Université Abderrahmane Mira de Béjaïa
Faculté des Sciences Économiques, de Gestion et Commerciales
Département SEGC-LMD
Première année SEGC
Année universitaire 2018/2019

Avril 2019

Corrigé-type de la série de TD n°01. Microéconomie II

Partie des questions théoriques :

1. On définit, pour une période temporelle déterminée de production deux types de facteurs de production : le facteur fixe et le facteur variable.

-Un facteur de production est dit **fixe**, lorsque la quantité utilisée de ce facteur est indépendante de la quantité fabriquée du produit, au cours d'une période donnée.

-Un facteur de production est considéré comme étant **variable**, lorsque la quantité utilisée de ce facteur dépend de la quantité fabriquée (du volume produit) du produit durant la même période. Autrement dit, lorsque la quantité utilisée, de ce bien, augmente avec l'augmentation du volume de production.

Exemples	
Facteurs fixes	**Facteurs variables**
- Terres	-Matières premières (plastique, bois, lait, sucre, etc.) -Main d'œuvre (heures de travail)
- Bâtiments	
- Usines	
- Ateliers	
- Machines	
- Outillages	
- Équipements	

2. Les propriétés fondamentales de la fonction de production : $p = f(k_0, l)$ et définition des différentes productivités physiques du facteur travail (L) :

$p = f(k_0, l)$, est une fonction de production de courte période, qui peut être définie comme étant la traduction mathématique de la combinaison d'une quantité d'un facteur fixe (k_0 de K) et d'une autre quantité d'un facteur variable (l de L) pour produire un produit quelconque (P).

- **Les propriétés fondamentales de la fonction de production :** $p = f(k_0, l)$

1/ Elle est supposée continue et dérivable sur son intervalle de définition ;

2/Elle obéit au principe de la productivité marginale décroissante ;

3/ Elle est définie pour une période temporelle.

- **Définition et expression mathématique des différentes productivités du facteur (L):**

a- La productivité physique totale PPT : exprime le volume de production P (output) obtenu à l'aide d'une combinaison d'une quantité (k_0) d'un facteur fixe (K) et d'une autre quantité (l) d'un facteur variable (L).

$$PPT = f(k_0, l) = volume\ de\ production$$

b- La productivité (la contribution, l'apport) de chaque unité du facteur travail est mesurée par la productivité physique moyenne PPM, elle correspond au rapport de la productivité physique totale (PPT) au nombre d'unités nécessaires du facteur considéré.

$$PPM = \frac{PPT}{l} = \frac{f(k_0, l)}{l}.$$

c- La productivité marginale d'un facteur, est le supplément de quantité produite suite à une unité supplémentaire de ce facteur utilisée dans la production. La productivité physique marginale du facteur L peut être définie comme étant la variation de la productivité physique totale PPT, résultant d'une variation unitaire de la quantité du facteur L.

$PPmg = \frac{\Delta PPT}{\Delta l}$; Mathématiquement, elle correspond à la limite du rapport ΔPPT sur Δl, quand Δl devient de plus en plus petit (Δl→0).

$$\lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta PPT}{\Delta l} = f_l'(k_0, l) = PPm_l$$

3. Que représente le point d'inflexion sur une courbe de productivité totale ?

La courbe de productivité totale est une représentation graphique de l'évolution de production en courte période (avec un facteur fixe : le capital, et un facteur variable : le travail). Cette courbe est dans une première phase croissante mais à deux rythmes différents. D'abord à un taux croissant (on a alors une productivité marginale croissante). Ensuite, à partir du point d'inflexion, elle progresse à un taux décroissant. Le point d'inflexion correspond à l'instant où l'évolution de la production bascule et commence à croître moins rapidement. Ce point correspond au maximum de la productivité physique marginale.

4. Le principe de la productivité physique marginale décroissante (loi de rendements décroissants) énonce que l'utilisation croissante de la quantité du facteur L ajoutée à une autre quantité du facteur K, entraine la décroissance de la productivité marginale du facteur (L) après le maximum (c'est la phase de la production la plus efficace).

