

## Série de TD n°03

### Exercice n°1

Dans les deux cas ci-dessous, déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions :  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_1 \circ f_2$  et  $f_2 \circ f_1$ .

$$\begin{array}{ll} \text{a. } f_1: x \mapsto \frac{1}{x-1} & f_2: x \mapsto x^2 - 3 \\ \text{b. } f_1: x \mapsto x^2 + 3x - 5 & f_2: x \mapsto \frac{1}{x+1} \end{array}$$

### Exercice n°2

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes et étudier leur parité :

$$f_1: x \mapsto \frac{x^3+x}{x^2-1} \quad f_2: x \mapsto \frac{x^2-4}{|x|-2} \quad f_3: x \mapsto \sqrt{x^2-9} \quad f_4: x \mapsto \sqrt{\frac{x-3}{x+1}}$$

### Exercice n°3

On donne la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par:  $f(x) = \cos 2x - 2 \cos x$ .

1. Montrer que  $f$  est de période  $2\pi$ .
2. Montrer que  $f$  est paire.

### Exercice n°4

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et les inéquations suivantes :

1.  $|x+2| = 7$
2.  $|x-3| = 6$
3.  $|x-2| \leq 3$
4.  $|1-2x| \leq 2$
5.  $|2x+3| \leq |x-1|$ .

### Exercice n°5

Trouver dans  $\mathbb{R}$  l'ensemble des solutions de l'inéquation  $|x+1| \leq x^2 + 1$ .

### Exercice n°6

On considère les ensembles, parties de  $\mathbb{R}$ , suivants :

$$A = ]0, 3] ; \quad B = ]0, 1] \cup ]3, 5[ ; \quad C = \{0\} \cup ]1, 3] ; \quad D = \left\{ \frac{1}{x}, x \in [1, 3] \right\}.$$

Déterminer pour chacun de ces ensembles l'ensemble des majorants, l'ensemble des minorants, la borne supérieure, la borne inférieure, le maximum et le minimum s'ils existent.

### Exercice n°7

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ .

1. Montrer que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -(x-2)^2 + 3$ .
2. Montrer que  $f$  admet un maximum qu'on précisera.
3. Résoudre  $f(x) \leq -1$ .
4. Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq (4x+2)$ .