Université Abderrahmane Mira de Béjaïa
Faculté des Sciences Économiques, de Gestion et Commerciales
Département SEGC-LMD
Première année SEGC
Année universitaire 2022/2023

Décembre 2022

Corrigé-type de la série de TD n°03. Microéconomie I

Première partie : Questions du cours

1. Les propriétés fondamentales de la fonction de production : $p = f(k_0, l)$:

$p = f(k_0, l)$, est une fonction de production de courte période, qui peut être définie comme étant la traduction mathématique de la combinaison d'une quantité d'un facteur fixe (k_0 de K) et d'une autre quantité d'un facteur variable (l de L) pour produire un produit quelconque (P).

Ses propriétés fondamentales sont :

1/ Elle est supposée continue et dérivable sur son intervalle de définition ;

2/Elle obéit au principe de la productivité marginale décroissante ;

3/ Elle est définie pour une période temporelle bien déterminée.

2. Le principe de la productivité physique marginale décroissante (loi de rendements décroissants) énonce que l'utilisation croissante de la quantité du facteur L ajoutée à une autre quantité du facteur K, entraine la décroissance de la productivité marginale du facteur (L) après le maximum (c'est la phase de la production la plus efficace).

3. La signification économique des rendements d'échelle : Rendement signifie la relation entre la variation des quantités produites (output) et les variations de facteurs nécessaires pour les produire (input). On distingue les rendements **factoriels** et les rendements d'échelle. Les rendements factoriels relient la production (output) à une combinaison des facteurs dont l'un est fixe. Deux hypothèses sont retenues :

-Rendements décroissants ou non proportionnels : on énonce la célèbre loi des rendements décroissants (dont la première formulation rigoureuse date de ROBERT TURGOT), si des quantités successives, croissantes et homogènes, d'un facteur variable (par exemple le travail) sont combinées à une quantité donnée de facteurs fixes (par exemple : terre et les outils), alors il arrivera un moment où la productivité marginale (Pmg) (augmentation de la production résultant de l'utilisation d'une petite quantité supplémentaire du facteur variable) finit par décroître ;

-**Rendements constants :** hypothèse peu réaliste, car à partir d'un certain niveau d'utilisation du facteur variable, la productivité marginale ne reste pas constante mais décroit. Les rendements factoriels ne sont constants que pour une phase limitée.

Les rendements d'échelle relient la production à une combinaison de facteurs qui varient tous deux simultanément. Les rendements d'échelle sont :

-Constants ($\lambda = 1$) si la production augmente dans la même proportion que les inputs ;

-Croissants (λ >1) si l'output augmente dans une proportion plus grande, il y a alors économies d'échelle ; l'augmentation de l'échelle de production permet de réduire le coût par unité produite ;

-Décroissants (λ <1) si l'output augmente dans une proportion moindre, il y a alors déséconomies d'échelle (cas d'une entreprise de grande taille connaissant des difficultés de coordination). Notons que l'on peut avoir simultanément des rendements factoriels décroissants et des rendements d'échelle constants, les deux notions étant distinctes.

4. L'élasticité partielle d'un facteur de production, soit (K ou L), mesure l'effet de la variation en pourcentage (%) des quantités de facteurs de production, soit (K ou L), sur le volume de production. Elle est égale au rapport de la variation en pourcentage (%) de la production totale à la variation en pourcentage (%) de la quantité utilisée du facteur de production, toutes choses égales par ailleurs :

$$\boxed{e_{P/L} = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\frac{\Delta P}{P}}{\frac{\Delta l}{l}} = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta l} * \frac{l}{P} = \frac{\partial P}{\partial l} \cdot \frac{l}{P} = \frac{PPmg_l}{PPM_l}}$$

$$\boxed{e_{P/k} = \lim_{\Delta k \to 0} \frac{\frac{\Delta P}{P}}{\frac{\Delta k}{k}} = \lim_{\Delta k \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta k} * \frac{k}{P} = \frac{\partial P}{\partial k} \cdot \frac{k}{P} = \frac{PPmg_k}{PPM_k}}$$

Deuxième partie : Analyse technique du comportement rationnel du producteur : la courte période

Exercice n°1 :

L'expression de la fonction de production (P) en courte période : P = f (K_0, l) = f (l)