5. Que représente le point d'intersection des courbes de productivité moyenne et marginale ? Démontrez.

Le point d'intersection des courbes de **PPM_L** et **$PPmg_L$** intervient lorsque la courbe de PPM_L atteint son maximum. Avant ce point, lorsque la valeur de **$PPmg_L > PPM_L$**, la courbe de PPM_L augmente. Ensuite, après ce maximum, on a **$PPmg_L < PPM_L$** : les valeurs de la productivité physique moyenne diminuent.

Démonstration :

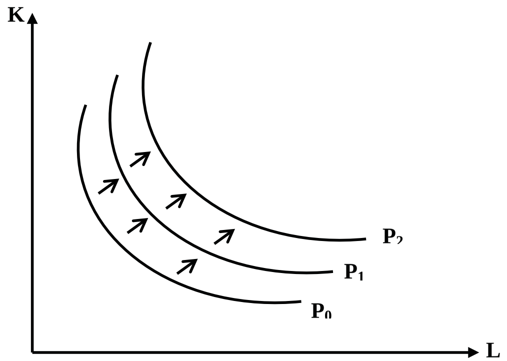
Pour déterminer la quantité de « L » qui maximise la productivité physique moyenne, on calcule la première dérivée de cette fonction par rapport à L, cette dernière doit être nulle, c'est-à-dire :

$PPM_l' = 0 <=> \left(\frac{PPT_l}{l}\right)' = 0 <=> \frac{PPT_l' * l - 1 * PPT_l}{l^2} = 0 <=> PPT_l' * l - 1 * PPT_l = 0 <=> PPT_l' = \frac{PPT_l}{l}$

On obtient : **$PPmg_L$ = PPM_L**

6. La courbe d'iso-produit (isoquant) peut être définie comme étant le lieu géométrique de toutes les combinaisons de quantités k et l des facteurs de production (K et L) qui donnent au producteur le même niveau de production.

Les propriétés fondamentales des courbes d'isoquants sont :



a/ Elles sont descendantes représentées par des fonctions décroissantes (pente négative) ;

b/ Deux courbes d'iso-produit du même producteur ne peuvent jamais se couper ;

c/ La variation de la production le long de la courbe d'iso-produit est nulle ;

d/ L'ensemble des courbes d'iso-produit nous donne la carte du producteur ;

e/ Plus une courbe d'iso-produit s'éloigne de l'origine des axes, plus le niveau de la production totale est élevé ($P_2 > P_1 > P_0$).

f/ Elles sont convexes par rapport à l'origine des axes de coordonnées.

7. Le TMST est un outil qui permet au producteur de substituer les quantités de facteurs de production, tout en conservant le même niveau de production. En d'autres termes, c'est le taux auquel le producteur peut substituer les inputs sans affecter l'output (la quantité produite).

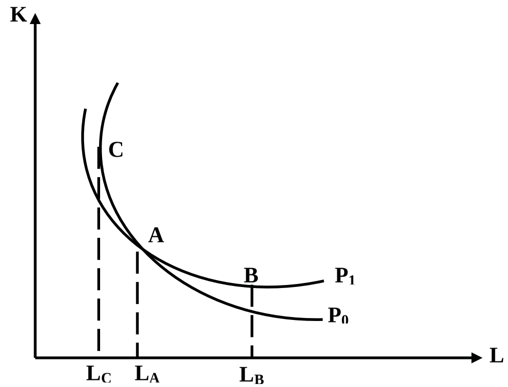
Exemple : Le TMST $_{k \text{ à } l}$ est la petite quantité du facteur « L » à laquelle renonce le producteur pour lui substituer une autre quantité du facteur (k), tout en gardant le même niveau de production.

8. TMST : est égal au rapport des productivités physiques marginales des facteurs de production « k » et « L » : on peut effectuer cette démonstration en utilisant la différentielle totale de la fonction de production P = f (k, l).

Démonstration : Soit $P = f\ (k, l)$, Mathématiquement la différentielle totale de la fonction de production est donnée par : $dP = \frac{\partial P}{\partial k}\ dk + \frac{\partial P}{\partial l} dl$, Par ailleurs, on sait que le long de la courbe d'iso-produit, la variation de la production est nulle. Donc, on peut écrire $dP = 0$.

