Examen de Remplacement Physique 2

Exercice 1 : (*07 points*)

Dans un repère orthonormé $R(OXY)$, soit la répartition de charges suivante : $q_1 = -6q$ placée au point O, $q_2 = -2q$ placée au point $A(0, a)$ et $q_3 = -q$ placée au point $B(4a, 0)$, comme indiqué sur la figure 1.

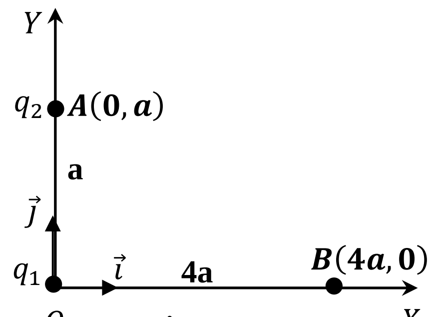


Figure 1

1. Représenter puis déterminer l'expression du champ électrostatique résultant au point B ;
2. Trouver l'expression du potentiel électrostatique au point B ;
3. Déduire la force électrostatique appliquée sur la charge placée au point B. Quelle et son énergie potentielle électrostatique ?
4. Déterminer l'énergie interne du système formé par les trois charges.

Exercice 2 : (*06 points*)

On considère un fil infini, confondu avec l'axe $(y'y)$, uniformément chargé avec une densité linéique de charges λ constante et positive (figure 2).

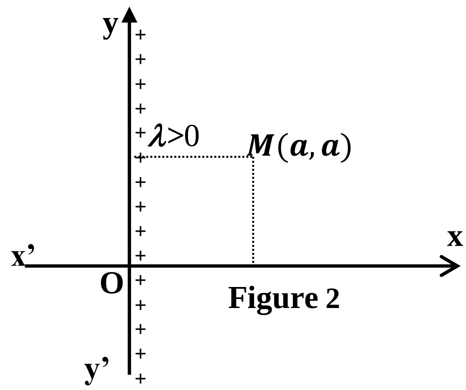


Figure 2

1. Déterminer, par le calcul direct, le champ électrostatique créé par ce fil au point $M\ (a, a)$;
2. Trouver la différence de potentiel entre le point $M\ (a, a)$ et le point $M'\ (3a, a)$;
3. On ajoute un autre fil infinie, identique au premier et confondu avec l'axe $(x'x)$. Trouver l'expression du champ électrique créé par les deux fils au point $M\ (a, a)$.

Exercice 3 : (*07 points*)

Soient S_1 et S_2 deux sphères conductrices, creuses, concentriques, de rayon a et b (b>a) et portant des charges totales égales à $(-Q)$ et $(+Q)$, respectivement. On place au centre O une charge ponctuelle $(+Q)$ (figure 3).

1. Déterminer, en utilisant le théorème de Gauss, le champ électrostatique $\vec{E}$ créé par cette distribution de charges en tout point M de l'espace, tel que $OM = r$. Distinguer les trois régions suivantes : $(r < a), (a < r < b)$ et $(r > b)$;
2. Trouver le potentiel électrostatique dans la région $r > b$, sachant qu'il est nul à l'infini ;
3. Monter que la relation $E(r) = -\frac{dV}{dr}$ est vérifiée.

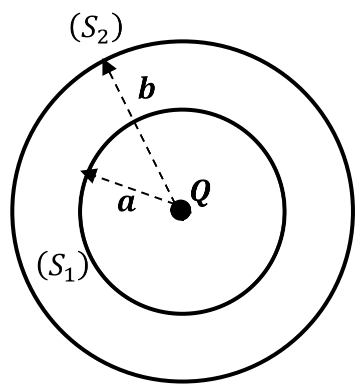
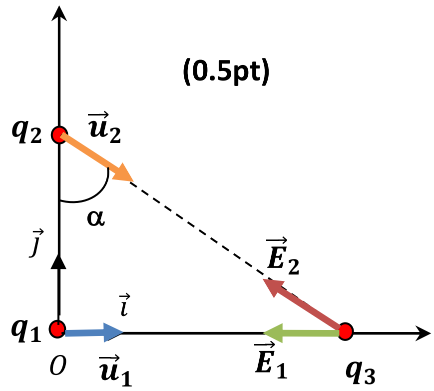


Figure 3

Corrigé

Exercice 01: (07Pts)

1-. Champ produit en *B*:



$q_1 = -6q$, $q_2 = -2q$ et $q_3 = -q$

$\vec{E}(B) = \vec{E}_1(B) + \vec{E}_2(B)$ **(0.25pt)**

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{17}a;\ \|\overrightarrow{OB}\| = 4a$;

$\vec{u}_2 = \sin(\alpha)\vec{\imath} - \cos(\alpha)\vec{\jmath}$; $\vec{u}_1 = \vec{\imath}$ **(01pt)**

