Université Abderrahmane Mira de Béjaia.
Faculté des Sciences Économiques, Commerciales et des Sciences de Gestion
Département de la formation des enseignements de base SEGC-LMD
Première année. Toutes les sections.

Dimanche 17/02/2020

Durée : 01h30min

Examen final de Microéconomie I

Recommandations :

1. Présentez une copie propre et bien rédigée.
2. Veillez au respect du bon déroulement des examens.
3. Utilisez vos propres outils (calculatrice, stylos, crayons,…).
4. L'utilisation du portable n'est pas autorisée.
5. Les réponses aux questions doivent être brèves, concises et argumentées.
6. Justifiez par le calcul les résultats trouvés.

Exercice n°01 : ***Le TMS, l'équilibre du consommateur et le multiplicateur de Lagrange (λ) (12 points)***

La fonction d'utilité totale : $\mathbf{U_T = f(x, y) = x^2 y}$, décrit les préférences d'un individu (I) pour le **loisir.** Où : **« x »** représente le nombre **d'heures** mensuelles passées au théâtre et **« y »** représente le nombre **d'heures** mensuelles passées au musée. Les prix unitaires moyens respectifs sont $\mathbf{P_x = 100}$ $^{\mathbf{DA}}$ et $\mathbf{P_y = 50}$ $^{\mathbf{DA}}$. L'individu (I) dispose d'un revenu **R= 825** $^{\mathbf{DA}}$ qu'il consacre en totalité à ses loisirs.

1/ Donnez l'expression mathématique du $\mathbf{TMS_{X\ à\ Y}}$, puis calculez sa valeur au point **(x, y) = (4 , 5)** et interprétez le résultat obtenu. ***(02,5 pts)***

2/ Dans ce cas, que doit faire l'individu (I) afin de maintenir la même satisfaction tout en réduisant le temps passé au théâtre de **50%** ? (*Donnez une réponse complète)* ***(02,5 pts)***

3/ Déterminez la combinaison qui maximise l'utilité de l'individu (I) en utilisant la méthode de Lagrange. ***(02pts)***

4/ Quel est l'effet d'une baisse de **20%** du revenu sur l'équilibre de l'individu (I) ? ***(02 pts)***

5/ Représentez sur le même graphe les deux situations d'équilibre **(en question 3 et 4)** et expliquez que veut dire l'équilibre. ***(03 pts)***

Exercice n°02 : ***La demande d'un bien et le calcul des élasticités de la demande (08 points)***

Pour la fabrication de son pain, un consommateur utilise de la farine et de la levure. La fonction de demande de la levure est représentée par la fonction suivante : $\mathbf{D_x = f(R, P_x, P_y) = \frac{1}{100} R + \frac{1}{8} P_x - \frac{1}{4} P_y}$

Où $\boldsymbol{P_x}$ représente le prix de la levure, $\boldsymbol{P_y}$ représente le prix de la farine et ***R*** le revenu du consommateur.

Si le prix de la levure s'élève à $\mathbf{P_x = 140\ DA}$, celui de la farine à $\mathbf{P_y = 60\ DA}$ et le revenu à $\mathbf{R = 150\ DA}$

1/ Quelle est l'élasticité-prix de la demande de la levure ? Interprétez le résultat. ***(02 pts)***

2/ Comment évolue la demande de la levure si le prix de la farine subit une hausse de **15 DA**? ***(02,5 pts)***

3/ Déduisez la relation entre la levure et la farine. ***(01 pt)***

4/ Quel sera l'effet d'une baisse de **60%** du revenu sur la demande de la levure? ***(01,5 pts)***

5/ Citez, en justifiant votre réponse, un exemple concret de l'élasticité-prix directe de la demande positive. ***(01pt)***

Travaillez-bien !
L'équipe pédagogique.

