Université Abderrahmane Mira de Béjaia
Faculté des Sciences Economiques, des Sciences, Commerciales, et des sciences de Gestion.
Département SEGC-L.M.D (Formation Initiale).
1ère année SEGC- LMD. Toutes les Sections.

Septembre 2015.

Microéconomie I --- Examen de rattrapage

Recommandations :

Présentez une copie propre et bien rédigée. Veillez au respect du bon déroulement des examens.
Utilisez vos propres outils (calculatrice, stylos, crayons, ...). L'utilisation du portable n'est pas autorisée.
Les réponses aux questions doivent être brèves et argumentées. Respectez les consignes des surveillants.

I. Calcul de l'élasticité (5 points):

1. Calculez la variation relative (en %) du prix d'un bien X lorsque son prix unitaire passe de 75^{DA} à 90^{DA}.
2. Calculez, pour ce même bien X, la variation relative de la demande (D_x) qui passe, sous l'effet de P_x, de 400 unités à 300 unités *toutes choses égales par ailleurs.*
3. **Déterminez l'élasticité-prix directe de la demande de ce bien.** ***Commentez le résultat obtenu.***

II. La fonction d'utilité : (9 points):

Un consommateur rationnel dispose d'une fonction d'utilité donnée par la relation :
$\boldsymbol{U = f(x, y, z) = 4 . x^{0,5} . y^{0,75} . z^{0,4}}$ Il utilise un revenu **R= 660** $^{\mathbf{DA}}$ pour acquérir trois biens X, Y, et Z. dont les prix unitaires respectifs sont $\mathbf{Px = 2^{DA}}$, $\mathbf{Py = 6^{DA}}$ et $\mathbf{Pz = 8^{DA}}$.

1. Calculez, en utilisant la méthode de Lagrange, les quantités(x, y, z) qui maximisent l'utilité.
2. Calculez le niveau de l'utilité à l'équilibre.
3. Calculez la valeur du multiplicateur de Lagrange (λ). *Prendre deux chiffres après la virgule.*
4. Quel est l'effet d'une diminution de 10 % du revenu sur le niveau de l'utilité totale ?
5. Quelle est la variation de revenu nécessaire pour accroître le niveau de l'utilité de 100^{utils} ? *Présentez les calculs et les résultats.*
6. Quel est le niveau de revenu exigé pour atteindre un degré d'utilité 20 % plus élevé que celui calculé à la question 2.? *Présentez les calculs et le résultat.*

III. Calcul du TMS (6 points) :

Soit la fonction $\boldsymbol{U = f(x, y) = 6 . x^{0,8} . y^{0,3}}$ qui résume le comportement d'un individu rationnel.

1. Déterminez l'expression du $TMS_{X \grave{a} Y}$ pour cette fonction.
2. Calculez **la valeur du TMS** pour le panier$(x, y) = \mathbf{(4, 3)}$.
3. Que doit faire le consommateur pour maintenir la même satisfaction en diminuant la quantité du bien X de 3 unités ?
4. Quelle variation faut-il apporter à la quantité du bien X si la quantité de Y baisse de 0,4 unités tout en restant sur la même courbe d'indifférence ?

Examen de rattrapage – Microéconomie I

I. Calcul de l'élasticité :

1. Calcul de la variation relative du prix :

- La variation absolue $\Delta P_x = 90 - 75 = +15$ DA.
- La variation relative $\frac{\Delta P_x}{P_{x_0}} = \frac{+15}{75} = 0{,}2 \ (+20\%)$ 01,5

2. Calcul de la variation relative de la demande :

- La variation absolue $\Delta D_x = 300 - 400 = -100$ unités.
- La variation relative $\frac{\Delta D_x}{D_{x_0}} = \frac{-100}{400} = -0{,}25 \ (-25\%)$. 01,5

3. Calcul de l'élasticité :

L'élasticité de la demande par rapport au prix est mesurée par le rapport des variations relatives de la demande $\left(\frac{\Delta D_x}{D_x}\right)$ et du prix $\left(\frac{\Delta P_x}{P_x}\right)$:

$$e_{D_x/P_x} = \left| \frac{\frac{\Delta D_x}{D_x}}{\frac{\Delta P_x}{P_x}} \right| = \left| \frac{-0{,}25}{0{,}2} \right| = 1{,}25$$

La demande du bien X est élastique c'est-à-dire qu'elle est très sensible aux variations du prix P_x. Une variation de 1% du prix du bien X provoque une variation (dans le sens opposé) de 1,25% du niveau de Dx.