$\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{17}}$ et $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$ **(0.25pt)**

- $\vec{E}_2(B) = \frac{Kq_2}{\|\overrightarrow{AB}\|^2}\vec{u}_2 = \frac{-2Kq}{17a^2}(\sin\alpha\,\vec{\imath} - \cos\alpha\,\vec{\jmath})$ **(05pt)**
- $\vec{E}_1(B) = \frac{Kq_1}{\|\overrightarrow{OB}\|^2}\vec{u}_1 = -\frac{3Kq}{8a^2}\vec{\imath}$ **(05pt)**

$$\vec{E}(B) = \frac{-Kq}{a^2}\left[\left(\frac{2}{17}\sin\alpha + \frac{3}{8}\right)\vec{\imath} - \left(\frac{2}{17}\cos\alpha\right)\vec{\jmath}\right]$$

$\vec{E}(B) = \frac{-Kq}{a^2}\left(\left(\frac{8}{17\sqrt{17}} + \frac{3}{8}\right)\vec{\imath} - \frac{2}{17\sqrt{17}}\vec{\jmath}\right)$ **(0.5pt)**

2. Potentiel produit en B:

- $V_2(B) = \frac{Kq_2}{\|\overrightarrow{AB}\|} = \frac{-2Kq}{a\sqrt{17}}$ **(0.5pt)**
- $V_O(B) = \frac{Kq_1}{\|\overrightarrow{OB}\|} = \frac{-3Kq}{2a}$ **(0.5pt)**

$V(B) = V_A(B) + V_O(B)$ $\qquad V(B) = -\frac{Kq}{a}\left(\frac{2}{\sqrt{17}} + \frac{3}{2}\right)$ **(0.5pt)**

3.1 La force appliquée sur la charge −q:

$\vec{F}(B) = q_3\vec{E}(B) = \frac{Kq^2}{a^2}\left(\frac{8}{17\sqrt{17}}\,\vec{\imath} + \left(\frac{3}{8} - \frac{2}{17\sqrt{17}}\right)\vec{\jmath}\right)$ **(0.5pt)**

3.2. L'énergie potentielle de la charge −q:

$E_p = q_3.V(B) = \frac{Kq^2}{a}\left(\frac{2}{\sqrt{17}} + \frac{3}{2}\right)$ **(0.5pt)**

5. Energie potentielle du système de charges $\{q_A, q_O, q_B\}$

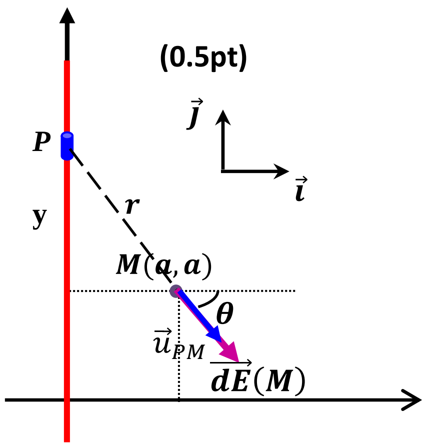
$U_p = \sum_i\sum_{j>i}\frac{Kq_iq_j}{r_{ij}} = \frac{Kq_2.q_1}{\|\overrightarrow{AO}\|} + \frac{Kq_2.q_3}{\|\overrightarrow{AB}\|} + \frac{Kq_3.q_1}{\|\overrightarrow{OB}\|} = \frac{Kq^2}{a}\left(\frac{2}{\sqrt{17}} + \frac{27}{2}\right)$ **(1pt)**

Université A. Mira de Béjaia — *Année 2020/2021*
Faculté de Technologie — *Juillet 2021*
Département de Technologie (1ère année) — *Durée 01 : 30min*

Exercice 02: (06Pts)

1. Champ électrique $\vec{E}(M)$ créé en $M(a, a)$ par le fil

(0.5pt)



Soit un élément de longueur dL autour d'un point P porte une charge élémentaire dq. Cette charge crée en $M(a, a)$ un champ élémentaire $d\vec{E}(M)$ qui s'écrit :

$d\vec{E}(M) = \frac{Kdq}{\|\overrightarrow{PM}\|^2}\vec{u}_{PM}$ **(0.5pt)**

$\vec{u}_{PM} = \cos\theta\ \vec{\imath} - \sin\theta\ \vec{\jmath}$ **(0.25pt)**

$dq = \lambda dL = \lambda dy$ **(0.25pt)**

$\tan\theta = \frac{y-a}{a} \rightarrow y = a + a\tan\theta$ alors $dy = \frac{a}{\cos^2\theta}d\theta$ et $\|\overrightarrow{PM}\| = r = \frac{a}{\cos\theta}$ **(0.5pt)**