$\frac{\partial P}{\partial k}\ dk + \frac{\partial P}{\partial l} dl = 0$, On a : $\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial k} = PPmg_k \\ \frac{\partial P}{\partial l} = PPmg_l \end{cases}$ donc : $PPmg_k dk + PPmg_l dl = 0 <=> \frac{PPmg_k}{PPmg_l} = \left|-\frac{dl}{dk}\right| = TMST$

09. Deux isoquants ne se coupent jamais, ceci n'est pas possible, pourquoi ?



1. $L_B > L_A$: pour L_B: $P_1 > P_0$ (application de la propriété (e) de l'iso-produit)

2. $L_C < L_A$: pour L_C: $P_0 > P_1$ (application de la propriété (e) de l'iso-produit)

On remarque qu'un même isoquant peut être supérieur et inférieur. Si P_1 est à la fois supérieur et inférieur à P_0, c'est car il est égal à P_0 (propriété mathématique). Donc deux isoquants ne se coupent jamais, sauf quand ils sont confondus.

Partie des exercices d'application :

Exercice n°1 :

L'expression de la fonction de production (P) en courte période : P = f (K_0, l) = f (l)

1. La productivité horaire :

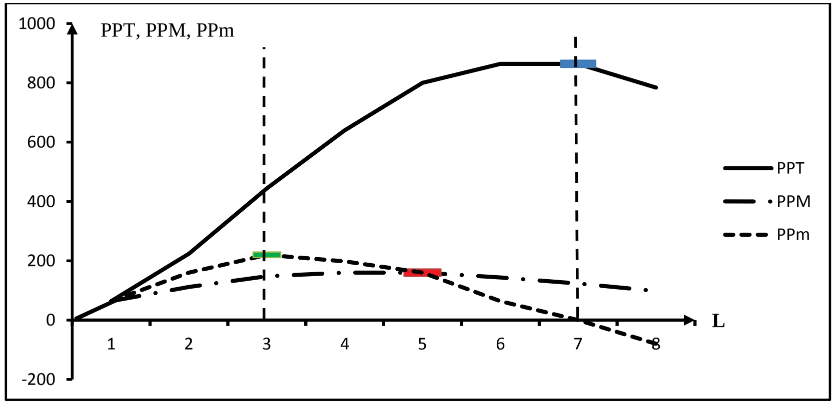
La productivité horaire exprime la quantité produite par unité de temps, elle correspond donc à la productivité physique moyenne (PPM), qui est égale au rapport de la productivité physique totale au nombre d'heures travaillées.

- **a.** Pour L = 2 : $PPM_l = \frac{PPT_l}{l} = \frac{224}{2} = 112$ Unités / h
- **b.** Pour L = 5 : $PPM_l = \frac{PPT_l}{l} = \frac{800}{5} = 160$ Unités / h
- **c.** Pour L = 8 : $PPM_l = \frac{PPT_l}{l} = \frac{784}{8} = 98$ Unités / h

2. Calcul des productivités physiques moyenne et marginale :

L	0	1	2	***3***	4	5	6	**7**	8
PPT	0	64	224	*444*	640	800	864	864	**784**
PPM	-	64	112	*148*	160	**160**	144	123,43	98
PPm	-	64	160	***220***	198	**160**	64	**0**	**-80**

3. La représentation graphique des différentes productivités :



4. Les principales relations qui existent entre les trois productivités :

a. Quand la productivité physique totale est à son maximum, la productivité marginale est nulle (égale à zéro) ((PPT_l)′ = 0 ==> PPm = 0). La valeur de (L) pour laquelle la productivité physique totale (la production) est maximale et la productivité physique marginale est nulle, est de L=7 heures.

b. Lorsque la courbe représentative du produit physique total passe par le point d'inflexion, la courbe représentative du produit physique marginal passe par son maximum : ((PPT_l)″ = 0 ⇔ (PPm)′ = 0). Quand **(l = 3 heures)**, la productivité physique marginale est maximale et elle est égale à **220 Unités.**

c. Quand le produit physique total décroît, la productivité physique marginale est négative :

(PPm < 0 ⇔ $\frac{\Delta PPT_l}{\Delta l} < 0 <=> \Delta\, PPT < 0$ (***La production est décroissante***).

