TP 1 : Méthodes numérique

RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS NON LINÉAIRES

Méthode de Dichotomie
(Une séance)

Manipulation

1- Etude préliminaire:

Soit la fonction $f(x) = (5-x)e^x - 3$ définie sur R .

- Ecrire une fonction Matlab, qui reçoit comme argument l'abscisse x et retourne la valeur $f(x)$.
- Tracer le graphe de la fonction $f(x)$ dans l'intervalle $[-2,6]$ (utiliser ***fplot***). Donner, à l'aide de ce graphe, une première approximation des racines.
- Utiliser la commande ***fzero*** pour trouver la racine positive de $f(x)$.

2- le script:

- Les données : $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ (limites de l'intervalle encadrant la racine) et la précision $\boldsymbol{\varepsilon}$,
- Le résultat : $\boldsymbol{x_r}$, la valeur rapprochée de la racine

Algorithme de la méthode :

affecter les valeurs de a, b et ε
tant que $|b-a| > \varepsilon$ **faire**
$x_r \leftarrow \dfrac{a+b}{2}$;
si $f(a)f(x_r) < 0$ **alors**
$b \leftarrow x_r$;
sinon
$a \leftarrow x_r$;
fin
fin
afficher la racine x_r

Ecrire un script permettant de calculer la racine positive approchée de $f(x) = 0$ en utilisant la méthode de Dichotomie. On donne $[a,b] = [4,6]$ et $\varepsilon = 10^{-6}$.

Questions supplémentaires :

Insérer dans le programme élaboré les instructions nécessaires pour :

1- Lire a et b puis tester si le signe de la fonction est bien différent en $f(a)$ et en $f(b)$ avant de commencer les calculs.
2- Afficher le nombre d'itérations effectuées pour arriver au résultat avec la précision voulue.
3- Tracer sur un graphe l'erreur $e_k = \left|x_r^{k)} - x_r^{(k-1)}\right|$ en fonction de l'itération k.

TP 2 : Méthodes numérique

RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS NON LINÉAIRES

Méthode du point fixe
(Une séance)

Manipulation

1- Etude préliminaire:

On considère la fonction $f(x) = 2\sin(x) - x$ admettant une racine unique dans l'intervalle $I = [\,1.5\,, 2]$.

- Tracer dans la même figure les graphes des fonctions $y(x) = x$ et $g(x) = 2\,sin(x)$ pour $1.5 \leq x \leq 2$. Donner, à l'aide de ces graphes, une valeur approximative de la racine de $f(x)$.
- Tracer dans une nouvelle figure le graphe de $g'(x)$ (dérivée de $g(x)$) pour $1.5 \leq x \leq 2$. En déduire $k = \max(|g'(x)|)$
- Conclure, d'après les graphes de $g(x)$ et $g'(x)$, sur la *stabilité* et la *contractance* de $g(x)$ dans I.

2- le script:

- Les données : $\boldsymbol{x_0}$ (terme initial) et la précision $\boldsymbol{\varepsilon}$,
- Le résultat : $\boldsymbol{x_r}$, la valeur rapprochée de la racine

Algorithme de la méthode :

affecter les valeurs de x_0 et ε

$x_r \leftarrow g(x_0);$

tant que $|x_r - x_0| > \varepsilon$ **faire**

  $x_0 \leftarrow x_r$;

  $x_r \leftarrow g(x_0)$;

fin

afficher la racine x_r

Ecrire un script qui calcule la racine approchée de $f(x) = 0$ en utilisant la méthode du point fixe. On donne $x_0 = 0.5$ et $\varepsilon = 10^{-6}$.

Questions supplémentaires :

Modifier le programme précédent pour :

1- Afficher le nombre d'itérations effectuées pour arriver au résultat avec la précision voulue et tracer sur un graphe l'erreur $e_k = \left|x_r^{(k)} - x_r^{(k-1)}\right|$ en fonction de l'itération k.

2- Calculer la racine en effectuant 50 itérations et tracer sur un graphe $x_r^{(k)}$ en fonction de l'itération k.

TP 3 : Méthodes numérique

RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS NON LINÉAIRES

Méthode de Newton
(Une séance)

Manipulation

1- Etude préliminaire:

On considère la fonction $f(x) = \frac{x}{2} - \sin(x) + \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ dont on veut calculer les racines par la méthode de Newton.

- Tracer les graphes des fonctions $f(x)$ et $f'(x)$ en fonction de x pour $-\pi/2 \leq x \leq \pi$. Etudier, à l'aide de ces graphes, la possibilité d'appliquer la méthode de Newton pour résoudre l'équation $f(x) = 0$
- Proposer d'après ces graphes un intervalle $[a\,,b]$ encadrant la racine de $f(x)$ où la méthode de Newton sera applicable.

2- le script:

- Les données : $\boldsymbol{x_0}$ (terme initial) et la précision **ε**,
- Le résultat : $\boldsymbol{x_r}$, la valeur rapprochée de la racine

Algorithme de la méthode :

affecter les valeurs de x_0 et ε

$x_r \leftarrow x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$;

tant que $|x_r - x_0| > \varepsilon$ **faire**

$x_0 \leftarrow x_r$;

$x_r \leftarrow x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$;

fin

afficher la racine x_r

Ecrire un script qui calcule la racine approchée de $f(x) = 0$ en utilisant la méthode de Newton. On donne $x_0 = b$ et $\varepsilon = 10^{-10}$.

Questions supplémentaires :

Modifier le programme précédent pour :

1- Afficher le nombre d'itérations effectuées pour arriver au résultat avec la précision voulue et tracer sur un graphe l'erreur $e_k = \left|x_r^{(k)} - x_r^{(k-1)}\right|$ en fonction de l'itération k.

2- Calculer la racine en effectuant N itérations avec N= 10, 20, 30, 40, 50. Tracer x_r^N en fonction de N.