Département :MI 1[ème] année Durée : 2h00 02 Octobre 2011	**Rattrapage de structure machine**	Nom & Prénom : .... Groupe :	Page 1/5

Indication importante : Les calculatrices sont interdites

/ 20

CHAPITRE I – LES SYSTÈMES DE NUMÉRATION (sur 6 points)

Q1 – *Représentation des nombres signés (**1,5 points**) :* En supposant que le nombre « 11111110 » est en complément à un sur *8 bits* quelle est sa valeur :

En décimal : $(11111110)_{C1}$ = $\mathbf{(-1)_{10}}$..

En complément à 2 : $(11111110)_{C1}$ =$\mathbf{(11111111)_{C2}}$ ....

En S+VA : $(11111110)_{C1}$ = $\mathbf{(10000001)_{S+VA}}$..

Q2 – *Calcul avec les entiers signés (**2 points**)* : En se servant d'une représentation sur ***6 bits*** (bit de signe compris), faire la somme [(-30) + (-16)] en utilisant la représentation en complément à deux.

$(30)_{10}$ = $\mathbf{(011110)_2}$ ⇒ $(-30)_{10}$ = $\mathbf{(100010)_{C2}}$

$(16)_{10}$ = $\mathbf{(010000)_2}$ ⇒ $(-16)_{10}$ = $\mathbf{(110000)_{C2}}$

Faites le calcul ci-dessous :

En décimal		Représentation en C2 b5	b4	b3	b2	b1	b0
$(-30)_{10}$		**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**
$(-16)_{10}$		**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**
$=(-23)_{10}$	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**

Que déduisez-vous du résultat ? :

Les deux nombre étant négatifs additionnés donnent un nombre positif. Cela témoigne d'un débordement de capacité.

Q3 – *Conversion (**1 point**) : $(100,6)_{12}$ = (?)$_5$*

Étapes	*Donnez ici uniquement le résultat (la partie décimale sur 2 chiffres)*
$(100)_{12}$ = (?)$_5$	*$(100)_{12}$ = $(1x144)_{10}$= $(144)_{10}$=$\mathbf{(1034)_5}$*
$(0,6)_{12}$ = (?)$_5$	$(0,6)_{12}$ = $(6/12)_{10}$ = $(0,5)_{10}$ = $\mathbf{(0,22)_5}$ **(à deux chiffres après la virgule !)**
$(100,6)_{12}$ = (?)$_5$	*$\mathbf{(1034,22)_5}$*

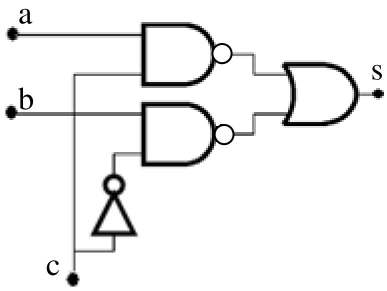
Q4 – *Conversion (**1,5 point**) : $(200,2)_4$ = (?)$_8$*

Étapes	Donnez ici uniquement le résultat
$(200)_4$ = (?)$_8$	*$(200)_4$* = $(10\ 00\ 00)_2$ = $(100\ 000)_2$ = $\mathbf{(40)_8}$
$(0,2)_4$ = (?)$_8$	$(0,2)_4$ = $(0,10)_2$ = $(0,100)_2$ = $\mathbf{(0,4)_8}$
$(200,2)_4$ = (?)$_8$	$\mathbf{(40,4)_8}$

Nom & Prénom :	Groupe :	**Page 2/5**

CHAPITRE III – CIRCUITS LOGIQUES COMBINATOIRES (sur 4 points)

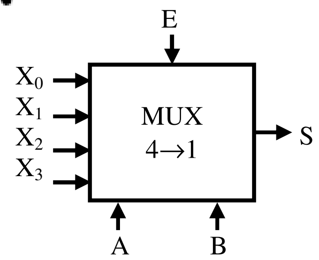
Q5 – *Analyse de circuits* ***(1 point) :***
Donnez l'équation de la fonction ***s*** représentée par le logigramme suivant :



$$\boldsymbol{s = (\overline{a.c}) + (\overline{b.\bar{c}})}$$

Q6 – *Multiplexeur* ***(1 point) :*** Soit un multiplexeur caractérisé par ceci :