Corrigé-type de l'examen

Exercice n°01 : ***Le TMS, l'équilibre du consommateur et le multiplicateur de Lagrange (λ) (12 points)***

$\boldsymbol{U_T = f(x,y) = x^2 y}$, **$P_x$ = 100** ^{DA} , **P_y = 50** ^{DA} et **R= 825** ^{DA} qu'il consacre en totalité à ses loisirs.

1/ L'expression mathématique du TMS $_{X \text{ à } Y}$ et sa valeur au point (x, y) = (4 , 5) : (02,5pts)

$\mathbf{TMS}_{x\,à\,y} = \frac{Um_x}{Um_y}$. $Um_x = \frac{\partial U_T}{\partial x} = 2xy$ $\quad$ **(0,5)** , $Um_y = \frac{\partial U_T}{\partial y} = x^2$ $\quad$ **(0,5)**

$\mathbf{TMS}_{x\,à\,y} = \frac{2xy}{x^2} = \frac{2y}{x}$ $\quad$ **(0,25)**. Sa valeur : $\mathbf{TMS}_{x\,à\,y} = \frac{2y}{x} = \frac{2*5}{4} = \frac{5}{2} = 2{,}5$ $\quad$ **(0,25)**

Interprétation : L'individu (I) retire le même niveau de satisfaction, s'il substitue 2,5 heures (2 heures et 30 minutes) de son temps passé au musée par une heure supplémentaire passée au théâtre. **(01)**

2/ L'individu (I) doit : (02,5 pts)

$\frac{\Delta x}{x} * 100\% = -50\% => \Delta x = -0{,}5 * x = -0{,}5 * 4 = -02\text{Heures}$ $\quad$ **(0,5)**

	Δy	Δx	ΔU	
On a : $\mathbf{TMS}_{x\,à\,y} = 2{,}5$	-2,5 Heures	+1 Heure	0 Util	$\Big\} => \Delta y = \frac{(-2{,}5) * (-2)}{(+1)} = +5 \text{ Heures}$ **(01)**
	Δy	-2 Heures	0 Util	

Passer 05 heures de plus au musée pour qu'il puisse garder le même niveau de satisfaction, après avoir réduit le temps passé au théâtre de 50% (02 Heures) **(01)**

3/ La combinaison qui maximise l'utilité de l'individu (I) en utilisant la méthode de Lagrange : (02pts)

A. Formalisation mathématique du problème de l'individu (I) :

$$\begin{cases} \text{Max } U_T = f(x,y) \\ S/C \\ R = P_x x + P_y y \end{cases} <=> \begin{cases} \text{Max } U_T = x^2 y \\ S/C \\ 825 = 100x + 50y \end{cases}$$

B. Construction de la fonction de Lagrange :

Ce problème lié peut s'écrire sous la forme de la fonction de Lagrange, on aura la fonction suivante :

$$\mathbf{L(x,y,\lambda)} = U_T + \lambda\left(R - P_x x - P_y y\right) <=> L(x,y,\lambda) = x^2 y + \lambda(825 - 100x - 50y)$$

$$<=> \mathbf{L(x,y,\lambda)} = x^2 y + 825\lambda - 100\lambda x - 50\lambda y$$

C. Résolution du problème de l'individu (I) :

La fonction de Lagrange, et par conséquent le problème de l'individu (I), admet des solutions lorsque ses dérivées partielles par rapport à x, y et λ s'annulent simultanément. On aura un système d'équations (S) composé de trois équations :

$$(S):\begin{cases}\dfrac{\partial L(x,y,\lambda)}{\partial x}=0\\ \dfrac{\partial L(x,y,\lambda)}{\partial y}=0\\ \dfrac{\partial L(x,y,\lambda)}{\partial \lambda}=0\end{cases} <=> \begin{cases}2xy-100\lambda=0\\ \mathrm{x}^2-50\lambda=0\\ 825-100\mathrm{x}-50\mathrm{y}=0\end{cases} <=> \begin{cases}\dfrac{2xy}{100}=\lambda \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)\\ \lambda=\dfrac{\mathrm{x}^2}{50}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)\\ 825=100\mathrm{x}+50\mathrm{y}\ldots\ldots\ldots(3)\end{cases}$$

