Corrigé Série de TD 1

Exercice 1

Nous allons réaliser l'apprentissage sur La base d'apprentissage décrite par la table suivante

e1	e2	x	
1	1	1	(1)
1	-1	1	(2)
-1	1	-1	(3)
-1	-1	-1	(4)

Conditions initiales : $\mu = +1$, les poids et le seuil sont nuls.
Calculons la valeur de x pour l'exemple (1) :

$$a = w_1.e_1 + w_2.e_2 - S = 0.0 \,.\, 1 + 0.0 \,.\, 1 - 0.0 = 0 \quad a \leq 0 \Rightarrow x = -1$$

La sortie est fausse, il faut donc modifier les poids en applicant :

$w_1 = w_1 + e_1.x = 0.0 + 1.1 = 1$

$w_2 = w_2 + e_2.x = 0.0 + 1.1 = 1$

On passe à l'exemple suivant (2) :

$a = 1.1 + 1.-1 -0.0 = 0 \quad a \leq 0 \Rightarrow x = -1$

La sortie est fausse, il faut donc modifier les poids en applicant :

$w_1 = 1 + 1.1 = 2$

$w_2 = 1 + 1.-1 = 0$

L'exemple (3) est correctement traité : a = -2 et x = -1 (la sortie est bonne).
On passe directement, sans modification des poids à l'exemple (4). Celui-ci aussi est correctement traité.

On revient alors au début de la base d'apprentissage : l'exemple (1). Il est correctement traité, ainsi que le second (2).

Tous les exemples sont correctement traités donc l'algorithme d'apprentissage est alors terminé.

Exercice 2

Soit le réseau composé de 4 neurones d'entrée et d'un neurone de sortie ($w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = S = 0$) et la base d'apprentissage

e1	e2	e3	e4	x
1	-1	1	-1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	-1	-1
1	-1	-1	1	-1

L'algorithme d'apprentissage ne permet pas de trouver une solution à ce problème.
Nous ne sommes capables d'exprimer une combinaison des activations en corrélation avec la sortie. Pourtant, il existe des solutions comme par exemple ($w_1 = -0.2$, $w_2 = -0.2$, $w_3 = 0.6$, $w_4 = 0.2$).

Exercice 3

Base d'exemples d'apprentissage :

e_1	e_2	d	
1	1	1	(1)
-1	1	-1	(2)
-1	-1	-1	(3)
1	-1	-1	(4)

Conditions initiales : $w_1 = -0.2$, $w_2 = +0.1$, $S = 0$, ($\mu = +0.1$)

a(1) = -0.2 + 0.1 -0.2 = -0.3

x(1) = -1 (la sortie désirée d(1) = +1, d'où modification des poids)

$w_1 = -0.2 + 0.1 \,.\, (1 + 1) \,.\, (+1) = 0$

$w_2 = +0.1 + 0.1 \,.\, (1 + 1) \,.\, (+1) = +0.3$

a(2) = +0.3 - 0.2 = +0.1

x(2) = +1 Faux

$w_1 = 0 + 0.1 \,.\, (-1 - 1) \,.\, (-1) = +0.2$

$w_2 = +0.3 + 0.1 \,.\, (-1 - 1) \,.\, (+1) = +0.1$

a(3) = -0.2 -0.1 -0.2 = -0.5 Ok

a(4) = +0.2 - 0.1 - 0.2 = -0.1 Ok

a(1) = +0.2 + 0.1 - 0.2 = +0.1 Ok

a(2) = -0.2 + 0.1 - 0.2 = -0.1 Ok

Tous les exemples de la base ont été correctement traités, l'apprentissage est terminé.
Le Perceptron réalise une partition de son espace d'entrée en 2 classes selon la valeur de sa sortie (+1 ou -1). La séparation de ces deux zones est effectuée par un hyperplan.
L'équation de la droite séparatrice est :

$w_1.e_1 + w_2.e_2 - S = 0$

Si on reprendre la question précédente et la résoudre en appliquant l'apprentissage du Perceptron. On ne modifiera pas le seuil S dans cet exemple précis.

$w_1 = -0.2$, $w_2 = -0.2$, $w_3 = 0.6$, $w_4 = 0.2$

Exercice 4

Le XOR ne peut pas être calculé par un perceptron linéaire à seuil (Théorème). Les données ne sont pas linéairement séparables. Pour apprendre le XOR on utilise un perceptron multicouche (suite du cours).