$d\vec{E}(M) = \frac{K\lambda d\theta}{a}(\cos\theta\ \vec{\imath} - \sin\theta\ \vec{\jmath})$ **(0.5pt)**

$$\vec{E}(M) = \int d\vec{E}(M)$$

$\vec{E}(M) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{K\lambda d\theta}{a}(\cos\theta\ \vec{\imath} - \sin\theta\ \vec{\jmath}) = \frac{2K\lambda}{a}\vec{\imath}\,.$ **(0.5pt)**

2. Différence de potentiel entre $M\ (a, a)$ et $M'\ (3a, a)$

$dV = -\vec{E}.\vec{dl}$ **(0.25pt)**

$\vec{dl} = dx\vec{\imath} + dy\vec{\jmath} + dz\vec{k}$ **(0.25pt)**

$dV = -\vec{E}.\vec{dl} = -\frac{2K\lambda}{a}dx \rightarrow \Delta V = V(M') - V(M) = -\int_a^{3a}\frac{2K\lambda}{a}dx = -4K\lambda$ **(01pt)**

3. champ créé par les deux fils en $M\ (a, a)$

$\vec{E}(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M)$ **(0.25pt)**

$\vec{E}_1(M)$ le champ créé par le fil allongé suivant y'y.

$\vec{E}_2(M)$ le champ créé par le fil allongé suivant x'x.

D'après le résultat de la question 1, la direction du champ électrique créé par un fil infinie est perpendiculaire au fil et dépond uniquement de la distance entre le point et le fil. **(0.5pt)**

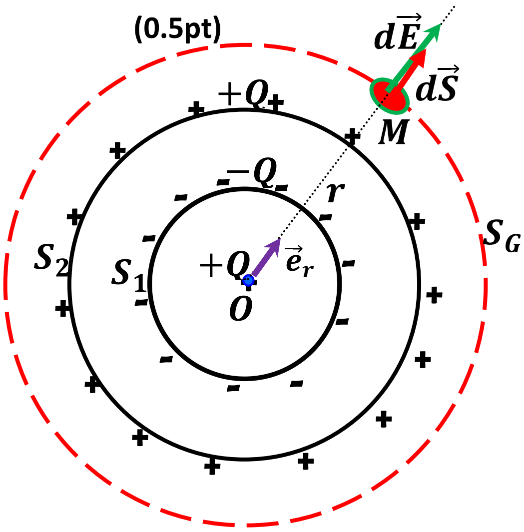
Donc,

$\vec{E}_2(M) = \frac{2K\lambda}{a}\vec{\jmath}$ **(0.5pt)**

Le champ électrostatique total $\vec{E}(M) = \frac{2K\lambda}{a}[\vec{\imath} + \vec{\jmath}]$ **(0.25pt)**

Exercice 03: (07Pts)

1. Champ électrostatique en un point *M*:



La distribution de charges est invariante par toute rotation autour du point O. Tout plan passant par O est plan de symétrie de la distribution de charge. Par conséquence, le champ électrostatique est radiale (ne dépend pas de θ et φ), $\vec{E} = E\vec{e}_r$. **(0.25pt)**

On choisi la surface de Gauss est une sphère de centre O et rayon $r = \|\overrightarrow{OM}\|$. **(0.25pt)**

$\oiint_S \vec{E}(M).\overrightarrow{dS} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$ **(0.5pt)**

$\oiint_{S_G} \vec{E}(M).\overrightarrow{dS} = \oiint_{S_G} E.dS = E\oiint_{S_G} dS = E.S_G$ **(0.5pt)**

$S_G = 4\pi r^2$ **(0.25pt)**

Répartition des charges

- ✓ Charge ponctuelle $(+Q)$ placée au centre O
- ✓ Charge $(-Q)$ répartie sur la surface de la sphère S_1
- ✓ Charge $(+Q)$ répartie sur la surface de la sphère S_2

Si $r < a$ $q_{int} = +Q$ $E_I = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ $\vec{E}_I(M) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$ **(0.75pt)**

Si $a < r < b$ $q_{int} = +Q - Q = 0$ $E_{II} = 0$ $\vec{E}_{II}(M) = \vec{0}$ **(0.75pt)**

Si $r > b$ $q_{int} = +Q - Q + Q = Q$ $E_{III} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ $\vec{E}_{III}(M) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$ **(0.75pt)**

2. Le potentiel dans la région $(r > b)$

En coordonnées sphériques, le potentiel est donné par:
$V(M) = -\int \vec{E}.\overrightarrow{dl} = -\int E dr$ **(0.5pt)**

On obtient: $V(M) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C$ **(0.5pt)**

On a : $V(+\infty) = 0 + C = 0$ $C = 0$ $V(M) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ **(0.5pt)**

3. Vérification de la relation $E(r) = -\frac{dV}{dr}$:

$E(r) = -\frac{dV}{dr} = -\frac{d\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)}{dr} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ donc, la relation est vérifiée. **(01pt)**