

Sujet 2

CHAP.I - SYSTÈMES DE NUMÉRATION (sur 7.5 points)

Q1 Nombres signés (1,5 points) :

En supposant que le nombre « 1 1110100 » est en C2 sur 8 bits quelle est sa valeur :

En décimal : (-12)₁₀

En C1 : (11110011)_{C1}

En S+VA : (10001100)_{S+VA}

Q2 Conversion (4 points)

Faites les calculs au brouillant et donner uniquement le résultat ici:

	Valeur correspondant en DECIMAL ?
(23) ₁₄ =	2*14+3 = 28+3 = (31) ₁₀
(10,2) ₈ =	1x8 ¹ +0x8 ⁰ + 2x8 ⁻¹ = 8 + 2/8 = (8,25) ₁₀
(1101,1) ₂ =	1x2 ³ +1x2 ² +0x2 ¹ +1x2 ⁰ +1x2 ⁻¹ = (13,5) ₁₀

	Valeur correspondant en BINAIRE ?
(51) ₁₀ =	(110011) ₂
(2C,A) ₁₆ =	(0010 1100, 1010) ₂
(75,31) ₈ =	(111 101 , 011 001) ₂

	Valeur correspondant en bas 8 ?
(31) ₄ =	(13) ₁₀ = (1101) ₂ = (15) ₈
(A,8) ₁₆ =	(1010, 1000) ₂ = (001 010 , 100) ₂ = (12,4) ₈

Q3 Etendue des valeurs (1 point) :

Donnez l'étendue des valeurs que l'on peut représenter sur n bits dans les représentations suivantes :

S+VA : [-2ⁿ⁻¹ + 1, -2ⁿ⁻¹ - 1]

C2 : [-2ⁿ⁻¹, -2ⁿ⁻¹ - 1]

Q4

Systèmes de numération : 0.5

Trouvez la base « b » pour laquelle cette égalité est vraie :

$$(121)_b = (10)_{16}$$

$$(121)_b = 1 \times 16 + 0 = (16)_{10}$$

Ce qui donne : (121)_b = (16)₁₀

$$(121)_b = (16)_{10} \Leftrightarrow 1 \times b^2 + 2 \times b + 1 = 16$$

Ce qui donne : b² + 2b + 1 = 16

Or on est sur que b < 10 car (142)_b = (23)₁₀

On est sur aussi que b est > 2.

Il suffit d'essayer les bases allant de 3 à 9.

Commençons par 3 et vérifions :

$$b = 3 \text{ donne : } 3^2 + 2 \times 3 + 1 = 9 + 6 + 1 = 16$$

On voit que note égalité est vérifiée, on déduit donc que la base b recherché est 3

Q5 Addition avec des entiers signés :

En se servant d'une représentation en C1 sur 8 bits (bit de signe compris), faire la somme : (65)₁₀ + (-30)₁₀

En décimal	Représentation en C ₁
(+65) ₁₀	0 1 0 0 0 0 0 1
+ (-30) ₁₀	1 1 1 0 0 0 0 1
= (+35) ₁₀	0 0 1 0 0 0 1 0
	Retenue 1 → 1
	0 0 1 0 0 0 1 1

Q6 Théorème Exprimez l'expression F suivant à base uniquement de NAND :

$$F(x, y) = x \oplus y$$

$$\begin{aligned} F(x, y) &= x \oplus y \\ &= \bar{x} \cdot y + x \cdot \bar{y} \\ &= \overline{\bar{x} \cdot y + x \cdot \bar{y}} \\ &= \overline{\bar{x} \cdot y} \cdot \overline{x \cdot \bar{y}} \\ &= (\bar{x} \uparrow y) \uparrow (x \uparrow \bar{y}) \\ &= ((x \uparrow x) \uparrow y) \uparrow (x \uparrow (y \uparrow y)) \end{aligned}$$

0.5

Q7 OU exclusif (1,5 point) simplifier les expressions suivante ?

$$x \oplus 1 = ?$$

$$\begin{aligned} x \oplus 1 &= x \cdot 1 + \bar{x} \cdot \bar{1} \\ &= x + \bar{x} \cdot 0 \\ &= x \end{aligned}$$

0.5

$$x \oplus 0 = ?$$

$$\begin{aligned} x \oplus 0 &= x \cdot 0 + \bar{x} \cdot \bar{0} \\ &= \bar{x} \cdot 1 \\ &= \bar{x} \end{aligned}$$