On a l'équation (1) égale à l'équation (2), le système (S) devient :

$$(S) <=> \begin{cases}\frac{xy}{50}=\frac{\mathrm{x}^2}{50}\\ 825=100\mathrm{x}+50\mathrm{y}\end{cases} <=> \begin{cases}y=x\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)\\ 825=100\mathrm{x}+50\mathrm{y}\ldots\ldots\ldots(3)\end{cases}$$

On remplace « y » par sa valeur dans l'équation (3), on obtient :

$$(S) <=> \begin{cases}y=x\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)\\ 825=100\mathrm{x}+50(\mathrm{x})\ldots\ldots(5)\end{cases} <=> \begin{cases}\mathrm{y}=\mathrm{x}=5{,}5\text{ Heures}\\ \mathrm{x}=\dfrac{825}{150}=5{,}5\text{ Heures}\end{cases}$$

L'individu (I) doit passer chaque mois 5,5 Heures (05 Heures et 30 minutes) au théâtre et le même temps au musée pour tirer le maximum de satisfaction. Les coordonnées du point d'équilibre sont donc $E(x_E,y_E)$ = (5,5 ; 5,5). **(02)**

4/ L'effet d'une baisse de 20% du revenu sur l'équilibre de l'individu (I) : (02 pts)

À partir des équations (1) et (2) du système d'équations (S), on a : $\lambda=\frac{xy}{50}=\frac{\mathrm{x}^2}{50} <=> \lambda=\frac{(5{,}5)*(5{,}5)}{50}=\frac{(5{,}5)^2}{50}$

$\lambda=\frac{30{,}25}{50}=0{,}605\ \mathrm{Util/DA}\ldots\mathbf{(0,5)}$

$\frac{\Delta\mathrm{R}}{\mathrm{R}}*100\%=-20\% => \Delta\mathrm{R}=-0{,}2*\mathrm{R}=-0{,}2*825=-165\mathrm{DA}$ $\mathbf{(0,5)}$

On a: $\lambda=\frac{\Delta\mathrm{U_T}}{\Delta\mathrm{R}} => \Delta\mathrm{U_T}=\lambda*\Delta\mathrm{R}=0{,}605*(-165)=-99{,}825\mathrm{Utils}$ $\mathbf{(0,5)}$

Une baisse de 20% (165DA) du revenu de l'individu (I), entraîne une diminution de 99,825 Utils de son utilité **(0,5)**

5/ Représentation graphique des deux situations d'équilibre et l'explication de l'équilibre : (03 pts)

L'équation de la droite budgétaire initiale est : $\mathbf{y=16{,}5-2x}$

L'équation de la nouvelle droite budgétaire est : $\mathbf{y=13{,}2-2x}$, les deux droites ont la même pente (Deux droites parallèles).

$\mathbf{R_1=825\ DA.\ et\ R_2=R_1+\Delta R=825-165=660\ DA}$

$\mathbf{y=16{,}5-2x}$	$\mathbf{x}=\frac{R_1}{P_x}$	$\mathbf{y}=\frac{R_1}{P_y}$	$\mathbf{y=13{,}2-2x}$	$\mathbf{x}=\frac{R_2}{P_x}$	$\mathbf{y}=\frac{R_2}{P_y}$
	8,25	0		6,6	0
	0	16,5		0	13,2

Le niveau d'utilité procuré à l'individu (I) par la combinaison initiale : $\mathbf{U_{1_{max}}=(5{,}5)^2(5{,}5)=166{,}375\ Utils}$

