Q1 - La base 2 est utilisée car :

- ☐ La conception des circuits numériques est basée sur cette base
- ☐ Elle n'est composée que de deux chiffres
- ✓ **Les ordinateurs codent, stockent et traitement l'information en se basant sur cette base**
- ☐ C'est la plus simple

Q2 - Indiquez l'ensemble des chiffres de la base 16

- ○ 0, 1
- ○ 0, 1, 2, 3, 4, 5 , 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
- ✓ **0, 1, 2, 3, 4, 5 , 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F**

Q3 - Indiquez l'ensemble des chiffres de la base 3

- ✓ **0, 1,2**
- ○ 0, 1, 2,3
- ○ 0, 1, 2, 3, 4, 5 , 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Q4 - Au sein de l'ordinateur on se sert de quelle base pour représenter les nombres? **Base 2 ou binaire**

Q5 – $(12,5)_8 = (12,5)_{10}$ ☐ Vrai ou ✓ **Faux** ?
(**Les chiffre ont un poids différents selon la position qu'ils occupent.**)

Q6 - En système binaire, les chiffres sont :

- ☐ 0, 1 et 2
- ✓ **0 et 1**
- ☐ 1 et 2

Q7 - En système hexadécimal, les lettres utilisées :

- ☐ « A » à « E »
- ✓ **« A » à « F »**
- ☐ « A » à « Z »

Q8 - Le nombre qui suit le nombre 9 en base 16 est :

- ☐ 10
- ✓ **A**
- ☐ 11
- ☐ F

Q9 - Le nombre qui suit le nombre 4 en base 5 est :

- ✓ **10**
- ☐ 6
- ☐ 11
- ☐ A

Q10 – Le nombre « BAC12 », est dans système de numération en **Base 16 ou hexadécimal**

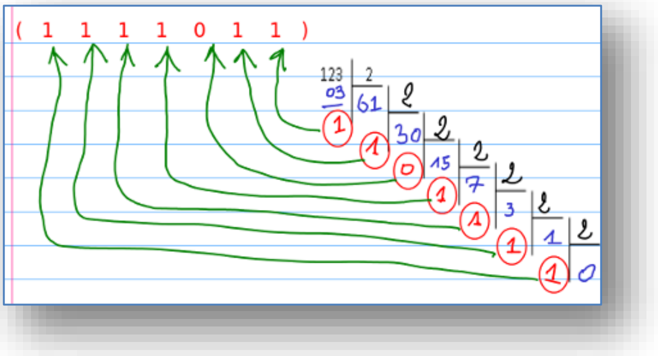
Q11 : Indiquez la bonne formule permettant de trouver combien vaut en décimal le nombre $(2F)_{16}$

- ☐ $2 + 16 = (18)_{10}$
- ☐ $2x16 + 1x16 = (48)_{10}$
- ☐ $2 \times 16^1 + 10 \times 16^0 = (42)_{10}$
- ✓ $\mathbf{2 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = (45)_{10}}$

Q12 : A la valeur binaire $(1101)_2$ correspond la valeur décimale trouvée comme suit :

- ☐ $(1101)_2 = 1 + 1 + 0 + 1 = (3)_{10}$
- ☐ $(1101)_2 = 1x2 + 1x2 + 0x2 + 1x2 = (6)_{10}$
- ✓ $\mathbf{(1101)_2 = 1x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0}$
  $\mathbf{= 1x8 + 1x4 + 1x1 = 8 + 4 + 1 = (13)_{10}}$

Q13 : En utilisant la méthode des divisions successives, complétez le calcul permettant de trouver en binaire la valeur $(123)_{10}$.



On déduit que : $(123)_{10}$ = (**1111011**)$_2$

Q14 : En utilisant la méthode des multiplications successives, complétez le calcul permettant de trouver en binaire la valeur $(0,45)_{10}$.