0.5

$$x \oplus x = ?$$

$$\begin{aligned} x \oplus x &= x \cdot x + \bar{x} \cdot \bar{x} \\ &= x + \bar{x} \\ &= 1 \end{aligned}$$

0.5

Q8 Forme canonique

Donnez la forme canonique disjonctive de la fonction $F(x, y, z)$ suivante :

x	y	z	F(x,y,z)
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$F(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 6) = m_0 + m_2 + m_6$$

$$F(x, y) = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot y \cdot \bar{z}$$

0.5

Q9 Théorème

Démontrez le théorème suivant : $x \cdot 0 = 0$

$$\begin{aligned} x \cdot 0 &= x \cdot (x \cdot \bar{x}) : \text{complémentarité} \\ &= (x \cdot x) \cdot \bar{x} : \text{Associativité} \\ &= x \cdot \bar{x} : \text{idempotence} \\ &= 0 : \text{complémentarité} \end{aligned}$$

0.5

Q10 Dualité

Donnez la duale de : $\overline{x + y} + z \cdot t$

$$\overline{x + y} + z \cdot t = \overline{x + y} + (z \cdot t)$$

La duale de $\overline{x + y} + (z \cdot t)$

est : $\overline{x \cdot y} \cdot (z + t)$

0.5

Q14 Karnaugh (1 point).

A – En se référant à la table de Karnaugh suivante, donnez toutes les formes simplifiées que l'on peut avoir :

En dessinant les différents groupements, on a exactement 2 formes simplifiées

xy→	00	01	11	10
zt				
00	1		1	
01	1		1	1
11				
10				

Formes: $g_1 + g_2 + g_3 = xy\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}z$ 0.5

Formes: $g'_1 + g'_2 + g'_3 = xy\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{y}z\bar{t}$

B – Parmi les formes simplifiées que vous pouvez avoir, donnez celle qui vous parait la plus simple.

En comptant le nombre de négations pour les 2 formules ci-dessus, on trouve que la forme 1 est meilleure. 0.5

Q15 Karnaugh (2 points). Soit la fonction $F(x, y, z, t) = \sum(1, 7, 11, 13)$

A – Remplir la table de Karnaugh suivante : 0.5

B – Dessinez les groupes 0.5

C – Donnez les expressions de chaque groupe :

xy→				
zt				
00				
01	1		1	
11		1		1
10				

$F(x, y, z, t) = g_1 + g_2 + g_3 + g_4$ 0.5

$= m_{11} + m_{13} + m_7 + m_{11}$

$= m_{11} + m_7 + m_{11} + m_{13}$

$= \bar{x}\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}yzt + x\bar{y}zt + xy\bar{z}t$

D – En prenant en compte d'autres opérateurs (XOR, NXOR,...), déduire la forme simplifiée de la fonction « F » :

Voici ce que nous donne notre fonction : $F(x,y,z,t) = \bar{x}\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}yzt + x\bar{y}zt + xy\bar{z}t$

$= xy\bar{z}t + \bar{x}\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}yzt + x\bar{y}zt$

$= (xy + \bar{x}\bar{y})\bar{z}t + (\bar{x}y + x\bar{y})zt$

$= (x \oplus y)\bar{z}t + (x \oplus y)zt$

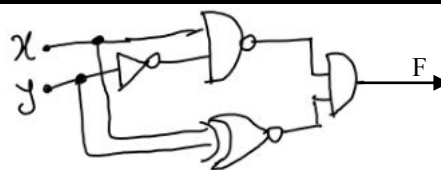
$= [(x \oplus y)\bar{z} + (x \oplus y)z]t$

$= [(x \oplus y) \oplus z]t$ 0.5

Q16 Logigramme

Donnez le logigramme de la fonction F suivante :