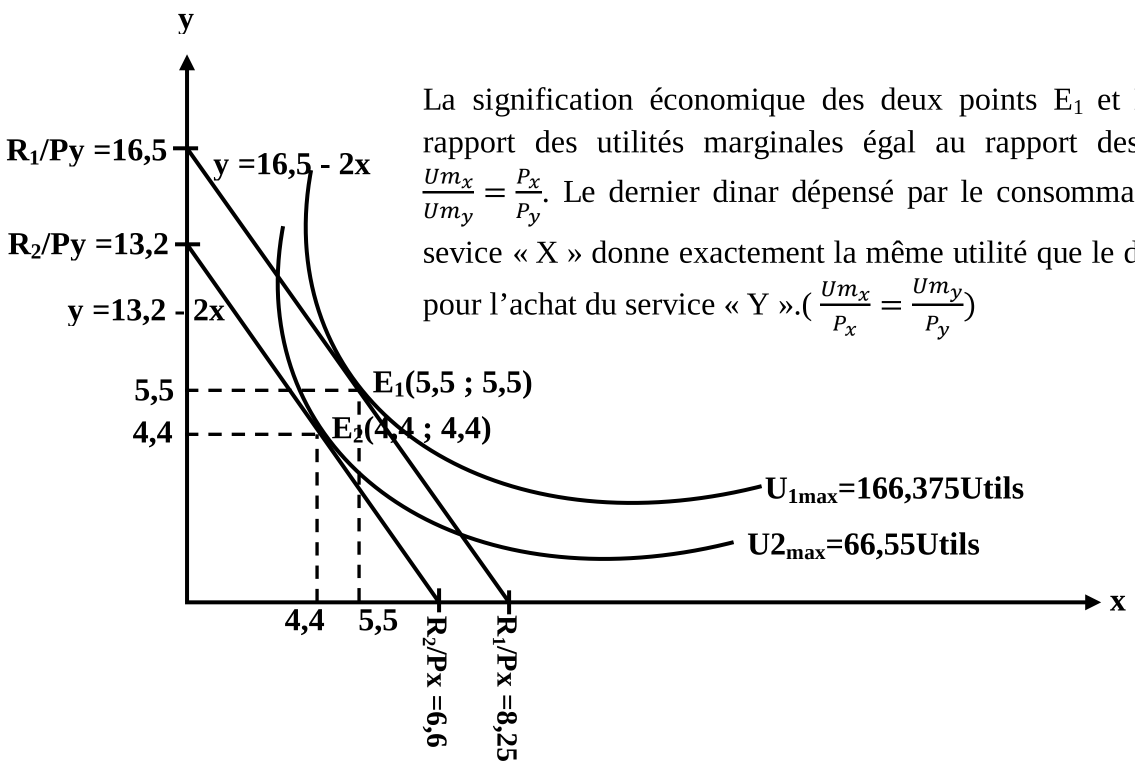
Le nouveau point d'équilibre $E_2(x_{E_2}, y_{E_2})$: on a (S): $\begin{cases} y = x \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4) \\ R_2 = 100x + 50(x) \ldots\ldots (5) \end{cases}$ $<=>$ $\begin{cases} y = x = 4{,}4 \text{ Heures} \\ x = \frac{660}{150} = 4{,}4 \text{ Heures} \end{cases}$

Ou bien : $\mathbf{x_{E_2}} = x_{E_1} + \Delta x = x_{E_2} + \frac{\Delta R}{150} = 5{,}5 - \frac{165}{150} = 5{,}5 - 1{,}1 = 4{,}4 \text{ Heures} = \mathbf{y_{E_2}}$

Le niveau d'utilité procuré à l'individu (I) par la nouvelle combinaison :

$$\mathbf{U_{2_{max}} = U_{1_{max}} + \Delta U_T = 166{,}375 - 99{,}825 = 66{,}55\ Utils}$$