1. La productivité horaire :

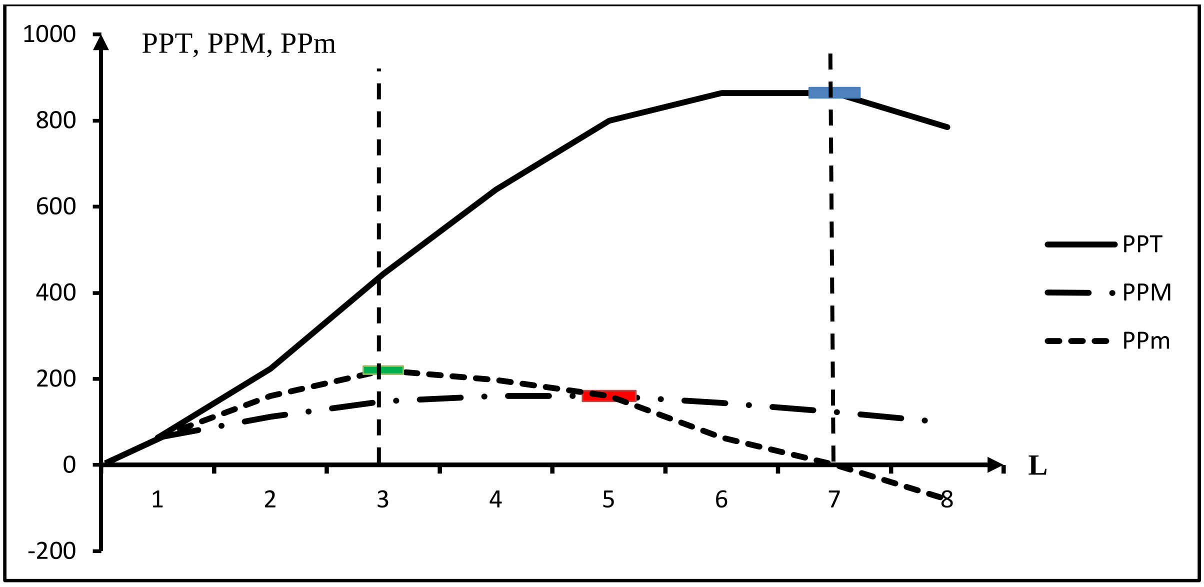
La productivité horaire exprime la quantité produite par unité de temps, elle correspond donc à la productivité physique moyenne (PPM), qui est égale au rapport de la productivité physique totale au nombre d'heures travaillées.

- **a.** Pour L = 2 : $PPM_l = \frac{PPT_l}{l} = \frac{224}{2} = 112$ Unités / h
- **b.** Pour L = 5 : $PPM_l = \frac{PPT_l}{l} = \frac{800}{5} = 160$ Unités / h
- **c.** Pour L = 8 : $PPM_l = \frac{PPT_l}{l} = \frac{784}{8} = 98$ Unités / h

2. Calcul des productivités physiques moyenne et marginale :

L	0	1	2	***3***	4	5	6	**7**	8
PPT	0	64	224	*444*	640	800	864	864	**784**
PPM	-	64	112	*148*	160	**160**	144	123,43	98
PPm	-	64	160	***220***	198	**160**	64	**0**	**-80**

3. La représentation graphique des différentes productivités :



4. Les principales relations qui existent entre les trois productivités :

a. Quand la productivité physique totale est à son maximum, la productivité marginale est nulle (égale à zéro) ($(PPT_l)' = 0$ ==> PPm = 0). La valeur de (L) pour laquelle la productivité physique totale (la production) est maximale et la productivité physique marginale est nulle, est de L=7 heures.

b. Lorsque la courbe représentative du produit physique total passe par le point d'inflexion, la courbe représentative du produit physique marginal passe par son maximum : ($(PPT_l)'' = 0$ ⇔ $(PPm)' = 0$). Quand **(l = 3 heures)**, la productivité physique marginale est maximale et elle est égale à **220 Unités.**

c. Quand le produit physique total décroît, la productivité physique marginale est négative :

(PPm < 0 ⇔ $\frac{\Delta PPT_l}{\Delta l} < 0 <=> \Delta\ PPT < 0\ (\boldsymbol{La\ production\ est\ décroissante})$.