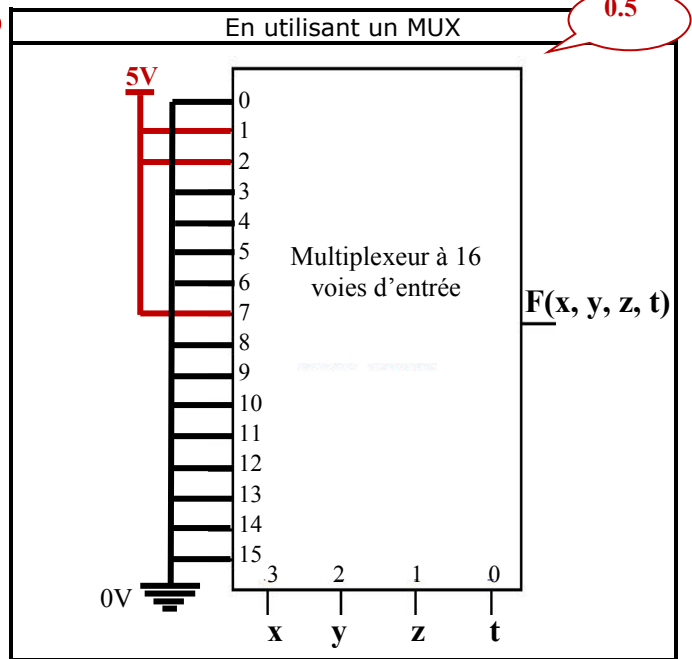
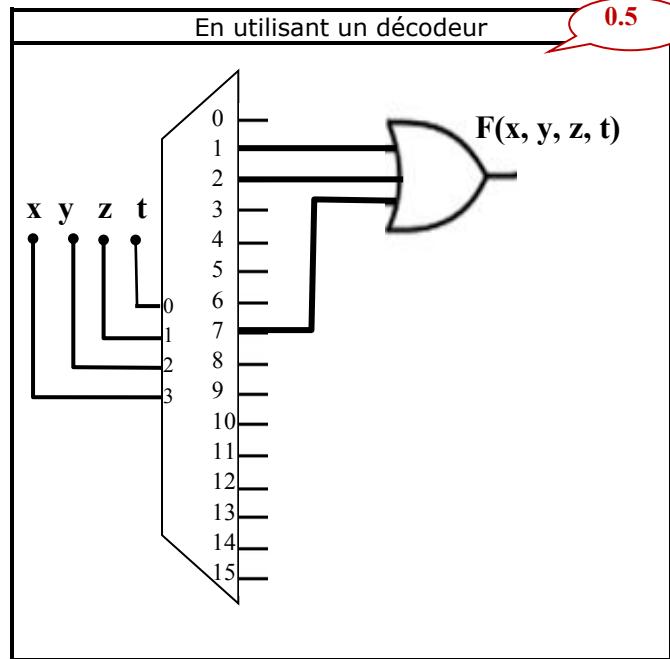
$F = ((x \uparrow \bar{y})(x \oplus y))$



0.5

CHAPITRE III – CIRCUIT LOGIQUES (sur 3.5 points)

Q17 Synthèse de fonctions (1 point): Soit la fonction $F(x,y,z,t) = \sum(1,2,7)$, donnez les logigramme de F



Q18 Circuit additionneur (2.5 points)

A – Donnez les équations d'un demi additionneur (Somme $s_0 = f_0(a_0, b_0)$ et retenue $r_0 = g_0(a_0, b_0)$)

$$s_0 = a_0 \oplus b_0 \quad 0.5$$

$$r_0 = a_0 b_0 \quad 0.5$$

B – Donnez les équations d'un étage additionneur complet ($s_i = f_i(a_i, b_i, r_{i-1})$ et retenue $r_i = g_i(a_i, b_i, r_{i-1})$)

$$s_i = a_i \oplus (b_i \oplus r_{i-1}) \quad 0.5$$

$$r_i = (a_i \oplus b_i) r_{i-1} + a_i b_i \quad 0.5$$

C – Donnez l'équation de la sortie « s_0 » d'un demi-additionneur en utilisant uniquement des portes NAND

$$s_0 = a_0 \oplus b_0 \quad 0.5$$

$$= \overline{a_0} b_0 + a_0 \overline{b_0}$$

$$= \overline{\overline{\overline{a_0} b_0} + \overline{a_0 \overline{b_0}}}$$

$$= \overline{\overline{a_0} b_0} \cdot \overline{a_0 \overline{b_0}}$$

$$= (\overline{a_0} \uparrow b_0) \uparrow (a_0 \uparrow \overline{b_0})$$

$$= \left[(\overline{a_0} \uparrow a_0) \uparrow b_0 \right] \uparrow \left[a_0 \uparrow (b_0 \uparrow b_0) \right]$$