss pour (a) un champ électrique et (b) un champ magnétique. La charge Q à l'intérieur d'un objet fermé agit en tant que source et crée un flux électrique avec une intensité de champ E . Parallèlement, un flux magnétique créé par la densité de courant J à l'extérieur d'une surface fermée S passe à travers la surface fermée (pénètre dans la sphère, puis en sort). Le champ magnétique est donc sans sources ($\text{div}B = 0$).