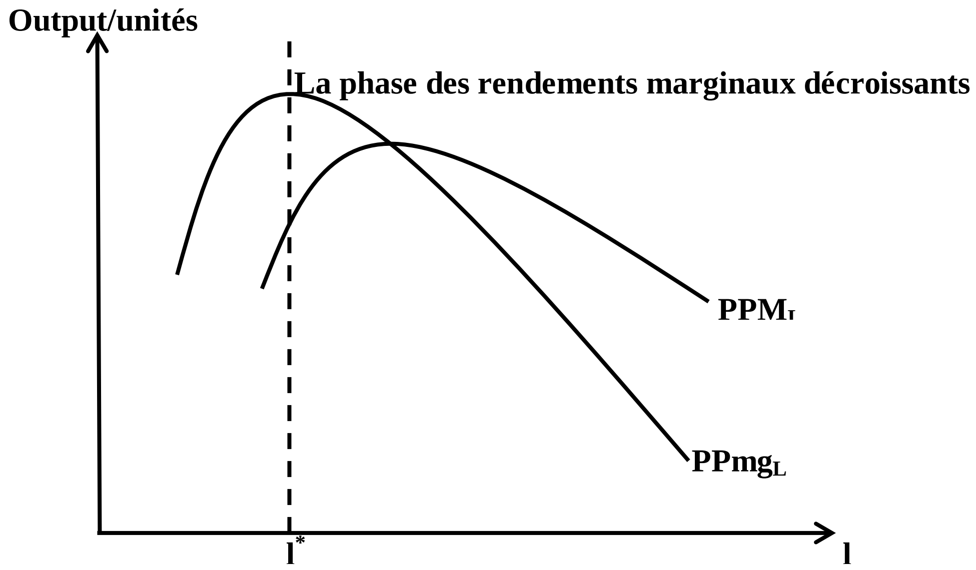
Lorsque la quantité du travail passe de 7 à 8, la productivité diminue de 864 à 784 et la productivité physique marginale est négative **(-80)**

d. La courbe de productivité physique marginale coupe celle de la productivité physique moyenne en son maximum.

À partir de la représentation graphique, lorsque **l = 5 heures**, la productivité physique marginale égale à la productivité physique moyenne **(PPm= PPM= 160 unités).**

5. Si la loi des rendements marginaux s'applique, la productivité moyenne est nécessairement décroissante !

Ce propos est faux : lorsque la loi des rendements marginaux s'applique, la productivité moyenne connait deux évolutions. Elle est croissante quand la productivité marginale lui est supérieure (PPmg > PPM)**,** et elle est décroissante dans le cas contraire (PPmg < PPM).



<u>**Exercice n°2 :**</u>

$P_1 = f(k, l) = 50 \cdot k^2 \cdot l^2$ et $P_2 = f(k, l) = 200 \cdot k \cdot l^2 - (k \cdot l)^3$

1. Les expressions mathématiques des productivités :

a. Du facteur L :	*b. du facteur K :*
• **PPT_l** $= f(k_o, l) = f(l) =$ **$50 \cdot k_o^2 \cdot l^2$.** • **PPM_l** $= \frac{PPTl}{l} = \frac{f(k_o,l)}{l} = \frac{50 \cdot k_o^2 \cdot l^2}{l} =$ **$50 \cdot k_o^2 \cdot l$** • **$PPmg_l$** $= \frac{df(k_o,l)}{dl} = 50 \cdot 2 \cdot k_o^2 \cdot l =$ **$100 \cdot k_o^2 \cdot l$**	• **PPT_k** $= f(k, l_o) = f(k) =$ **$50 \cdot k^2 \cdot l_o^2$.** • **PPM_k** $= \frac{PPTk}{k} = \frac{f(k,l_o)}{k} = \frac{50\, k^2\, l_o^2}{k} =$ **$50 \cdot k \cdot l_o^2$.** • **$PPmg_k$** $= \frac{df(k,l_o)}{dk} = 50 \cdot 2 \cdot k \cdot l^2 =$ **$100\, k \cdot l_o^2$.**

2. Les fonctions de productivités de la deuxième fonction(P2) par rapport au facteur *K* :

PPT_k $= f(k, l_o) = f(k) =$ **$200 \cdot k \cdot l_o^2 - (k \cdot l_o)^3$**

PPM_k $= \frac{PPT}{k} = \frac{200 \cdot k \cdot l_o^2 - (k \cdot l_o)^3}{k} =$ **$200 \cdot l_o^2 - k^2 \cdot l_o^3$**

$PPmg_k$ $= \frac{dPPT}{dk} =$ **$200 \cdot l_o^2 - 3 \cdot k^2 \cdot l_o^3$.**

3. La valeur de « L » qui permet d'obtenir une productivité par unité maximale (PPM) lorsque k=1:

$P_2 = f(k, l) = 200 \cdot k \cdot l^2 - (k \cdot l)^3$, Sachant que k = 1 ⇔ **$P_2 = f(1, l) = 200 \cdot l^2 - l^3 = PPT_l$**

$$PPM_l = \frac{200\, l^2 - l^3}{l} = 200\, l - l^2$$

<u>Première méthode :</u>

La PPM est maximale, lorsque sa première dérivée par rapport à (L) est nulle :

$$\frac{dPPM_l}{dl} = 0 <=> \frac{d(200\, l - l^2)}{dl} = 0 <=> 200 - 2\, l = 0 <=> \boldsymbol{l = 100\ unités}.$$