La signification économique des deux points E_1 et E_2: à l'équilibre, le rapport des utilités marginales égal au rapport des prix ; c'est-à-dire, $\frac{Um_x}{Um_y} = \frac{P_x}{P_y}$. Le dernier dinar dépensé par le consommateur pour l'achat du sevice « X » donne exactement la même utilité que le dernier dinar dépensé pour l'achat du service « Y ».$\left(\frac{Um_x}{P_x} = \frac{Um_y}{P_y}\right)$



La représentation graphique de la situation initiale **(01)** La représentation graphique de la nouvelle situation **(01)**
L'explication de l'équilibre **(01)**

<u>Exercice n°02 :</u>

$D_x = f(R, P_x, P_y) = \frac{1}{100}R + \frac{1}{8}P_x - \frac{1}{4}P_y$, $P_x = 140$ DA, $P_y = 60$ DA et $R = 150$ DA

1/ L'élasticité-prix de la demande de la levure et interprétation du résultat : (02 pts)

$\mathbf{D_x} = f(150{,}140{,}60) = \frac{1}{100}(150) + \frac{1}{8}(140) - \frac{1}{4}(60) = 1{,}5 + 17{,}5 - 15 = 04\text{Unités}$ **(0,5)**

$\mathbf{ep_x} = \frac{\partial D_x}{\partial P_x} * \frac{P_x}{D_x} = +\frac{1}{8} * \frac{P_x}{D_x} = +\frac{1}{8} * \frac{140}{4} = +4{,}375$ **(0,5)**

$\mathbf{ep_x} = +4{,}375 > \mathbf{1}$ => **La demande de la levure est élastique**. Une variation de 1% du prix de la levure, induit une variation, dans le même sens, de la demande de 4,375%. **(01)**

2/ Lévolution la demande de la levure si le prix de la farine subit une hausse de 15 DA : (02 pts)

$\frac{\Delta P_y}{P_y} * 100\% = \frac{+15\ DA}{60\ DA} * 100\% = +25\%$ **(0,5)**

$\mathbf{ep_y} = \frac{\partial D_x}{\partial P_y} * \frac{P_y}{D_x} = -\frac{1}{4} * \frac{P_y}{D_x} = -\frac{1}{4} * \frac{60}{4} = -3{,}75$ **(0,5)**

	$\Delta P_y / P_y$	$\Delta D_x / D_x$	
On a : $\mathbf{ep_y} = -3{,}87$	+1% +25%	-3,75% $\Delta D_x / D_x$	$\}\ \Rightarrow \Delta D_x / D_x = \frac{(+25\%)*(-3{,}75\%)}{(+1\%)} = -93{,}75\%$ **(01)**

Donc, une hausse de 15DA (25%) du prix de la farine Py, provoquera une diminution de 93,75% de la demande de la levure. **(0,5).**

3/ La relation entre la levure et la farine : (01 pt)

$ep_y = -3{,}75 < 0 \Rightarrow$ La levure et la farine sont des biens complémentaires. **(01)**

4/ L'effet d'une baisse de 60% du revenu sur la demande de la levure : (02 pts)

$e_R = \frac{\partial D_x}{\partial R} * \frac{R}{D_x} = \frac{1}{100} * \frac{R}{D_x} = \frac{1}{100} * \frac{150}{4} = 0{,}375$ **(0,5)**

	$\Delta R / R$	$\Delta D_x / D_x$	
On a : $\mathbf{ep_y} = 0{,}375$	+1% -60%	+0,375% $\Delta D_x / D_x$	$\}\ \Rightarrow \Delta D_x / D_x = \frac{(-60\%)*(+0{,}375\%)}{(+1\%)} = -22{,}5\%$ **(0,5)**

Une baisse de 60% du revenu du consommateur, entraîne une diminution de la demande de la levure de 22,5% **(0,5)**

5/ Un exemple concret de l'élasticité-prix directe de la demande positive avec justification : (01pt)

L'exemple **(0,5)**

L'argumentation **(0,5)**