

Examen de rattrapage
Introduction aux probabilités et statistique descriptive

Exercice 1 : (08 points)

Dans une petite localité, on a recensé le nombre de pièces de 250 appartements.

Nombre de pièces	1	2	3	4	5
Nombre d'appartements	63	100	50	25	12

1. Déterminer la population statistique, le caractère étudié et sa nature.
2. Donner le tableau statistique et représentez graphiquement la série.
3. Tracer la courbe cumulative décroissante.
4. Donner la fonction de répartition
5. Calculez le mode et la médiane. Interpréter les résultats.
6. Calculez la moyenne arithmétique; l'écart-type et l'intervalle interquartile.

Exercice 2 : (07 points)

Soit la répartition des salaires journaliers des employés d'une usine comme suit :

Salaires (10^2 DA)	[5, 6[[6, 7[[7, 8.5 [[8.5, 9[[9, 10[
Nombre d'employés	120	190	240	100	50

1. Déterminer la population statistique, le caractère étudié et sa nature.
2. Donner la représentation graphique de la distribution.
3. Calculer le mode et la médiane, et donner leurs significations.
4. Calculer le salaire journalier moyen et l'écart-type.
5. Quel est le nombre d'employés qui perçoivent un salaire inférieur à 8,5 (10^2 DA) par jour.

Exercice 3 : (05 points)

1. Combien de mots (avec ou sans signification) de 3 lettres distinctes peut-on écrire avec les 26 lettres de l'alphabet ?
2. Combien de mots (avec ou sans signification) peut-on former avec les lettres du mot EQUATION ?
3. Le maître de gymnastique forme une équipe de 5 joueurs en prenant 3 joueurs parmi les 9 élèves d'une classe, et 2 joueurs parmi les 8 élèves d'une autre classe. De combien de manières peut-il former l'équipe ?
4. Un sac contient 6 perles rouges, 5 perles bleues et 4 perles vertes. On tire successivement et sans remise cinq perles de ce sac.
 - a) Combien y a-t-il de tirages contenant exactement 2 perles rouges, 2 perles bleues et une perle verte?
 - b) Donner le nombre de tirages contenant au moins 4 perles bleues?

Probabilités et statistique descriptive (Corrigé)

Exercice N° 1

- population étudiée : 250 appartements
 - Caractère étudié : nombre de pièces de chaque appartement
 - Nature : quantitatif discret

2) Tableau statistique

Nombre de pièces	Effectif n_i	Fréquence f_i	$F_i \uparrow$	$F_i \downarrow$
1	63	0,25	0,25	1
2	100	0,40	0,65	0,75
3	50	0,20	0,85	0,35
4	25	0,10	0,95	0,15
5	12	0,05	1	0,05
Σ	250	1		

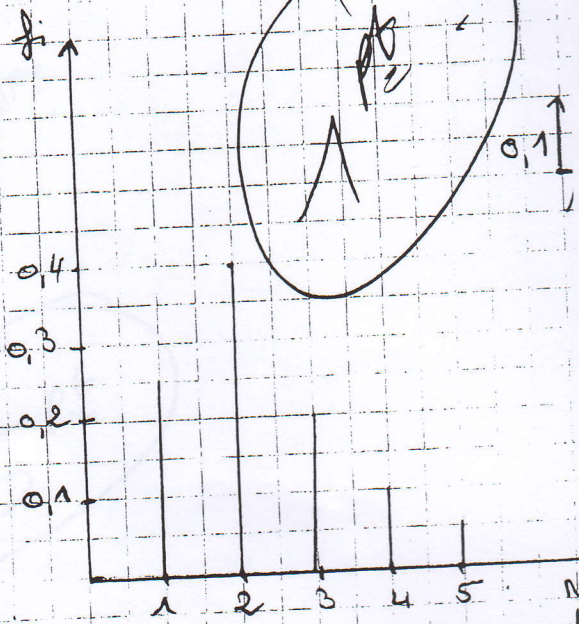
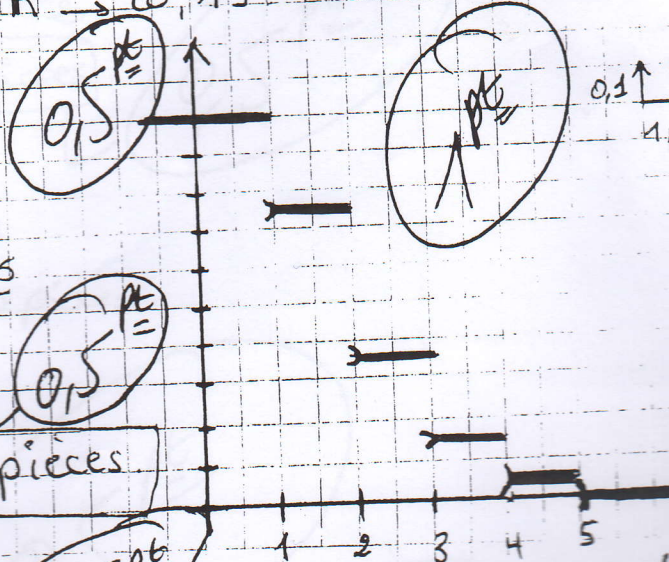