$(0,45)_{10} = (0,011100)_2$

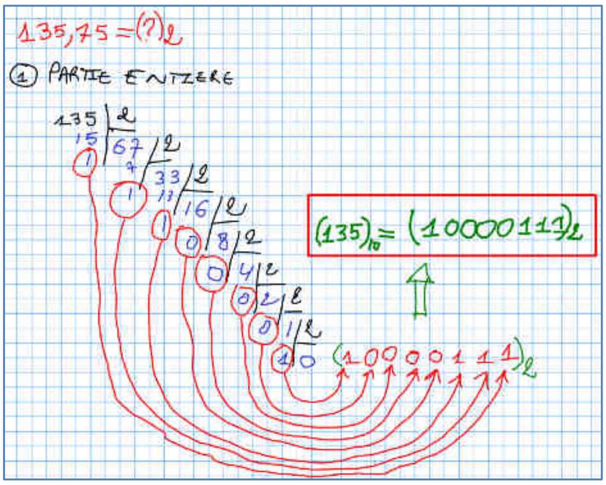
- ☐ 0,45 x 2 = 0 , 9
- ☐ 0,9 x 2 = 1 , 8
- ☐ 0,8 x 2 = 1 , 6
- ☐ 0,6 x 2 = 1 , 2
- ☐ 0,2 x 2 = 0 , 4
- ☐ 0,4 x 2 = 0 , 8

En récupérant les parties entières des résultats de chaque opération ci-dessus, je déduis que :
$(0,45)_{10}$ = (0,**011100**.)$_2$.

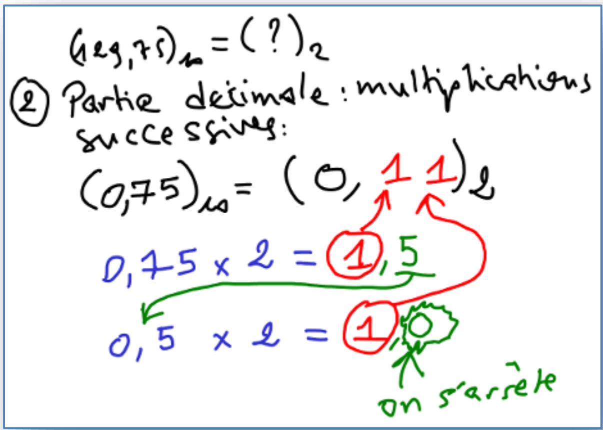
Que remarquez-vous ? **En principe on doit s'arrêter lorsque qu'on trouve un résultat égal à 0. Dans le cas du calcul ci-dessus on s'est arrêté car on a trouvé un cycle répétitif étant donné que la seconde égalité est exactement la même que la dernière égalité. Donc la même suite de chiffres (1100) sera répétée indéfiniment. On écrira notre nombre comme suit :**

$\mathbf{(0,45)_{10} = (0,011100110011001100 .....)_2}$.
Ou
$\mathbf{(0,45)_{10} = (0,01\overline{1100} .....)_2}$.

Q15 – trouvez la valeur binaire correspondant à $(129{,}75)_{10}$



Donc $(129)_{10}$ = **$(10000001)_2$**



Donc $(0{,}75)_{10}$ = **$(0{,}11)_2$**
Ce qui fait : $(135{,}75)_{10}$ = **$(10000111{,}11)_2$**

Q16 : Complétez les égalités suivantes :

- $(120)_3 = (\ ?)_4$

  Il faut passer par la base 10 :
  $(120)_3 = 1x3^2 + 2x3^1 + 0x3^0$
  $= 9 + 6 + 0$
  $= (15)_{10}$
  Maintenant il faut trouver combien vaut $(15)_{10}$ en base 4 :
  $(15)_{10} = (\ ?)_4$.
  Il faut procéder par divisions successives :
  15 ÷ 4 = 3 reste 3
  3 ÷ 4 = 0 reste 3
  $(3\ \ 3)_4$

  Donc $(120)_3 = (33)_4$

- $(120)_8 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$

  il suffit de convertir chaque chiffre octal (base 8) en binaire sur 3 chiffres binaires. Pour faire ça, il est souhaitable que les étudiants aient appris par cœur la conversion des 8 premiers chiffres de la base 8 vers le binaire.

  (1 2 0)$_8$
  ↓ ↓ ↓
  (001 010 000)$_2$

- $(A20)_{16} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$

  il suffit de convertir chaque chiffre hexadécimal (base 16) en binaire sur 4 chiffres binaires. Pour faire ça, il est souhaitable que les étudiants aient appris par cœur la conversion des 16 premiers chiffres de la base 16 vers le binaire.