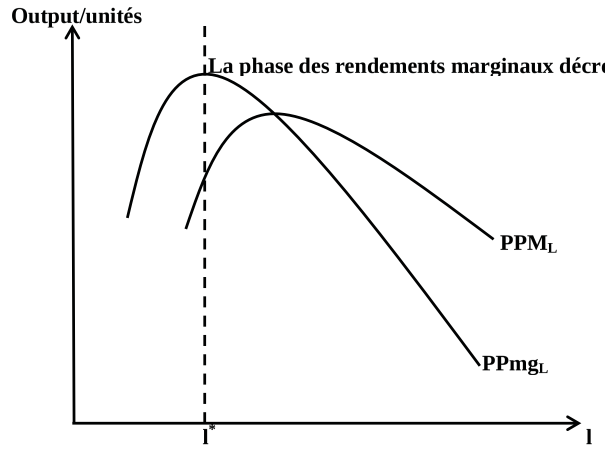
Lorsque la quantité du travail passe de 7 à 8, la productivité diminue de 864 à 784 et la productivité physique marginale est négative **(-80)**

d. La courbe de productivité physique marginale coupe celle de la productivité physique moyenne en son maximum.

À partir de la représentation graphique, lorsque **l = 5 heures**, la productivité physique marginale égale à la productivité physique moyenne **(PPm= PPM= 160 unités).**

5. Si la loi des rendements marginaux s'applique, la productivité moyenne est nécessairement décroissante !

Ce propos est faux : lorsque la loi des rendements marginaux s'applique, la productivité moyenne connait deux évolutions. Elle est croissante quand la productivité marginale lui est supérieure (PPmg > PPM)**,** et elle est décroissante dans le cas contraire (PPmg < PPM).



Exercice n°2 :

P_1 = f (k, l) = 50 . k^2. l^2 et P_2= f (k, l)= 200. k. l^2 - (k. l)^3

1. Les expressions mathématiques des productivités :

a. Du facteur L :	***b. du facteur K :***
• **PPT_l** = f (k_o,l) = f (l) = **50 . k_o^2. l^2 .** • **PPM_l** = $\frac{PPTl}{l} = \frac{f(k_o,l)}{l} = \frac{50\,.\,k_o^2.\,l^2}{l}$ = **50 . k_o^2 .l** • **$PPmg_l$** = $\frac{df(k_o,l)}{dl}$ = 50 . 2 . k_o^2. l = **100 . k_o^2.l**	• **PPT_k** = f (k, l_o) = f (k) = **50 . k^2 .l_o^2.** • **PPM_k** = $\frac{PPTk}{k} = \frac{f(k,l_o)}{k} = \frac{50\,k^2\,l_o^2}{k}$ = **50 . k. l_o^2.** • **$PPmg_k$** = $\frac{df(k,l_o)}{dk}$ = 50. 2. k. .l^2 = **100 k. l_o^2.**

2. Les fonctions de productivités de la deuxième fonction(P2) par rapport au facteur *K* :

PPT$_k$ = f (k, l_o) = f (k) = $\mathbf{200 \cdot k \cdot l_o^2 - (k \cdot l_o)^3}$

PPM$_k$ = $\frac{PPT}{k} = \frac{200 \cdot k \cdot l_o^2 - (k \cdot l_o)^3}{k} = \mathbf{200 \cdot l_o^2 - k^2 \cdot l_o^3}$

PPmg$_k$ = $\frac{dPPT}{dk} = \mathbf{200 \cdot l_o^2 - 3 \cdot k^2 \cdot l_o^3}$.

3. La valeur de « L » qui permet d'obtenir une productivité par unité maximale (PPM) lorsque k=1:

$P_2 = f(k, l) = 200 \cdot k \cdot l^2 - (k \cdot l)^3$, Sachant que k = 1 ⇔ $\mathbf{P_2 = f(1, l) = 200 \cdot l^2 - l^3 = PPT_l}$

$$PPM_l = \frac{200\,l^2 - l^3}{l} = 200\,l - l^2$$

<u>Première méthode :</u>

La PPM est maximale, lorsque sa première dérivée par rapport à (L) est nulle :

$\frac{dPPM_l}{dl} = 0 <=> \frac{d(200\,l - l^2)}{dl} = 0 <=> 200 - 2\,l = 0 <=> \boldsymbol{l = 100\ unit}$és.