02

II. La fonction d'utilité :

Formalisation du problème : $\begin{cases} Max\ U = f(x,y,z) = \\ s/c\ R = 2x + 6y + 8z. \end{cases}$

La fonction de Lagrange : $\mathcal{L} = 4 . x^{0,5} . y^{0,75} . z^{0,4} + \lambda(R - 2x - 6y - 8z)$.

Résolution du problème : La fonction $\mathcal{L}$ est maximisée lorsque $\mathcal{L}'_{(x,y,z,\lambda)} = 0$.

$$\begin{cases} \mathcal{L}'_x = 4(0,5) . x^{-0,5} . y^{0,75} . z^{0,4} - 2\lambda = 0 \\ \mathcal{L}'_y = 4(0,75) x^{0,5} y^{-0,25} z^{0,4} - 6\lambda = 0 \\ \mathcal{L}'_\lambda = 4(0,4) . x^{0,5} . y^{+0,75} . z^{-0,6} - 8\lambda = 0. \\ R - 2x - 6y - 8z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda = \dfrac{4(0,5)\ y^{0,75} . z^{0,4}}{2\ x^{0,5}} \quad \text{....} \ (1) \\ \lambda = \dfrac{4(0,75)\ x^{0,5} . z^{0,4}}{6 . y^{0,25}} \quad \text{...} \ (2) \\ \lambda = \dfrac{4(0,4)\ x^{0,5} . y^{0,75}}{8\ z^{0,6}} \quad \text{...} \ (3) \\ R - 2x - 6y - 8z = 0 \quad \text{...} \ (4) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow \frac{4(0,5)\ y^{0,75} \cancel{z^{0,4}}}{2 . x^{0,5}} = \frac{4(0,75) . x^{0,5} . \cancel{z^{0,4}}}{6 . y^{0,25}}$$

$$8 . (0,75) . x^{0,5+0,5} . \cancel{z^{0,4}} = 24(0,5) . y^{0,75+0,25} . \cancel{z^{0,4}}$$

$$\Rightarrow 6x = 12y \Leftrightarrow \boxed{y = \frac{6}{12} . x = \frac{1}{2} . x}$$

(3) $\Leftrightarrow \dfrac{4(0,5)\cdot y^{0,75} z^{0,4}}{2\cdot x^{0,5}} = \dfrac{4(0,4)\cdot x^{0,5} y^{0,75}}{8\cdot z^{0,6}}$

$\Rightarrow 32(0,5)\cdot z^{0,6+0,4}\cdot y^{0,75} = 8(0,4)\cdot x^{0,5+0,5}\cdot \cancel{y^{0,75}}$

$\Leftrightarrow 16\cdot z = 3,2x \Leftrightarrow \boxed{z = \frac{3,2}{16}\cdot x = 0,2\cdot x}$

On remplace y et z par ces valeurs dans (4) :

$\Rightarrow R - 2\cdot x - 6\cdot(\frac{1}{2}\cdot x) - 8(0,2\cdot x) = 0.$

$\Rightarrow R - 6,6x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{R}{6,6} = \frac{660}{6,6} = \boxed{100}$ unités

$y = \frac{1}{2}\cdot(100) = \boxed{50}$ unités et $z = 0,2(100) = \boxed{20}$ unités. (03)

Donc les quantités qui maximisent le niveau de l'utilité totale sont $(x, y, z) = (100, 50, 20) = 4\cdot 100^{0,5}\cdot 50^{0,75}\cdot 20^{0,4}$.