Deuxième méthode :

On sait que lorsque la courbe de la productivité moyenne passe son maximum, elle coupe celle de la productivité marginale. On a donc, une égalité entre les deux productivités :

PPmg$_l$ = $(200\,.\,l^2 - l^3)' = 2\,.\,200\,.\,l - 3\,.\,l^2 = \mathbf{400\,.\,l - 3\,.\,l^2}$

PPM$_l$ = **PPmg$_l$** $\Leftrightarrow 200\,.\,l - l^2 = 400\,l - 3\,.\,l^2 \Leftrightarrow \quad l\,(200 - l) = l(400 - 3\,l) <=> 2\,l = 200 <=> \boldsymbol{l} = \mathbf{100}\ \boldsymbol{unit}\text{é}\boldsymbol{s}$

On obtient le même résultat, donc la quantité de « L » qui maximise la productivité moyenne est 100 unités.

4. Le volume de « L » qui maximise la production :

PPT est maximale ⇔ PPmg = 0

$PPmg = 0 \Leftrightarrow \mathbf{400\,.\,l - 3\,.\,l^2} = 0 \Leftrightarrow 400 - 3\,.\,l = 0 \Leftrightarrow l = \frac{400}{3} = \mathbf{133{,}33}\ \boldsymbol{Unit}\text{é}\boldsymbol{s}.$

5. Le volume de « L » qui marque le ralentissement de la production :

Le ralentissement de la production signifie le point où la production commence à croitre à un taux décroissant. Autrement-dit, cette quantité de « L » correspond au point d'inflexion de la courbe représentative du volume de production (PPT$_l$) :

$(PPT)'' = 0 <=> (PPmg_l)' = 0 <=> 400 - 6\,.\,l = 0 <=> \boldsymbol{l} = \frac{\mathbf{400}}{\mathbf{6}} = \mathbf{66{,}67}\ \boldsymbol{Unit}\text{é}\boldsymbol{s}.$

6. Le volume de « L » qui permet d'obtenir une productivité marginale maximale

On sait bien que lorsque la courbe représentative de la quantité produite (la production ou la PPT$_l$) passe par le point d'inflexion, la productivité physique marginale est à son maximum. Donc, le volume (la quantité) de « L » correspondant est de **66,67 unités.**

Troisième partie : Analyse technique du comportement rationnel du producteur : la longue période

Exercice n°01 :

On a les fonctions suivantes :

$P_1 = f(k,l) = k^{0,2}l^{0,5}$

$P_2 = f(k,l) = 2.l^{3/4}k^{\beta}$

$P_3 = f(k,l) = 2.l^{1/2}k^{1/2}$

1. L'expression du TMST$_{K\,à\,L}$ sur une courbe d'iso-produit :

Le TMST $_{K\,à\,L}$ en un point quelconque de la courbe d'isoquante est donné par l'égalité suivante :

$\text{TMST}_{\text{K à L}} = \frac{\text{PPmg}_\text{k}}{\text{PPmg}_\text{l}} = -\frac{\text{dl}}{\text{dk}}$

2. L'expression du $TMST_{K\ à\ L}$ des fonctions (1) et (2) :

a. $TMST_{K\ à\ L}$ de la première fonction de production :

$PPmg_k = \frac{\partial P}{\partial k} = \frac{0,2\ k^{0,2} l^{0,5}}{k}$; $PPmg_l = \frac{\partial P}{\partial l} = \frac{0,5\ k^{0,2} l^{0,5}}{l}$.

$$TMST_{K\ à\ L} = \frac{PPmg_k}{PPmg_l} = \frac{0,2\ k^{0,2} l^{0,5}}{k} * \frac{l}{0,5\ k^{0,2} l^{0,5}} = \frac{\mathbf{2l}}{\mathbf{5k}}$$

b. $TMST_{K\ à\ L}$ de la deuxième fonction de production :

$PPmg_k = \frac{\partial P}{\partial k} = \frac{2.\beta.k^{\beta}\ l^{3/4}}{k}$; $PPmg_l = \frac{\partial P}{\partial l} = \frac{2\frac{3}{4}\ k^{\beta}\ l^{3/4}}{l} = \frac{2.3.k^{\beta}\ l^{3/4}}{4.l}$

$$TMST_{K\ à\ L} = \frac{PPmg_k}{PPmg_l} = \frac{2.\beta.k^{\beta}\ l^{3/4}}{k} * \frac{4.l}{2.3.k^{\beta}\ l^{3/4}} = \frac{\mathbf{4\beta l}}{\mathbf{3k}}.$$

3. La valeur du $TMST_{L\ à\ K}$ lorsque P =2 et L = 3 :

Comme le $TMST_{L\ à\ K}$ égal à l'opposé de la pente de l'isoquante ($TMST_{L\ à\ K} = \frac{PPmg_l}{PPmg_k} = -\frac{dk}{dl}$), nous devons, tout d'abord, déterminer l'équation de l'isoquante donnée par :$k = f(l)$.