- Deux entrées de commande ***A*** et ***B***
- Une entrée de validation ***E***
- Quatre entrées de données (***X_0, X_1, X_2*** et ***X_3***)
- Voici la fonction de la sortie de ce multiplexeur



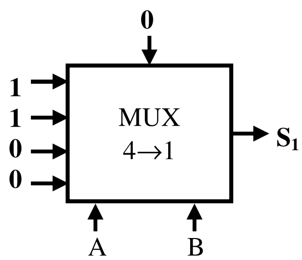
$$\boldsymbol{S = \bar{E}\bar{B}\bar{A}X_0 + \bar{E}\bar{B}AX_1 + \bar{E}B\bar{A}X_2 + \bar{E}BAX_1}$$

On vous demande de vous servir de ce circuit pour réaliser la fonction suivante :

$$\boldsymbol{S_1 = \bar{B}\bar{A} + \bar{B}A}$$

Attention, on ne vous demande que de donner le schéma du circuit logique en vous basant sur le schéma du multiplexeur ci-dessus :

Donnez le schéma du circuit logique de S1 ici



Q6 – *Détecteur de débordement* ***(2 points) :*** Vous savez déjà que des débordements de capacité peuvent se produire lors des calculs numériques. En fait, on dit qu'il y a débordement lorsque le nombre à représenter nécessite plus de bits que ce qu'offre la machine. Cette situation se produit dans les deux cas suivants :

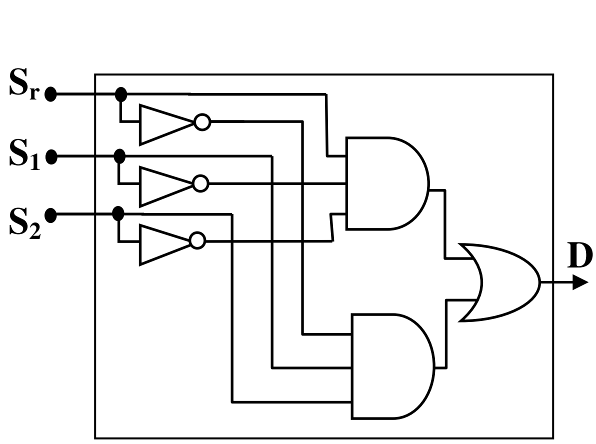
- Lorsqu'on additionne deux nombres positifs et on obtient un nombre négatif
- Lorsqu'on additionne deux nombres négatifs et on obtient un nombre positif.

En supposant que la sortie du circuit à réaliser s'appel ***D*** (pour débordement) et que ses entrées s'appelles ***S_1, S_2 et S_r*** (« *S_1*, *S_2* » pour signe du premier nombre et signe du second nombre « *Sr* » pour signe du résultat). On vous demande de donner l'équation de la fonction ***f*** définie par : ***D = f(S_1,S_2,Sr)***

Equation de ***D***

$$\boldsymbol{D = S_r.(\overline{S_1}.\overline{S_2}) + \overline{S_r}.(S_1.S_2)}$$

Logigramme



CHAPITRE II – ALGÈBRE DE BOOLE ET CIRCUITS LOGIQUES (sur 10 points)

Q12 – *Mintermes* ***(1 point) :*** Donnez les termes algébriques correspondant aux mintermes suivant sachant que nous avons 5 variables (**x_4, x_3, x_2, x_1** et **x_0**)

Mintermes	Terme algébrique correspondant
m_2	$\overline{x_4}.\overline{x_3}.\overline{x_2}.x_1.\overline{x_0}$
m_4	$\overline{x_4}.\overline{x_3}.x_2.\overline{x_1}.\overline{x_0}$