Diagramme en bâton du nombre de pièces des 250 appartements

3) Fonction de répartition $F(x)$, $R(x)$ $\in [0, 1]$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ 0,25 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 0,65 & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 0,85 & \text{si } 3 \leq x < 4 \\ 0,95 & \text{si } 4 \leq x < 5 \\ 1 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$



4) Calcul du mode

Calcul de la médiane

$$n = 250 \Rightarrow \frac{n}{2} = 125$$

$$Me = X_{(n/2)} = X_{125} = 2 \text{ pièces}$$

courbe cumulative décroissante

• Calcul de la moyenne arithmétique

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^5 n_i x_i = \frac{573}{250}$$

$$\bar{x} = 2,29 \text{ pièces}$$

5) ...

$$0,5 \text{ pt}$$

1	63	63	63
2	100	200	400
3	50	150	450
4	25	100	400
5	12	60	300
Σ	250	573	1613

• Calcul de la variance et l'écart-type

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^5 n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$= \frac{1613}{250} - (2,29)^2$$

$$V(x) = 1,20$$

$$\sigma = \sqrt{V(x)} = \sqrt{1,20}$$

$$\sigma = 1,10 \text{ pièces}$$

$$0,5 \text{ pt}$$

• Calcul de l'intervalle interquartile

$$I Q = Q_3 - Q_1$$

• Calcul de Q_1

$$Q_1 = x_{1/4} \approx 0,25 \Rightarrow Q_1 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$Q_1 = 1,5 \text{ pièces}$$

$$0,5 \text{ pt}$$

• Calcul de Q_3

$$Q_3 = x_{3/4} \approx 0,75$$

$$Q_3 = x_3 = 3 \text{ pièces}$$

$$Q_3 = 3 \text{ pièces}$$

$$I Q = Q_3 - Q_1 = 3 - 1 = 2$$

$$I Q = 2 \text{ pièces}$$

$$0,5 \text{ pt}$$

Page 2

Suite de l'exercice 01.

Interprétation du Mode M_0

$M_0 = 2$ pièces

0,5^{pt}
=

Le nombre de pièces le plus fréquent est, 2 pièces.

Interprétation de la médiane:

$M_e = 2$ pièces.

0,5^{pt}
=

50% des appartements ont un nombre de pièces ≤ 2 pièces.

Page 3

Exercice IV = 2)

1) population statistique: les employés d'une usine

• Caractère: le salaire journalier

• Nature: quantitatif continu

0,25 pt

0,25 pt

0,25 pt

2) Tableau statistique

amplitude unité $a=1$

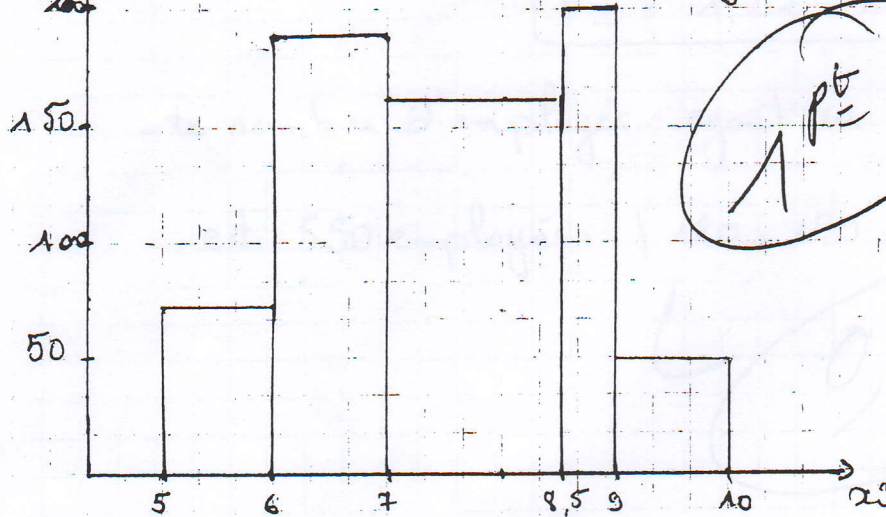
Salaires x_i (10^2 DA)	n_i	a_i	c_i	f_i	F_i	$n_i \cdot C$ Corrigé	$n_i \cdot c_i$	$n_i \cdot c_i^2$
[5, 6[120	1	5,5	0,17	0,17	120	660	3630
[6, 7[190	1	6,5	0,27	0,44	190	1235	8027,5
[7, 8,5[240	1,5	7,75	0,34	0,79	360	1860	14415
[8,50, 9[100	0,5	8,75	0,14	0,93	200	875	7656,25
[9, 10[50	1	9,5	0,07	1	50	475	4512,5
Σ	700			1			5105	38241,25



