

Série de TD n°03

Exercice n°1

Dans les deux cas ci-dessous, déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions : f_1 , f_2 , $f_1 \circ f_2$ et $f_2 \circ f_1$.

a. $f_1: x \mapsto \frac{1}{x-1}$

$f_2: x \mapsto x^2 - 3$

b. $f_1: x \mapsto x^2 + 3x - 5$

$f_2: x \mapsto \frac{1}{x+1}$

Exercice n°2

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes et étudier leur parité :

$f_1: x \mapsto \frac{x^3+x}{x^2-1}$

$f_2: x \mapsto \frac{x^2-4}{|x|-2}$

$f_3: x \mapsto \sqrt{x^2 - 9}$

$f_4: x \mapsto \sqrt{\frac{x-3}{x+1}}$

Exercice n°3

On donne la fonction f définie sur \mathbb{R} par: $f(x) = \cos 2x - 2 \cos x$.

1. Montrer que f est de périodique 2π .
2. Montrer que f est paire.

Exercice n°4

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et les inéquations suivantes :

1. $|x + 2| = 7$
2. $|x - 3| = 6$
3. $|x - 2| \leq 3$
4. $|1 - 2x| \leq 2$
5. $|2x + 3| \leq |x - 1|$.

Exercice n°5

Trouver dans \mathbb{R} l'ensemble des solutions de l'inéquation $|x + 1| \leq x^2 + 1$.

Exercice n°6

On considère les ensembles, parties de \mathbb{R} , suivants :

$$A =]0, 3] ; \quad B =]0, 1] \cup]3, 5[; \quad C = \{0\} \cup]1, 3] ; \quad D = \left\{ \frac{1}{x}, x \in [1, 3] \right\}.$$

Déterminer pour chacun de ces ensembles l'ensemble des majorants, l'ensemble des minorants, la borne supérieure, la borne inférieure, le maximum et le minimum s'ils existent.

Exercice n°7

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 4x - 1$.

1. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -(x - 2)^2 + 3$.
2. Montrer que f admet un maximum qu'on précisera.
3. Résoudre $f(x) \leq -1$.
4. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq (4x + 2)$.