<u>Deuxième méthode :</u>

On sait que lorsque la courbe de la productivité moyenne passe son maximum, elle coupe celle de la productivité marginale. On a donc, une égalité entre les deux productivités :

PPmg$_l$ = $(200 \cdot l^2 - l^3)' = 2 \cdot 200 \cdot l - 3 \cdot l^2 = \mathbf{400 \cdot l - 3 \cdot l^2}$

PPM$_l$ = PPmg$_l$ ⇔ $200 \cdot l - l^2 = 400\,l - 3 \cdot l^2 \Leftrightarrow l\,(200 - l) = l(400 - 3\,l) <=> 2\,l = 200 <=> \boldsymbol{l = 100\ unit}$**és**

On obtient le même résultat, donc la quantité de « L » qui maximise la productivité moyenne est 100 unités.

4. Le volume de « L » qui maximise la production :

PPT est maximale ⇔ PPmg = 0

$PPmg = 0 \Leftrightarrow \mathbf{400 \cdot l - 3 \cdot l^2} = 0 \Leftrightarrow 400 - 3 \cdot l = 0 \Leftrightarrow l = \frac{400}{3} = \mathbf{133{,}33\ Unit}$**és**.

5. Le volume de « L » qui marque le ralentissement de la production :

Le ralentissement de la production signifie le point où la production commence à croitre à un taux décroissant. Autrement-dit, cette quantité de « L » correspond au point d'inflexion de la courbe représentative du volume de production (PPT$_l$) :

$(PPT)'' = 0 <=> (PPmg_l)' = 0 <=> 400 - 6 \cdot l = 0 <=> \boldsymbol{l = \frac{400}{6} = 66{,}67\ Unit}$**és**.

6. Le volume de « L » qui permet d'obtenir une productivité marginale maximale

On sait bien que lorsque la courbe représentative de la quantité produite (la production ou la PPT$_l$) passe par le point d'inflexion, la productivité physique marginale est à son maximum. Donc, le volume (la quantité) de « L » correspondant est de **66,67 unités.**

Exercice supplémentaire :

On a $\mathbf{P = f(k, l) = k^{0,6} \cdot l^{0,7}}$ où « P » est la quantité de biens produits par jour, « k » est le nombre de machines et « l » est le nombre de travailleurs.

1. Calcul de la productivité physique marginale pour les facteurs de production "L" et "K"

$PPmg_l = \frac{\partial P}{\partial l} = 0{,}7\,k^{0,6} l^{-0,3}$

$PPmg_k = \frac{\partial P}{\partial k} = 0{,}6\,k^{-0,4}\,l^{0,7}$

2. La loi des rendements marginaux est-elle vérifiée ?

À court terme, si on combine un facteur de production variable **"L"** à un facteur de production fixe **"k$_0$"**, il existe un point (Point d'inflexion) au-delà duquel la production totale va croitre à un rythme sans cesse décroissant (c'est-à-dire, la contribution additionnelle suscitée par l'ajout de facteurs variables est de plus en plus faible => la productivité marginale diminue).

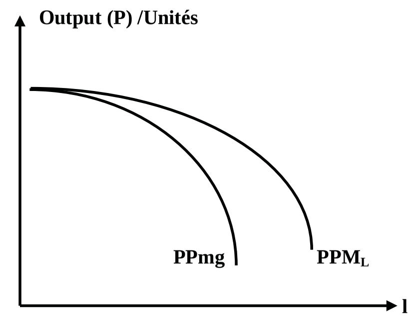
La fonction de production $\mathbf{P = f(k, l) = k^{0,6} \cdot l^{0,7}}$ obéit à la loi des rendements marginaux décroissants, si la productivité marginale décroît à partir d'un certain niveau, c'est-à-dire si la pente de la PPmg est négative :

$\frac{dPPmg}{dl} = \mathbf{-0{,}21 \cdot k^{0,6} \cdot l^{-1,3} < 0}$

La pente est négative, donc la fonction considérée vérifie la loi des rendements marginaux décroissants

3. La courbe de la productivité physique moyenne :

Comme la productivité physique marginale du facteur travail est décroissante dès le premier travailleur, la productivité physique moyenne est toujours décroissante et supérieure à la productivité physique marginale.



Mr. MANAA Boumediene