Université Abderrahmane Mira de Béjaia
Faculté des Sciences Economiques, commerciales, et des Sciences de Gestion.
Département de la Formation Initiale SEGC- L.M.D.
1ière année SEGC- LMD. Toutes les Sections. Semestre I/ 2015-2016.

Examen Final --- Microéconomie I

Recommandations :

Présentez une copie propre et bien rédigée. Veillez au respect du bon déroulement des examens.
Utilisez vos propres outils (calculatrice, stylos, crayons, ...). L'utilisation du portable n'est pas autorisée.
Les réponses aux questions doivent être brèves et argumentées. Respectez les consignes des surveillants.

I. Questions du cours (4 points):

1. Donnez une définition de la Courbe d'Engel.
2. Quelle est la signification d'une élasticité-croisée (élasticité de substitution) de la demande d'un bien X égale à – 1,5. *Interprétez le signe et le chiffre.*

II. La fonction d'utilité et la demande : (11 points) :

Un individu rationnel dont le comportement de consommation est résumé par la fonction d'utilité U telle que : $\boldsymbol{U = f(x, y) = 2.x^2.y^{0,5}}$. Il dispose d'un revenu **R= 800** $^{\mathbf{DA}}$ pour acquérir deux biens X et Y avec des prix unitaires **Px =5** $^{\mathbf{DA}}$ et **Py = 4** $^{\mathbf{DA}}$.

1. Calculez le panier optimal (la combinaison) qui maximise le niveau d'utilité pour ce consommateur en utilisant la méthode de Lagrange.
2. Quelle est la variation de revenu nécessaire pour accroître le niveau de l'utilité de (**+14,5** %) ? *Présentez les calculs et les résultats avec <u>2 chiffres arrondis après la virgule</u>.*
3. Tracez la représentation graphique de l'équilibre pour ce consommateur. *Précisez l'équation et les limites de la droite du budget et le panier optimal.*
4. Calculez la valeur du TMS $_{X à Y}$ pour le panier (x, y) = (6,4).
5. Que doit faire le consommateur pour maintenir le même niveau d'utilité en diminuant la quantité de X de **1,5 unité** ? *Réponse précise avec calculs.*
6. Ecrivez les expressions des fonctions de demande pour les biens X et Y.

III. Le calcul des élasticités (5 points) :

Soit Dx une fonction de demande telle que : $\mathrm{Dx} = \frac{-1}{2}.\mathrm{R} + 2.\mathrm{Px} + 3.\mathrm{Py}$

Le consommateur dispose d'un revenu **R= 30** $^{\mathbf{DA}}$ destiné à l'acquisition de deux biens dont les prix unitaires sont : **Px =12** $^{\mathbf{DA}}$, et **Py = 3** $^{\mathbf{DA}}$.

1. Calculez les élasticités de la demande par rapport à Px et par rapport à Py. *Donnez une conclusion pour chaque résultat.*
2. Calculez la valeur de l'élasticité-revenu. Déterminez alors la nature du bien X.
3. Quel est l'effet d'une hausse de **3** $^{\mathbf{DA}}$ de Px sur le niveau de la demande *toutes choses égales par ailleurs* ?
4. Le bien X est-il un bien ***Giffen*** ? *Justifiez votre réponse.*

Corrigé-type - Examen final - Semestre 1 -

I - Questions du Cours :

1. La courbe d'Engel est une projection des points d'équilibre successifs construits sur une C.C.R. Cette projection permet d'obtenir une courbe dite d'Engel qui représente l'évolution du niveau de la demande d'un bien X en fonction de la seule variable revenu. 01,50
Cette courbe est croissante dans le cas d'un bien supérieur, et elle possède une pente négative pour les biens inférieurs.

2. L'élasticité-croisée mesure la variation relative de la demande d'un bien X par rapport à une variation unitaire (en %) du prix d'un autre bien Y. Un résultat égal à (-1,5) signifie que le niveau de Dx diminue de 1,5% à chaque hausse de 1% de P_y toutes choses égales par ailleurs. 02,50
Un accroissement de P_y de 1% va donc provoquer non seulement une baisse de D_y mais aussi une baisse de Dx de 1,5% car les biens X et Y sont complémentaires. Aussi, lorsque P_y diminue, on va assister à une hausse de Dx de 1,5% Céteris paribus.