  (A 2 0)$_{16}$
  ↓ ↓ ↓
  (1010 0010 0000)$_2$

- $(125)_8 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{16}$

  Il suffit de passer par la base 2 en tant que base intermédiaire :

  $(125)_8 = (001\ 010\ 101)_2$
  $= (0000\ 0101\ 0101)_2$
  $= (\ 0\ \ 5\ \ 5\ )_{16}$
  Ce qui donne $(125)_8 = (55)_{16}$

- $(110010)_2 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$

  Il suffit de développer selon la formule donnée dans le cours :

  $(N)_B = \sum_{i=-p}^{n-1} c_i B^i$

  - N : notre nombre
  - B : notre base
  - c_i : chiffres (attention a_i<B)
  - B^i : poids des chiffres
  - i : rang

  $(110010)_2 = 1x2^5+1x2^4+0x2^3+0x2^2+1x2^1+0x2^0$
  $(110010)_2 = 1x32+1x16+1x2$
  $(110010)_2 = 32+16+2$

  $(110010)_2 = (50)_{10}$

- $(110010)_2 = (110\ 010)_2 =$ **$(62)_8$**
- $(110010)_2 =$ **$(0011\ 0010)_2 = (32)_{16}$**
- $(110010{,}1)_2 =$ **$(50{,}5)_{10}$**
- $(110011{,}11)_2 =$ **$(50{,}75)_{10}$**
- $(110111{,}101)_2 =$ **$(55{,}625)_{10}$**

Q17 - Trouvez la base ***b*** respectant l'égalité suivante :

$(36)_b=(27)_{10}$

$(36)_b= 3xb^1 + 3xb^0$
$(36)_b= 3b + 3 = 27$
D'où 3b = 24

$\boxed{\text{Ce qui donne b = 8}}$

Vérifions :
$(36)_8= 3x8^1 + 3x8^0 = 3x8 + 3 = 24 + 3 = (27)_{10}$

Q18 - Trouvez ***b*** respectant les équations suivantes :

$$\begin{cases} (210)_b=(55)_{10} \\ (410)_b=(105)_{10} \\ b = \end{cases}$$

$$\begin{cases} (210)_b= 2xb^2 + 1xb^1 + 0xb^0 = 2b^2 + b = (55)_{10} \\ (410)_b= 4xb^2 + 1xb^1 + 0xb^0 = 4b^2 + b = (105)_{10} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b^2 + b = (55)_{10} \qquad (1) \\ 4b^2 + b = (105)_{10} \qquad (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x(1) – (2) \text{ donne } 4b^2+2b – 4b^2-b = 110 - 105 \\ 4b^2 + b = (105)_{10} \qquad (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 5 \\ 4x5^2 + 5 = (105)_{10} \qquad (2) \end{cases}$$

$\boxed{\text{D'où b = 5}}$

Q19 - En supposant que le nombre « **1 100101010** » est en **S+VA** (signe + valeur absolue) sur *10 bits* quelle est sa valeur :

En décimal : ....

$(1\ 100101010)_{S+VA}$ **est un nombre négatif ceci se voir sur le bit de signe à 1.**
La valeur absolue de ce nombre est
$(100101010) = 1x2^8 + 0x2^7 + 0x2^6 + 1x2^5 + 0x2^4 + 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0$
$= 2^8 + 2^5 + 2^3 + 2^1$
$= 256 + 32 + 8 + 2$
$= (298)_{10}$

$\boxed{\text{Au final : } (1\ 100101010)_{S+VA} = (- 298)_{10}}$

En complément à 2 :

$(1\ 100101010)_{S+VA}$ **est un nombre négatif ceci se voir sur le bit de signe à 1.**
Pour trouver son équivalent en C_2 en prend son opposé (nombre positif) et en le complémente à 2 :

On inverse								On garde	
(0	1	0	0	1	0	1	0	1	0)
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
(1	0	1	1	0	1	0	1	1	0)

Ce qui donne

$\boxed{(0\ 100101010)_{SVA} = (1\ 0110101 10)_{C2}}$

En complément à 1 :

$(1\ 100101010)_{S+VA}$ **est un nombre négatif.**
Pour trouver son équivalent en C_1 en prend son opposé (nombre positif) et en le complémente à 1 en inversant tous les bits :

Complément à 1 de (0 100101010) donne (1 011010101), donc :

$\boxed{(1\ 100101010)_{S+VA} = (1\ 011010101)_{C1}}$

Q20 - En supposant que le nombre « **1 100101010** » est en **complément à 2** sur *10 bits* quelle est sa valeur : En décimal, en S+VA et en C1 :

