Exercice1. Calculer les limites des suites dont le terme général est donné ci-dessous:

■ $u_n = 3n^2 - n^3$ ■ $u_n = \dfrac{-3n^3+n}{n^2+n-2n^3}$ ■ $u_n = \dfrac{-n+5}{n^2-1}$ ■ $u_n = \dfrac{3n^4-n^2-1}{-n^2-1}$ ■ $u_n = (-3)^n$

■ $u_n = \dfrac{1}{\sqrt[3]{n}} - \left(\dfrac{4}{3}\right)^n$ ■ $u_n = \left(\dfrac{3}{5}\right)^n \left(\dfrac{3}{2}\right)^n$.

Exercice2. Soit la suite $(\boldsymbol{u_n})$ définie par la relation de récurrence suivante :

$$u_0 = \sqrt{2}, \text{ et pour tout } n \in \mathbb{N}:\ u_{n+1} = \sqrt{2+u_n}.$$

1. Calculer $u_1, u_2\ et\ u_3$.
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N},\ 0 < u_n < 2$.
3. Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+1}^2 - u_n^2 = (2-u_n)(1+u_n)$.
4. Déduire que la suite (u_n) est croissante.
5. La suite(u_n) est-elle convergente ? Justifier.
6. Calculer la limite de la suite (u_n).

Exercice3. Soit la suite (u_n) telle que $u_n = \left(\frac{1-a^2}{1+a^2}\right)^n$, a est un nombre réel quelconque.

1. Vérifier que (u_n) est une suite géométrique.
2. Calculer la limite de (u_n).
3. Calculer la somme suivante $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.