On a : $P_3 = f(k,l) = 2.l^{1/2}k^{\ 1/2} = \mathbf{2} <=> l^{1/2}k^{\ 1/2} = 1 <=> k = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{l}}$. $\mathbf{k = f(l)} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{l}}$ est l'équation de l'isoquante.

$$TMST_{L\ à\ K} = -\frac{dk}{dl} = -\left(\frac{-1}{l^2}\right) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{l^2}}$$

Lorsque L = 3 : $TMST_{L\ à\ K} = \frac{1}{l^2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

<u>Exercice n°02 :</u>

On a**:** $p = f(k,l) = bl^{\alpha}k^{\beta}$

1. Les rendements dimensionnels de la fonction :

Appliquons la définition de l'homogénéité à cette fonction :

$$f(ak,al) = b(al)^{\alpha}(ak)^{\beta} = a^{\alpha}a^{\beta}bl^{\alpha}k^{\beta} = a^{\alpha+\beta}bl^{\alpha}k^{\beta} = a^{\alpha+\beta} * f(k,l) = \mathbf{a^{\alpha+\beta}} * \mathbf{p}$$

Le degré d'homogénéité de cette fonction est donc : $\boldsymbol{\lambda = \alpha + \beta}$.

Lorsque :

- **a.** $\boldsymbol{\lambda = \alpha + \beta = 1}$ => Les rendements dimensionnels (d'échelle) sont constants,
- **b.** $\boldsymbol{\lambda = \alpha + \beta < 1}$ => Les rendements dimensionnels sont décroissants,
- **c.** $\boldsymbol{\lambda = \alpha + \beta > 1}$ => Les rendements d'échelle sont croissants.

2. Calcul de α et β, si :

a. L'élasticité de la production par rapport au travail est égale à 0,5 :

$$e_{p/l} = \frac{\partial P}{\partial l} * \frac{l}{P} = \frac{b\alpha l^{\alpha-1}k^{\beta}l}{bl^{\alpha}k^{\beta}} = \boldsymbol{\alpha = 0,5}$$

b. La fonction de production en question est homogène de degré λ=2 :

De ce qui précède, on a démontré que la fonction en question est homogène de degré $\lambda = \alpha + \beta$. Par analogie, on a :

$\lambda = 2 \iff 2 = \alpha + \beta \Rightarrow \beta = 2 - \alpha = 2 - 0{,}5 = 1{,}5$. Donc : $\boldsymbol{\beta = 1{,}5}$.

3. Le pourcentage de variation du volume de production lorsque L augmente de 20% :

	Δl/l	**ΔP/P**	
$\mathbf{e_{p/l} = 0{,}5}$	+1%	+0,5%	$\Rightarrow \Delta P/P = \frac{(+0{,}5\%)*(+20\%)}{(+1\%)} = \mathbf{+10}\%$.
	+20%	**ΔP/P**	

Ou encore :

$e_{p/l} = \frac{\frac{\Delta P}{P}}{\frac{\Delta l}{l}} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P} = e_{p/l} * \left(\frac{\Delta l}{l}\right) = 0{,}5 * (+20\%) = +10\%$.

Donc, le volume de production va s'accroître de 10%, quand la quantité utilisée du facteur travail augmente de 20%.

4. Le pourcentage de variation du volume de production lorsque les deux facteurs K et L augmentent de 100% :

Augmenter simultanément les facteurs de production et dans la même proportion (100%), revient à doubler leurs quantités. En d'autres termes, on multiplie par 2 les quantités de facteurs K et L. Comme la fonction est homogène de degré λ=2, on peut écrire :

$f(2k, 2l) = 2^2 f(k, l) = 4\, f(k, l) = \mathbf{4 * p}$

Lorsqu'on double (augmentation relative de 100%) les quantités de facteurs, le volume de production sera quadruplé.

La variation relative de la production est :

$\frac{\Delta P}{P} = \frac{4p - p}{p} * 100\% = \frac{p(4-1)}{p} * 100\% = \mathbf{300}\%$. Donc le volume de production va s'accroître de 300%.