Corrigé type

Université Abderrahmane Mira de Béjaia
Faculté des Sciences Economiques, des Sciences de Gestion, et des Sciences Commerciales
Département SEGC, Système L.M.D.
1ière année SEGC- LMD.

Microéconomie I Examen de rattrapage

I. Questions du cours (4 points):

1 1. Donnez une définition de la carte d'indifférence du consommateur.

3 2. Donnez une définition de la contrainte budgétaire d'un consommateur dans le cas de deux biens X et Y. Présentez son équation et déterminez sa pente.

II. La fonction de demande (7 points) :

Soit $Dx = f(Px, Py, R) = R - 2.Px - 3.Py$ la fonction de demande d'un individu rationnel qui dispose d'un revenu R = 34 DA.

0,5 1. Calculez le niveau de demande Dx si les prix des deux biens sont respectivement Px=4 DA et Py=2 DA.

1,5 2. Calculez la valeur de l'élasticité directe. Comment est la demande Dx ?

1,5 3. Calculez l'élasticité-croisée et déterminez la relation entre les biens X et Y.

1,5 4. Déterminez la nature du bien X après avoir calculé l'élasticité-revenu.

1 5. De combien la demande va varier et dans quel sens si Px diminue de 5% ?

1 6. Quelle est la variation de Dx enregistrée pour une diminution du revenu de 20% ? *Expliquez les résultats.*

III. Exercice d'application (9 points):

Soit $U = f(x, y, z) = 5.x^{0.3}.y^{0.5}.z^{0.4}$ la fonction d'utilité d'un consommateur rationnel qui dépense un revenu R= 640 DA pour acquérir trois biens X, Y et Z.
Les prix de ces biens sont Px = 4 DA, Py = 8 DA et Pz = 5 DA.

4,5 1. Quel est le panier optimal (x,y,z), celui qui maximise le niveau de l'utilité? *Utilisez la méthode de Lagrange.*

1 2. Calculez le niveau maximum de l'utilité totale.

1 3. Quelle est la valeur du multiplicateur de *Lagrange* (λ) ?

2,5 4. Quelle serait la variation du niveau de l'utilité dans le cas d'une baisse de 10 DA de revenu ? *(toutes choses égales par ailleurs)*

Rattrapage Micro-éco I . Corrigé-type

I. Questions du Cours 04/04

1. La carte d'indifférence d'un consommateur rationnel est la représentation sur un même graphique des différentes courbes d'indifférences d'un individu. Ces courbes indiquent différents niveaux d'utilité pour un même consommateur. 01

2. Dans le cas de deux biens X et Y, on a $U = f(x, y)$. 01

La contrainte budgétaire du consommateur est la représentation graphique des différentes combinaisons de biens (x,y) que le consommateur peut acquérir avec son revenu. C'est une droite dont l'équation est $y = -\frac{P_x}{P_y} x + \frac{R}{P_y}$ 01

Où $a = -\frac{P_x}{P_y}$ 01 représente la pente de cette droite et $\frac{R}{P_y}$ le point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.

II. La fonction de demande : 07/07

On a $D_x = R - 2.P_x - 3.P_y$.

1. $D_x = 34 - 2(4) - 3(2) = 20$ unités. 0,5

2. Calcul de l'élasticité directe : 0,5

$$e_{D_x/P_x} = \left| \frac{\delta D_x}{\delta P_x} \cdot \frac{P_x}{D_x} \right| = \left| -2 \cdot \frac{4}{20} \right| = \left| -\frac{8}{20} \right| = 0,4 < 1$$ 0,5

La demande du bien X est une demande inélastique. Une variation de Px provoque une variation inverse et moins que proportionnelle de la demande de X. 0,5

3. Calcul de l'élasticité-Croisée :

On $e_{D_x/P_y} = \frac{\delta D_x}{\delta P_y} \cdot \frac{P_y}{D_x} = -3 \cdot \frac{2}{20} = -\frac{6}{20} = -\frac{3}{10} = -0,3 < 0$. 0,5 0,5

Les biens X et Y sont des biens Complémentaires : La baisse du Prix de Y (augmente D_y) et provoque une augmentation de la demande de X (D_x augmente). 0,5

4. Calcul de l'élasticité-revenu :

$e_{D_x/R} = \frac{\delta D_x}{\delta R} \cdot \frac{R}{D_x} = +1 \cdot \frac{34}{20} = \frac{17}{10} = 1,7 > 1$. 0,5 0,5

X est un bien supérieur de luxe. La demande D_x augmente fortement lors d'une hausse du revenu. 0,5

5. On sait déjà, d'après nos calculs, que $e_{D_x/P_x} = 0,4$ i.e. qu'une variation de 1% de P_x provoque une variation (en sens inverse) de D_x de 0,4%. Donc, si P_x diminue de 5% (i.e $\frac{\Delta P_x}{P_x} = -5\%$), la demande de X va augmenter de 2%. 1

Pour $e_{D_x/P_x} = 0,4$	ΔP_x		ΔD_x
	-1%	$\longrightarrow$	$+0,4\%$
	-5%	$\longrightarrow$	$+2\%$

6. Lorsque R diminue de 20%, D_x va aussi diminuer de façon plus que proportionnelle (parceque $e_{D_x/P_x} = 1,7$), ainsi 1

$\ldots = 1,7$	ΔR	ΔD_x
	-1%	$-1,7\%$

Donc, D_x diminue de 34% ; le consommateur a fortement bais

III. Exercice d'application :

Les données : $U = 5\, x^{0,3} \cdot y^{0,5} \cdot z^{0,4}$; $R = 640^{DA}$; $P_x = 4^{DA}$; $P_y = 8^{DA}$ et $P_z = 5^{DA}$.