II. La fonction d'utilité et la demande :

- Formalisation du problème :

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(x,y) = 2 \cdot x^2 \cdot y^{0,5} \\ R = xP_x + yP_y = 5x + 4y = 800 \end{cases}$$

$$\mathcal{L} = U + \lambda(R - x P_x - y P_y).$$
$$\mathcal{L} = 2 . x^2 . y^{0,5} + \lambda . (R - 5x - 4y).$$

Cette fonction sera maximisée (pour obtenir les quantités optimales) lorsque les dérivées partielles s'annulent.

On obtient alors :

$$\Rightarrow \begin{cases} \mathcal{L}'_x = \dfrac{\delta U}{\delta x} - \lambda . P_x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = \dfrac{\delta U}{\delta y} - \lambda . P_y = 0 \\ \mathcal{L}'_\lambda = R - 5x - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \dfrac{\delta U / \delta x}{P_x} \\ \lambda = \dfrac{\delta U / \delta y}{P_y} \\ R - 5x - 4y = 0 . \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \dfrac{2 . 2 . x^1 . y^{0,5}}{5} = \dfrac{4 . x . y^{0,5}}{5} \quad \ldots (1) \\ \lambda = \dfrac{2 . (0,5) x^2 . y^{-0,5}}{4} = \dfrac{x^2 . y^{-0,5}}{4} \quad \ldots (2) \\ R - 5x - 4y = 0 . \quad \ldots (3) \end{cases}$$

01

Par la division (1)/(2), on obtient : $\dfrac{4 . x . y^{0,5} . 4}{5 . x^2 . y^{-0,5}} = \dfrac{\lambda}{\lambda} = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{16 . y^{0,5} y^{0,5}}{5 . x} = 1$$

Donc

$$16 y = 5x \qquad \text{ou} \qquad 5 . x = 16 . y$$
$$y = \frac{5}{16} . x \qquad\qquad x = \frac{16}{5} . y$$
$$\boxed{y = 0,3125 x} \qquad\qquad \boxed{x = 3,2 . y}$$

On remplace par cette valeur dans l'équation (3) :

$$\Rightarrow R - 5x - 4 . \left(\tfrac{5}{16} x\right) = 0.$$
$$R - 5x - \tfrac{5}{4} . x = 0.$$
$$R - \tfrac{25}{4} . x = 0 . \Leftrightarrow x = \frac{4R}{25}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3200}{25}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x = 128 \text{ unités}}$$
et $\boxed{y = \tfrac{5}{16} (128) = 40 \text{ unités}}$

01

Donc, les quantités de biens qui permettent de maximiser le niveau de l'utilité totale sont $(x,y) = (128, 40)$.

2. Le multiplicateur λ permet de relier les variations de revenu et les variations du niveau de satisfaction.

Au niveau d'équilibre : $\lambda = \dfrac{Umg_x}{P_x} = \dfrac{Umg_y}{P_y}$.

Ainsi : $\boxed{\lambda = \dfrac{4.(128).(40)^{0,5}}{5} = \dfrac{(128)^2.(40)^{-0,5}}{4} = 647,63.}$ 0,50

Ce résultat traduit l'effet d'une hausse unitaire du revenu du consommateur sur le niveau d'utilité du consommateur. Il est démontré que $\lambda = \dfrac{\Delta U_t}{\Delta R}$.

Le niveau de l'utilité à l'équilibre :

$$Max\ U_t = f(128, 40) = 2.(128)^2.(40)^{0,5}$$

$$\boxed{Max\ U_t = 207.243,03 \text{ utils}}$$ 0,50

Un accroissement de l'utilité totale de $+14,5\ \%$ signifie :

