Chapitre 2 - Algèbre de Boole et Circuits Logiques

Série TD2

George Boole

Séance de TD4 (Semaine du 1 au 7 mai 2016)

Lors de cette séance les chargés de TD doivent remettre aux étudiants un QCM à rendre dans 2 semaines.

Exo1 – Citez tous les axiomes de l'algèbre de Boole

Exo2 – Que veut-on dire par fonction involutive ?

Exo3 – Démontrer la propriété : « x + x + x = x ». (Indiquez quelle est l'axiome que vous utilisez).

Exo4 – Démontrer la propriété : « $x + x + \bar{x} = 1$ ». (Indiquez, pour chaque étape quelle est la propriété que vous utilisez).

Exo5 – Démontrer la propriété : « $x + 1 = 1$ ». (Indiquez, pour chaque étape quelle est l'axiome que vous utilisez).

Exo6 – Démontrer la propriété : « $x\,.\,0 = 0$ ». (Indiquez, pour chaque étape quelle est l'axiome que vous utilisez).

Exo7 – L'ensemble V={0,1} muni des lois « . » et « + » et de la fonction involutive négation (ou inversion logique $\boldsymbol{f(x) = \bar{x}}$) est une algèbre de Boole.

- Q1 : Est-ce que l'opérateur « . » est le produit arithmétique ? Sinon, indiquez comment on l'appel ?
- Q2 : Est-ce que l'opérateur « + » est la somme arithmétique ? Sinon, indiquez comment on l'appel ?
- En vous servant d'une table de vérité, indiquez les valeurs de *x+y* et *x.y* et de $\bar{x}$

Exo8 – Soient *x* et *y* deux variables booléennes

$(x,y)\in V^2$ où V={0,1}

On définit l'opérateur ⊕ de la manière suivante :

$x \oplus y = 1$ si et seulement si $x \neq y$

Montrez, à l'aide d'une table de vérité que

$$\boldsymbol{x \oplus y = \bar{x}.y + x.\bar{y}}$$

On définit l'opérateur $\overline{\oplus}$ de la manière suivante :

$x \overline{\oplus} y = 1$ si et seulement si $x = y$

Montrez, à l'aide d'une table de vérité que

$$\boldsymbol{x \overline{\oplus} y = \overline{x \oplus y}}$$

Séance de TD5 (Semaine du 8 au 14 mai 2016)

Exo9 – Trouvez le complément de : $A + \bar{B}\,.\,C$

Indication **:** le résultat doit être composé uniquement de Mintermes

Exo10 – Si je trouve un ensemble d'opérateurs **{*O₁, O₂, … Oₙ*}** de sorte que toute fonction logique peut être exprimée à base des opérateurs de cet ensemble. Comment qualifierez-vous cet ensemble.

Exo11 – La loi de ***De Morgan*** stipule que la négation d'une somme logique est égale au produit des négations et la négation d'un produit logique est égale à la somme des négations.

- Appliquez cette loi sur 2 variables x_1 et x_2.
- Appliquez cette loi sur 3 variables x_1, x_2 et x_3.
- Appliquez cette loi sur ***n*** variables x_1, x_2, …, x_n.
- En vous servant d'une table de vérité, démontrer cette loi pour 2 variables x_1 et x_2.

Exo12 – Montrer comment l'opérateur « **ET »** peut être obtenu à partir des opérateurs « **OU** » et « **NON** ». De même pour l'opérateur « **OU** » avec les opérateurs « **ET »** et « **NON »**. Je précise que « ET » est noté « . », « OU » est noté « + » et « NON(x) » pas $\bar{x}$.
Que déduisez-vous à propos de l'ensemble {ET, NON} et de l'ensemble {OU, NON}

Exo13 – Soit $\boldsymbol{f(x,y,z) = \bar{x}.y + y.z}$

- Exprimez cette fonction à base uniquement de l'opérateur NAND : $\boldsymbol{x \uparrow y = \overline{x.y}}$
- Exprimez cette fonction à base uniquement de l'opérateur NOR : $\boldsymbol{x \downarrow y = \overline{x+y}}$

Exo14 – Donnez la table de vérité de la fonction :

$$\boldsymbol{f(x,y,z) = \bar{x}.y + x.\bar{y} + x.y.z}$$

Indication : Vous devez d'abord exprimer ***f(x,y,z)*** sous sa forme canonique disjonctive, puis vous déduisez sa table de vérité.