(01)

Le niveau de l'utilité à l'équilibre :

$Max\ U_t = f(100, 50, 20) = 4\cdot 100^{0,5}\cdot 50^{0,75}\cdot 20^{0,4} = 2.492,84$ utils

La valeur du multiplicateur :

$\lambda = \dfrac{4(0,5)\cdot 50^{0,75}\cdot 20^{0,4}}{2\cdot 100^{0,5}} = \dfrac{4(0,75)\cdot 100^{0,5}\cdot 20^{0,4}}{6\cdot 50^{0,25}} = \dfrac{4(0,4)\cdot 100^{0,5}\cdot 50^{0,75}}{8\cdot 20^{0,6}} = 6,23.$

18,8030

(01)

4 On a $\lambda = \dfrac{\Delta U_t}{\Delta R} = 6,23.$

Pour une $\Delta R = -10\%(660^{DA}) = -66^{DA}.$

Son effet sera une $\Delta U_t = \lambda\cdot\Delta R = -66\cdot(6,23) = -411,18$ utils.

niveau de l'utilité totale recule de 411,18 utils

(01,5)

Pour obtenir une $\Delta U_t = +100^{\text{util}}$, il faut :

$$\Delta R = \frac{\Delta U_t}{\lambda} = \frac{100}{6{,}23} = \boxed{+16{,}051^{DA}}$$ un accroissement du revenu de $16{,}051^{DA}$

01

6. On a Max $U_t = 2.492{,}87$ et $\Delta U_t = +10\% \, (2492{,}87)$

$\Delta U_t = +249{,}28$ util

et $\Delta R = \frac{\Delta U_t}{\lambda} = \frac{249{,}28}{6{,}23} = +40{,}01^{DA.}$ 01,5

Il faut un revenu en hausse de $40{,}01^{DA}$ pour atteindre un niveau de satisfaction en hausse de 10%.

III. Calcul du TMS :

On a $U = f(x,y) = 6 \cdot x^{0{,}8} \cdot y^{0{,}3}$

1. l'expression du TMS :

$$TMS_{x\grave{a}y} = \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{6 \cdot (0{,}8) \cdot x^{-0{,}2} \cdot y^{0{,}3}}{6 \cdot (0{,}3)\, x^{0{,}8} \cdot y^{-0{,}7}} = \frac{8}{3} \cdot \frac{y^{0{,}3} \cdot y^{0{,}7}}{x^{0{,}8} \cdot x^{0{,}2}} = \frac{8}{3} \cdot \frac{y}{x}$$ 01

2. Calcul des TMS pour le panier $(x, y) = (4, 3)$:

$$TMS_{x\grave{a}y} = \frac{8}{3} \cdot \frac{y}{x} = \frac{8}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{4} = 2.$$ 01

$$TMS_{y\grave{a}x} = \frac{1}{TMS_{x\grave{a}y}} = \frac{1}{2} = 0{,}5.$$ 01

3. Pour maintenir le même niveau de satisfaction avec une $\Delta x = -3^{\text{unité}}$

Sachant que $TMS_{x\grave{a}y} = 2$

Δy		Δx
-2	correspond à	$+1$
Δy		-3

Donc $\boxed{\Delta y = \frac{-3 \cdot (-2)}{1} = +6 \text{ unités}}$ 01,5

En augmentant Y de 6 unités, le consommateur va compenser la diminution de X de 3 unités.

Lorsque $\Delta y = -0{,}4$ unités, la variation de X est calculée ainsi :

Δy	Δx
-2	$+1$
$-0{,}4$	Δx

$$TMS_{x \grave{a} y} = 2$$

$$\Delta x = \frac{(-0{,}4) \cdot 1}{-2} = +0{,}2$$

Il faut accroître X de 0,2 unités et garder le même niveau d'utilité avec une baisse de Y de 0,4 unités

0,5