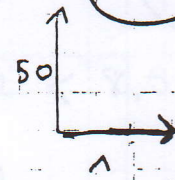
0,5 pt

C corrigés

Histogramme des employés (des effectifs)



1 pt



3) calcul du mode:

Histogramme ...

la classe modale est [8,50, 9[

$$M_0 = e_i + a_i \frac{O_i}{O_1 + O_2} = 8,5 + 0,5 \frac{40}{40 + 150}$$

0,5 pt

$$M_0 = 8,6 \times 10^2 \text{ da}$$

0,5 pt

Interprétation: le salaire le plus fréquent est $8,6 \cdot 10^2$ da

• Calcul de la médiane M_e :

$$M_e \in [7, 8,5[\quad M_e = \frac{a_i}{(0,5 - F_{i-1}) + e_i}$$

Page 4

$$M_e = \frac{1,5}{0,34} \times (0,5 - 0,44) + 7$$

$$M_e = 7,26 \cdot 10^2 \text{ da}$$

INTERPRÉTATION:

50% des employés ont un salaire $\leq 7,26 \cdot 10^2 \text{ da}$

4) Calcul de salaire journalier moyen \bar{x}

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^s n_i x_i = \frac{5105}{700} = 7,29 \cdot 10^2 \text{ DA}$$

$$\bar{x} = 7,29 \cdot 10^2 \text{ DA}$$

• Calcul de l'écart-type

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^s n_i x_i^2 - (\bar{x})^2 =$$

$$= \frac{1}{700} \cdot 38241,25 - (7,29)^2$$

$$V(x) = 1,49 \cdot 10^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)} = \sqrt{1,49} = 1,22$$

$$\sigma_x = 1,22 \cdot 10^2 \text{ DA}$$

• le nombre d'employés ayant un salaire $< 8,5 \cdot 10^2 \text{ DA}$

est 550 employés, $(120 + 190 + 240) = 550$ employés

$$0,75$$

Exercice 05:

1) Nombre de mots de trois lettres distinctes

$$A_{26}^3 = \frac{26!}{(26-3)!} = 26 \times 25 \times 24 = 15600 \text{ mots.}$$

$$A_{26}^3 = 15600 \text{ mots.}$$

1 pt

2) Nombre de mots formés avec les lettres du mot EQUATIO

$$P_8 = 8! = 40320 \text{ mots}$$

1 pt

3) Nombre de manière de former une équipe de 5 joueurs

$$C_9^2 \times C_8^2 = \frac{9!}{6!3!} \times \frac{8!}{6!2!} = 84 \times 28$$

$$= 2352 \text{ manières.}$$

1 pt

4) a) Nombre de tirages contenant 2 perles rouges
2 perles bleues, une perle verte.

$$A_6^2 \times A_5^2 \times A_4^1 \times \frac{5!}{2!2!} = \frac{6!}{4!} \times \frac{5!}{3!} \times \frac{4!}{3!} \times \frac{3 \times 4 \times 5}{2}$$

$$= (5 \times 6) \times (4 \times 5) \times 4 \times (3 \times 2 \times 5) = 72000 \text{ tirages.}$$

1 pt

b) Nombre de tirages contenant au moins 4 perles bleues.

$$\left(A_5^4 \times A_{10}^1 \right) \times \frac{5!}{4!} + A_5^5 = \frac{5!}{4!} \times \frac{10!}{9!} \times 5 + \frac{5!}{0!}$$

$$= (2 \times 3 \times 4 \times 5) \times 10 \times 5 \times (2 \times 3 \times 4 \times 5)$$

$$= 6120 \text{ tirages}$$

1 pt

Page 6