Mintermes	Terme algébrique correspondant
m_{15}	$\overline{x_4}.x_3.x_2.x_1.x_0$
m_{31}	$x_4.x_3.x_2.x_1.x_0$

Q13 – *Forme canonique et table de vérité* ***(2 points)*** : Soit la fonction logique F suivante :

$$\boldsymbol{F(a,b,c) = \overline{a.b.c}}$$

A – Trouver la forme canonique **disjonctive** de la fonction *F(a, b, c)*

$$\boldsymbol{F(a,b,c) = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c}}$$
$$\boldsymbol{F(a,b,c) = \bar{a}(b + \bar{b}) + \bar{b}(a + \bar{a}) + \bar{c}(a + \bar{a})}$$
$$\boldsymbol{F(a,b,c) = (\bar{a}b + \bar{a}\bar{b}) + (\bar{b}a + \bar{b}\bar{a}) + (\bar{c}a + \bar{c}\bar{a})}$$
$$\boldsymbol{F(a,b,c) = (\bar{a}b + \bar{a}\bar{b}) + (a\bar{b} + \bar{a}\bar{b}) + (a\bar{c} + \bar{a}\bar{c})}$$
$$\boldsymbol{F(a,b,c) = a\bar{b} + a\bar{c} + \bar{a}b + \bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c}}$$
$$\boldsymbol{F(a,b,c) = a\bar{b}(c + \bar{c}) + a\bar{c}(b + \bar{b}) + \bar{a}b(c + \bar{c}) + \bar{a}\bar{b}(c + \bar{c}) + \bar{a}\bar{c}(b + \bar{b})}$$
$$\boldsymbol{F(a,b,c) = (a\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c}) + (a\bar{c}b + a\bar{c}\bar{b}) + (\bar{a}bc + \bar{a}b\bar{c}) + (\bar{a}\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}\bar{c}) + (\bar{a}\bar{c}b + \bar{a}\bar{c}\bar{b})}$$
$$\boldsymbol{F(a,b,c) = a\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c} + (ab\bar{c} + a\bar{b}\bar{c}) + (\bar{a}bc + \bar{a}b\bar{c}) + (\bar{a}\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}\bar{c}) + (\bar{a}b\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c})}$$
$$\boldsymbol{F(a,b,c) = ab\bar{c} + a\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}}$$
$$\boldsymbol{F(a,b,c) = ab\bar{c} + a\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}\bar{c}}$$
$$\boldsymbol{F(a,b,c) = m_6 + m_5 + m_4 + m_3 + m_2 + m_1 + m_0}$$

B – Donnez la table de vérité de la fonction *F(a, b, c)* :

Mintermes	*a*	*b*	*c*	*F(a,b,c)*
m_0	0	0	0	1
m_1	0	0	1	1
m_2	0	1	0	1
m_3	0	1	1	1
m_4	1	0	0	1
m_5	1	0	1	1
m_6	1	1	0	1
m_7	1	1	1	0

***Q14 –** <u>Opérateur NAND</u> **(2 points)** :*

B – Exprimez uniquement à l'aide de l'opérateur NAND la fonction F suivante : $F(x,y) = xy$

$$F(x,y) = x.y = \overline{(\overline{x.y})} = (x \uparrow y) \uparrow (x \uparrow y)$$

C – Exprimez uniquement à l'aide de l'opérateur NAND la fonction F suivante : $F(x,y) = \overline{x}y$

$$F(x,y) = \overline{x}.y = = (\overline{x} \uparrow y) \uparrow (\overline{x} \uparrow y)$$

$$F(x,y) = \overline{x}.y = = \big((x \uparrow x) \uparrow y\big) \uparrow \big((x \uparrow x) \uparrow y\big)$$