$(1\ 100101010)_{C2} = (1\ 0110101 10)_{S+VA}$
$(1\ 011010110)_{S+VA} =(1\ 100101001)_{C1}$
$(1\ 011010110)_{S+VA} = (- 214)_{10}$

Q21 - En supposant que le nombre « **1 100101010** » est en **complément à 1** sur *10 bits* quelle est sa valeur :

En décimal :

$(1\ 100101010)_{C1}$ **est un nombre négatif, son opposé est : (0 011010101) ce qui donne en décimal :** $1x2^7 + 1x2^6 + 0x2^5 + 1x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0 = 2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^2 + 2^0$
$= 128 + 64 + 16 + 4 + 1 = (213)_{10}$

$\boxed{\text{Ce qui donne : } (1\ 100101010)_{C1} = (- 213)_{10}}$

En S+VA :

$(1\ 100101010)_{C1}$ **est un nombre négatif, son opposé est : (0 011010101) ce qui donne:**

$\boxed{(1\ 100101010)_{C1} = (1\ 011010101)_{S+VA}}$

En complément à 2 :

$(1\ 100101010)_{C1}$ **est un nombre négatif, son opposé est : (0 011010101) ce qui donne:**

$(0\ \underline{1001010}\ \underline{10}\ )_{C1} = - (1\ 011010110)_{S+VA}$

J'inverse le reste

Je garde les chiffres jusqu'au premier « 1 »

$\boxed{(1\ 1001010\ 10\ )_{C1} = (1\ 011010110)_{S+VA}}$

Q22 – Complétez les égalités suivantes :

- $(-120)_{10}$ = $(\mathbf{1\ 1111000})_{S+VA}$
- $(-120)_{10}$ = $(\mathbf{1\ 0000111})_{C1}$
- $(-120)_{10}$ = $(\mathbf{1\ 0001000})_{C2}$
- $(1\ 0010110)_{S+VA}$ = $(\mathbf{-\ 22})_{10}$
- $(1\ 0010110)_{S+VA}$ = $(\mathbf{1\ 1101001})_{C1}$
- $(1\ 0010110)_{S+VA}$ = $(\mathbf{1\ 1101010})_{C2}$
- $(1\ 0000110)_{C1}$ = $(1\ 1111001)_{S+VA}$ = $(\mathbf{-\ 121})_{10}$
- $(1\ 0010110)_{C1}$ = $(\mathbf{1\ 0010111})_{C2}$
- $(1\ 0011110)_{C2}$ = $(1\ 1100010)_{S+VA}$ = $(\mathbf{-98})_{10}$

Indications : Les nombres binaires sont représentés sur 8 bits. S+VA = signe + valeur absolue.
C1 = Complément à 1 et C2 = Complément à 2

Q23 – Donnez la représentation en complément à 2 du nombre $(-34)_{10}$:

- Sur 8 bits :
  $(34)_{10}$ = 32 + 2 = $2^5 + 2^1$
  = $1x2^5 + 0x2^4 + 0x2^3 + 0x2^2 + x1x2^1 + 0x2^0$
  = 100010
  Ce qui donne sur 8 bits :

0	0	1	0	0	0	1	0

Pour trouver le complément à 2 de ce nombre : je pars du bit le plus à droite, je recopie tous les zéros que je rencontre jusqu'au premier « 1 » que je recopie aussi et j'inverse tous le reste :

0	0	1	0	0	0	1	0
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
1	1	0	1	1	1	1	0

- Sur 10 bits :
  sur 10 bits, $(34)_{10}$ = $(0\ 000100010)_{C2}$
  $(-34)_{10}$ = C2 (0 000100010) = $(1\ 111011110)_{C2}$

Peut-on représenter ce nombre sur 6 bits (justifier votre réponse) ?

En complément à 2 sur n bits on peut représenter les valeurs incluses dans l'intervalle $[-2^{n-1}, +2^{n-1}-1]$. Sur 6 bits on peut donc représenter les valeurs incluses dans l'intervalle $[-2^{6-1}, +2^{6-1}-1]$ = $[-2^5, +2^5-1]$ = [-32, +31]. Comme vous le voyez, la valeur $(34)_{10}$ n'est en dehors de cet intervalle. On déduit donc, que 6 bits ne sont pas suffisants pour représenter notre valeur !