1. Détermination du panier optimal :

- Formalisation du problème :

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(x, y, z) \\ \text{s/c } R = x \cdot P_x + y P_y + z \cdot P_z \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{Max } U = 5 x^{0,3} \cdot y^{0,5} \cdot z^{0,4} \\ \text{s/c } R = 4x + 8y + 5z \end{cases}$$

- Construction de la fonction de Lagrange :

$$\mathcal{L} = 5\, x^{0,3} \cdot y^{0,5} \cdot z^{0,4} + \lambda (R - 4x - 8y - 5z) \quad 0,5$$

- Résolution du problème : $\text{Max } \mathcal{L} \Rightarrow \mathcal{L}'_{(x,y,z,\lambda)} = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\delta U}{\delta x} - 4\lambda = 0 \\ \dfrac{\delta U}{\delta y} - 8\lambda = 0 \\ \dfrac{\delta U}{\delta z} - 5\lambda = 0 \\ R - 4x - 8y - 5z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \dfrac{5 \cdot 0,3\, x^{-0,7} \cdot y^{0,5} \cdot z^{0,4}}{4} & \ldots (1) \\ \lambda = \dfrac{5 \cdot 0,5\, x^{0,3} \cdot y^{-0,5} \cdot z^{0,4}}{8} & \ldots \\ \lambda = \dfrac{5 \cdot 0,4 \cdot x^{0,3}\, y^{0,5}\, z^{-0,6}}{5} & \ldots (\\ R - 4x - 8y - 5z = 0. & \ldots (\end{cases}$$

1,5

On a $\dfrac{(1)}{(2)} = \dfrac{\lambda}{\lambda} = 1$ 0,5

$$\Leftrightarrow \frac{5/4 \cdot 0,3 \cdot x^{-0,7} \cdot y^{0,5} \cdot z^{0,4}}{5/8 \cdot 0,5\; x^{0,3}\; y^{-0,5}\; z^{0,4}} = 1 \Leftrightarrow \frac{5/4\, 3\, y^{0,5}\; y^{0,5}}{5/8\, 5 \cdot x^{0,3}\; x^{0,7}} = 1.$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{5} \cdot \frac{y}{x} = 1 \Leftrightarrow 6 \cdot y = 5x \Leftrightarrow \boxed{y = \frac{5}{6} \cdot x}$$

De même, on a, $\frac{(1)}{(3)} = \frac{\lambda}{\lambda} = 1$ 0,5

$$\frac{\frac{5}{4}\cdot 0,3\; x^{-0,7}\, \cancel{y^{0,5}}\, z^{0,4}}{\frac{5}{8}\cdot 0,4\; x^{0,3}\, \cancel{y^{0,5}}\, z^{-0,6}} = 1 \Leftrightarrow \frac{\frac{15}{4}\cdot z^{0,4}\cdot z^{0,6}}{4\cdot x^{0,3}\cdot x^{0,7}} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{15}{4}\cdot z^{1}}{4x^{1}} = 1 \Leftrightarrow \frac{15}{4}\cdot z = 4x \Leftrightarrow \boxed{z = \frac{16}{15}\cdot x}$$

On remplace y et z par leurs valeurs dans (4), on obtient

$$R - 4\cdot x - 8\cdot\left(\frac{5}{6}\cdot x\right) - 5\left(\frac{16}{15}\cdot x\right) = 0.$$

$$\Leftrightarrow R - 4x - \frac{40}{6}\cdot x - \frac{16}{3}\cdot x = 0 \Leftrightarrow R - \frac{12x}{3} - \frac{20}{3}\cdot x - \frac{16}{3}\cdot x =$$

$$\Leftrightarrow R - \frac{48}{3}\cdot x = 0 \Leftrightarrow R - 16\cdot x = 0$$ 0,5

$$\Leftrightarrow \boxed{x = \frac{R}{16} = \frac{640}{16} = 40 \text{ unités.}}$$

Ainsi, on aura : $y = \frac{5}{6}\cdot(40) \Leftrightarrow \boxed{y = 33,333 \text{ unités}}$ 0,5

et $z = \frac{16}{15}(40) \Leftrightarrow \boxed{z = 42,666 \text{ unités}}$ 0,5

Donc, le panier de biens qui maximise le niveau de l'utilité totale du consommateur est $(x, y, z) = (40; 33.33; 42,66)$.

2- Le niveau de l'utilité totale :

$$\text{Max } U = f(40; 33.33; 42.66) = 391,7985 \text{ utils.}$$ 01

3. Le multiplicateur de Lagrange :

$$\lambda = \frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py} = \frac{Umz}{Pz} = 0,7346.$$ 01

4 : On a $\lambda = 0{,}734$ et $\Delta R = -10^{DA}$.

On sait que $\lambda = \frac{\Delta U}{\Delta R}$ 0,5 c'est-à-dire que pour $\lambda = 0{,}73$ 0,5

le niveau d'utilité de 0,73 utils pour chaque variation de 1^{DA} de revenu.

$$\boxed{\Delta U = \lambda \, \Delta R = (-10) \cdot 0{,}73 = -7{,}34 \text{ utils}}$$

0,5 01