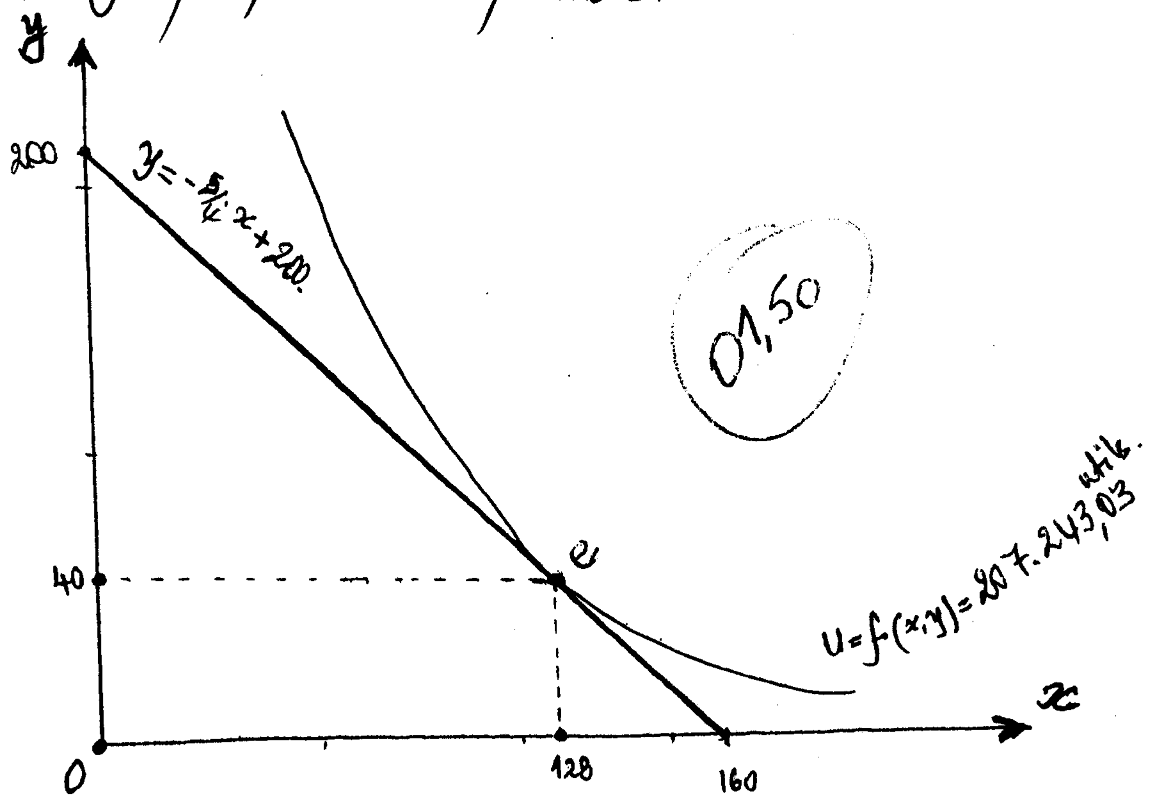
$$\Delta U_t = 207.243,03\ (14,5\%) \Leftrightarrow \boxed{\Delta U_t = +30.050,24 \text{ utils}}$$ 0,50

La variation du revenu nécessaire est alors :

$$\Delta R = \frac{\Delta U_t}{\lambda} = \frac{+30.050,24}{647,63} \Leftrightarrow \boxed{\Delta R = +46,40^{DA}}$$ 01

Donc une hausse du revenu de $46,40^{DA}$ permettra un accroissement de l'utilité de $30.050,24^{\text{utils}}$ $(+14,5\ \%)$.

- La représentation graphique de l'équilibre :



Le TMS :

$$TMS_{x/y} = \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{\delta U/\delta x}{\delta U/\delta y} = \frac{4 \cancel{x} \cdot y^{0,5}}{2(0,5) \cdot x^{2} \cdot y^{-0,5}} = \frac{4\, y^{0,5} \cdot y^{0,5}}{x^{1}} = \boxed{4 \cdot \frac{y}{x}}$$

Pour le panier $(x, y) = (6, 4)$: $\boxed{TMS_{x/y} = 4 \cdot \frac{4}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} = 2{,}667}$ 01,50

Pour maintenir le même niveau d'utilité avec $\Delta x = -1{,}5$ unité, il faut accroître la quantité de y ($\Delta y = ?$).

Sachant que :

	Δy	Δx	ΔU_t
$TMS_{x/y}$	$-8/3$	$+1$	$=0$
	Δy	$-1{,}5$	$=0$

$$\Delta y = \frac{-1{,}5\left(-\frac{8}{3}\right)}{1}$$

$\boxed{\Delta y = +4 \text{ unités}}$ 01,50

Pour $U = f(x,y) = 2 \cdot x^{2} \cdot y^{0,5}$ et à la situation d'équilibre, on vérifie la relation : $\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{P_x}{P_y} \Leftrightarrow \frac{4 \cdot x \cdot y^{0,5}}{x^{2} \cdot y^{-0,5}} = \frac{P_x}{P_y}$

$$\Leftrightarrow \frac{4 \cdot y^{0,5} \cdot y^{0,5}}{x} = \frac{P_x}{P_y}$$

Donc $4 \cdot y \cdot P_y = x \cdot P_x$ Donc :

$$y = \frac{x \cdot P_x}{4 \cdot P_y}$$

Avec $R = x \cdot P_x + y \cdot P_y$

$\Rightarrow R = x \cdot P_x + \frac{x P_x}{4 \cancel{P_y}} \cdot \cancel{P_y}$

$$R = \frac{4 x P_x + x P_x}{4}$$

$\Rightarrow 4R = 5 x P_x$

$\Rightarrow \boxed{x^* = \frac{4R}{5 P_x}}$ 01

Cette expression représente la fonction de demande pour le bien X.