***Q14 –** <u>Opérateur XOR</u> **(2 points)** :*

A – Exprimez uniquement à l'aide des opérateurs de base (ET, OU et NON) la fonction F suivante : $F(x,y) = \overline{x \oplus y}$ ⇨

$$F(x,y) = \overline{x \oplus y} = \overline{(\overline{x}y + x\overline{y})}$$

$$F(x,y) = \overline{(\overline{x}y)}\ \overline{(x\overline{y})}$$

$$F(x,y) = (x + \overline{y})(\overline{x} + y)$$

$$F(x,y) = x\overline{x} + xy + \overline{x}\overline{y} + y\overline{y}$$

$$F(x,y) = xy + \overline{x}\overline{y}$$

B – Vérifiez si $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$

⇩

$$(x \oplus y) \oplus z = (\overline{x \oplus y})z + (x \oplus y)\overline{z}$$

$$(x \oplus y) \oplus z = (xy + \overline{x}\,\overline{y})z + (\overline{x}y + x\overline{y})\overline{z}$$

$$\boxed{(x \oplus y) \oplus z = xyz + \overline{x}\,\overline{y}z + \overline{x}y\overline{z} + x\overline{y}\overline{z}} \quad 1$$

$$x \oplus (y \oplus z) = \overline{x}(y \oplus z) + x\,\overline{(y \oplus z)}$$

$$x \oplus (y \oplus z) = \overline{x}(\overline{y}z + y\overline{z}) + x\,(yz + \overline{y}\,\overline{z})$$

$$x \oplus (y \oplus z) = (\overline{x}\,\overline{y}\,z + \overline{x}\,y\,\overline{z}) + (xyz + x\,\overline{y}\,\overline{z})$$

$$\boxed{x \oplus (y \oplus z) = xyz + \overline{x}\,\overline{y}\,z + \overline{x}\,y\,\overline{z} + x\,\overline{y}\,\overline{z}} \quad 2$$

1 = 2 ⇒ Egalité vérifiée

Nom & Prénom :	Groupe :

Q15 – *Simplification des fonctions logiques* ***(3 points) :***

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Soit la fonction ***f(x,y,z)*** définie par la table de vérité suivante:

A – Ecrire cette fonction sous sa forme canonique disjonctive :

$$f(x,y,z) = m_0 + m_3 + m_4 + m_6 + m_7$$

$$f(x,y,z) = \bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z} + \bar{x}\,y\,z + x\,\bar{y}\,\bar{z} + x\,y\,\bar{z} + x\,y\,z$$

B – Simplifier cette forme canonique en utilisant la méthode algébrique :

$$f(x,y,z) = \bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z} + \bar{x}\,y\,z + x\,\bar{y}\,\bar{z} + x\,y\,\bar{z} + x\,y\,z$$

$$f(x,y,z) = (\bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z} + x\,\bar{y}\,\bar{z}) + (\bar{x}\,y\,z + x\,y\,z) + x\,y\,\bar{z}$$

$$f(x,y,z) = \big((x + \bar{x})\,\bar{y}\,\bar{z}\big) + \big((x + \bar{x})\,y\,z\big) + x\,y\,\bar{z}$$

$$f(x,y,z) = \bar{y}\,\bar{z} + y\,z + x\,y\,\bar{z}$$

$$f(x,y,z) = \bar{y}\,\bar{z} + (\,z + x\,\bar{z})y$$

$$f(x,y,z) = \bar{y}\,\bar{z} + (\,z + x)y$$

$$f(x,y,z) = \bar{y}\,\bar{z} + yz + xy$$

$$\boxed{f(x,y,z) = xy + yz + \bar{y}\,\bar{z}}$$

C – Simplifier cette forme canonique en utilisant la méthode de Karnaugh :

❶ Complétez ici le tableau de Karnaugh

z \ x y	00	01	11	10
0	1		1	1
1		1	1	

g3 g2 g1

❷ Donnez ici les équations de chaque groupe

$$g_1 = xy$$

$$g_2 = yz$$

$$g_3 = \bar{y}\,\bar{z}$$

❸ Déduire la formule simplifiée de la fonction

$$\boxed{f(x,y,z) = xy + yz + \bar{y}\,\bar{z}}$$