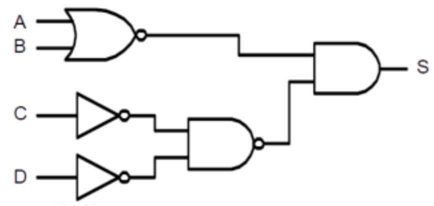
Exo15 – Donnez la forme canonique disjonctive (FCD) de la fonction $\boldsymbol{f(x,y,z) = \bar{x}.y + y.z}$
Déduire sa table de vérité

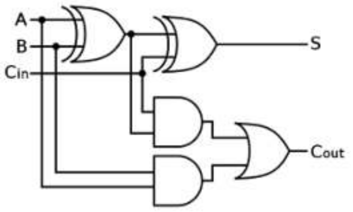
Exo16 – Donnez le logigramme de $\boldsymbol{f = (x + \bar{y}) \uparrow (x \oplus z)}$

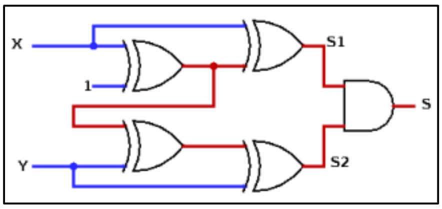
Séance de TD6 (Semaine du 15 au 21 mai 2016)

Les étudiants doivent montrer le QCM qui leur a été donné lors de la séance n°4. Une correction du QCM doit être donnée par le chargé de TD (15 minutes).

Exo17 – Donnez les équations de sorite des circuits ci-dessous







	x							
	0				1			
yz→ tu ↓	00	01	11	10	10	11	01	00
00								
01								
11								
10								

	x							
	0				1			
yz→ tu ↓	00	01	11	10	10	11	01	00
00								
01								
11								
10								

Exo18 – Donnez la table de vérité de la fonction ***F*** suivante : ***F(x,y,z,t)*** = **Σ(0,2,3,7,14,15)**

Exo19 – Indiquez par une croix toutes les cases adjacentes de la case de couleur foncée

yz→ t ↓	00	01	11	10
0				
1				

yz→ tu ↓	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Exo20 – Soit la fonction F suivante :

A - Donnez la forme canonique disjonctive de F

B – En utilisant la méthode algébrique donnez une forme simplifiée de ***F*** à base des opérateurs **ET**, **OU** et **NON**

C – En utilisant la méthode algébrique donnez une forme simplifiée de F à base des opérateurs **ET**, **OU**, **NON** et du **OU exclusif**

D – Utilisez la table de Karnaugh pour vérifier vos résultats (celui obtenu en question B)

E – Dessinez le logigramme de ***F***

m_i	x	y	z	t	F(x,y,z,t)
m_0	0	0	0	0	0
m_1	0	0	0	1	1
m_2	0	0	1	0	1
m_3	0	0	1	1	0
m_4	0	1	0	0	0
m_5	0	1	0	1	0
m_6	0	1	1	0	0
m_7	0	1	1	1	0
m_8	1	0	0	0	0
m_9	1	0	0	1	0
m_{10}	1	0	1	0	1
m_{11}	1	0	1	1	0
m_{12}	1	1	0	0	1
m_{13}	1	1	0	1	0
m_{14}	1	1	1	0	1
m_{15}	1	1	1	1	1