$\boxed{\Rightarrow D_x = f(R, P_x) = \frac{4R}{5 \cdot P_x}}$

Et

$$x = \frac{4 \cdot y \cdot P_y}{P_x}$$

$R = x \cdot P_x + y \cdot P_y$.

$R = \frac{4 \cdot y P_y}{\cancel{P_x}} \cdot \cancel{P_x} + y \cdot P_y$

$R = 5 \cdot y \cdot P_y$.

$\Leftrightarrow \boxed{y^* = \frac{R}{5 \cdot P_y}}$ 01.

Cette expression désigne la fonction de demande pour le bien Y.

$\boxed{Q_y = D_y = f(R, P_y) = \frac{R}{5 \cdot P_y}}$

II _ Le Calcul des élasticités :

$D_x = f(R, P_x, P_y) = -\frac{1}{2} \cdot R + 2 \cdot P_x + 3 \cdot P_y$.

Avec $R = 30^{DA}$, $P_x = 12^{DA}$ et $P_y = 3^{DA}$,

$D_x = -\frac{1}{2} (30) + 2(12) + 3(3)$.

$\boxed{D_x = 18 \text{ unités}}$

L'élasticité directe :

$$e_{D_x / P_x} = \left| \frac{\delta D_x}{\delta P_x} \cdot \frac{P_x}{D_x} \right| = \left| +2 \cdot \frac{12}{18} \right| = \left| \frac{24}{18} \right| = \frac{4}{3} = 1{,}334.$$

01

La demande du bien X est élastique ($e_{D_x / P_x} > 1$). Une hausse de P_x de 1% va induire aussi une hausse de D_x de 1,334 %.

L'élasticité-croisée :

$$e^{Dx}_{/Py} = \frac{\delta Dx}{\delta Py} \cdot \frac{Py}{Dx} = +3 \cdot \frac{3}{18} = \frac{9}{18} = +\frac{1}{2} = \underline{+0,5}$$

Les biens X et Y sont des biens substituables. 01

Une hausse de Py de 1% va provoquer une variation de Dx dans le même sens de 0,5 %.

L'élasticité-revenu :

$$e^{Dx}_{/R} = \frac{\delta Dx}{\delta R} \cdot \frac{R}{Dx} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{30}{18} = -\frac{15}{18} = \underline{-0,833}$$ 01

Le bien X est un bien inférieur ($e^{Dx}_{/R} < 0$)

L'effet d'une ΔPx sur Dx :

On a $e^{Dx}_{/Px} = 1,33$ Cela signifie que chaque variation de Px de 1% provoque une variation dans le même sens ~~opposé~~ de Dx de 1,33~~4~~%.

0,5

Calculons la variation relative de Px : $\boxed{\frac{\Delta Px}{Px} = \frac{+3^{DA}}{12^{DA}} \cdot 100 = +25\%}$

Et la variation de Dx sera :

$$\left(\frac{\Delta Dx}{Dx}\right) = \frac{25\% \cdot \left(\frac{4}{3}\right)}{1} = \underline{+33,334\%}$$

	$\left(\frac{\Delta Px}{Px}\right)$	$\left(\frac{\Delta Dx}{Dx}\right)$
$e^{Dx}_{/R}$	+1 %	+1,334 %
	+25%	$\left(\frac{\Delta Dx}{Dx}\right)$

Le niveau de Dx augmentera de 33,33% lorsque le niveau de Px augmente de 25 %. 01

Le bien X est un bien Giffen parce que d'après nos calculs :

$e^{Dx}_{/Px} = +1,334$: L'élasticité directe est positive, une caractéristique des biens Giffen.

0,5

$e^{Dx}_{/R} = -0,833$: L'élasticité-revenu est négative ce qui désigne un bien inférieur (de première nécessité).