Université A. Mira - Bejaia
Faculté des Sciences Exactes
Département de Physique/SM

Série de TD n°04

Exercice n°1

Calculer les limites suivantes, lorsqu'elles existent :

1. $\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{2}{1-x^2}\right)$ 2. $\lim_{x\to \pi}\left(\frac{\sin^2 x}{1+\cos}\right)$ 3. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2+2|x|}{x}\right)$

4. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x^2}}{x}\right)$ 5. $\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{x^3+x+1}{5x^3+3x^2+2}\right)$ 6. $\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{x+\cos}{x+\sin}\right)$

Exercice n°2

Etudier la continuité de la fonction définie ci-dessous sur son domaine de définition.

$$f(x)=\begin{cases}\ln x & x\in\,]0,1] \\ 3x^2-3 & x\in\,]1,+\infty[\end{cases}$$

Exercice n°3

Soit la fonction f définie par: $f(x)=\begin{cases}1-\ln x & x\in\,]0,1] \\ x^2-a & x\in\,]1,+\infty[\end{cases}$

1. On pose $a=2$. Etudier la continuité de f sur son domaine de définition D_f.

2. Trouver la valeur de a qui rend f continue sur D_f.

Exercice n°4

Les fonctions suivantes sont-elles prolongeables par continuité sur $\mathbb{R}$? Si oui, donner l'expression du prolongement. $f(x)=x^2\cos\frac{1}{x}$; $g(x)=\frac{1}{1-x}-\frac{2}{1-x^2}$

Exercice n°5

En utilisant le théorème des valeurs intermédiaires :

1. Montrer que l'équation $x^3-3x=3$ admet au moins une solution dans $\mathbb{R}$.

2. Montrer que la fonction g, définie par $g(x)=x^3-3x-3$, s'annule au moins une fois sur l'intervalle $]1,3[$.

Exercices Supplémentaires

(Ces exercices ne seront pas corrigés en TD mais il est fortement recommandé de les faire)

Exercice n°6

Calculer les limites suivantes, lorsqu'elles existent:

$\lim_{x\to 1}\left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}\right)$; $\lim_{x\to +\infty}\left(x^5\, e^{-x^2}\right)$; $\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{e^{3x}+2x+2}{e^x+e^{-x}}\right)$; $\lim_{x\to -\infty}\left(\frac{x^2+2|x|}{x}\right)$

Exercice n°7

Etudier la continuité de la fonction suivante sur son domaine de définition.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{|x|}{x}\sqrt{|x|} & x\neq 0 \\ 0 & x=0\end{cases}$$

Exercice n°8

Soit f la fonction définie par: $f(x)=x^3+x^2+x+\lambda$ $(\lambda\in\mathbb{R})$.

Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet au moins une racine réelle.