Q24 – En supposant que l'on réserve 3 bits pour la partie décimale, donnez la représentation en complément à 2 du nombre $(-34,75)_{10}$:

$(34,75)_{10}$ = $(100010,11)_2$

- Sur un total de 10 bits :
  $(34,75)_{10}$ = $(0\ 100010,110)_2$
  $(-34,75)_{10}$ = $(1\ 011101,010)_2$
- Sur un total de 12 bits :
  $(34,75)_{10}$ = (0 0 0 1 0 0 0 1 0 , 1 | 1 0 $)_2$
  ↓ ↓↓↓↓↓↓↓↓ ↓ ↓↓
  $(-34,75)_{10}$ = (1 1 1 0 1 1 1 0 1 , 0 1 0 $)_2$

Peut-on représenter ce nombre sur 9 bits sachant que 3 bits parmi ces 9 sont dédiée à la partie décimale (justifier votre réponse) ?

Si on représente $(-34,75)_{10}$ sur 9 bits dont 3 bits réservés à la partie décimale, il va rester 6 bits pour la partie entière. Sur 6 bits, on a vu à la question précédente que l'on pour codez uniquement les valeurs incluses dans l'intervalle [-32, +31]. On voit bien que $(34)_{10}$ est en dehors de cet intervalle. On déduit donc, que 9 bits ne suffisent pas pour représenter $(-34,75)_{10}$.

Q25 – En supposant que j'ai une machine représentant les nombres sur 10 bits. Donnez l'intervalle des valeurs que l'on pourra représenter dans cette machine si :

- En S+VA :
- En C1 :
- En C2 :
- En nombres non signés :

De façon générale, en ayant n bits voici les intervalles des valeurs que l'on pourra représenter :

- **En code non signé: $[0, 2^n - 1]$**
- **En code C1 et S+VA : $[-(2^{n-1} - 1), +(2^{n-1} - 1)]$**
- **En code C2 : $[-2^{n-1}, +(2^{n-1} - 1)]$**

On déduit donc pour 10 bits :

- **En code non signé: $[0, 2^{10} - 1]$ = [0, +1023]**
- **En code C1 et S+VA : $[-(2^9 - 1), +(2^9 - 1)]$**
  Ce qui donne : [-511, +511]
- **En code C2 : $[-2^9, +(2^9 - 1)]$**
  Ce qui donne : [-512, +511]

Q26 – En binaire pur (sur 5 bits), donnez le résultat de la soustraction suivante **$(13)_{10}$ – $(7)_{10}$**

En décimal	En binaire pur				
13	0	1	1	0	1
-7	0	0	1	1	1
		-1	-1		
= 6	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**

Q27 – En se servant d'une représentation en ***C_1*** sur 7 bits (bit de signe compris), faire la somme [(23) - (4)].

En décimal		Représentation en ***C_1***						
		1	1	1	1	1	1	
$(+23)_{10}$		0	0	1	0	1	1	1
+ $(-4)_{10}$		1	1	1	1	0	1	1
= $(+19)_{10}$		0	0	1	0	0	1	0
	1							1
		0	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**

Q28 – En utilisant le binaire pur (non signée), faire la division suivante : $(16,5)_{10} \div (4)_{10}$

$(16,5)_{10} = (10000,1)_2$
$(4)_{10} = (100)_2$

Ce qui donne :

```
  10000,1     | 100
- 100↓↓ ↓     |----------
= 00000 1     | 100,001
        100   | (4)₁₀   1×2^-3
      - 100   |         = 1/8 = 0,125
        000   |
```

Q29 – En utilisant le binaire pur (non signée), faire la multiplication suivante : $(3,5)_{10} \times (14)_{10}$

$(3,5)_{10} = (11,1)_2$
$(14)_{10} = (1110)_2$

ce qui donne :

```
     1110
     11,1
   ------
     1110  }      1110
    1110.  }  =>  1110
   1110..         -------
   ------        101010

       ⇓

    101010
 +  1110..
   ---------
   110001,0 = 1×2^5 + 1×2^4 + 1×2^0
            = 32 + 16 + 1
            = (49)₁₀
```

Notez bien que dans l'opération ci-dessus, je devais additionner 3 nombres. J'ai fait l'addition des 2 premiers nombre, puis j'ai additionné le résultat de ces 2 nombres avec le 3ème nombre !