Université Abderrahmane Mira de Béjaïa.
Faculté des Sciences Économiques, Commerciales et des Sciences de Gestion
Département de la formation des enseignements de base SEGC-LMD
Première année. Toutes les sections.

جامعة بجاية
Tasdawit n'Bgayet
Université de Béjaïa

Jeudi 25/03/2021
Durée : 01h30min

Examen final de Microéconomie I

Recommandations :

1. Présentez une copie propre et bien rédigée.
2. Veillez au respect du bon déroulement des examens.
3. Utilisez vos propres outils (calculatrice, stylos, crayons,…).
4. L'utilisation du portable n'est pas autorisée.
5. Les réponses aux questions doivent être brèves, concises et argumentées.
6. Justifiez par le calcul les résultats trouvés.

Le TMS, l'équilibre du consommateur et le multiplicateur de Lagrange (λ) (11 points)

Les préférences de **divertissement** de l'individu (I) durant la période du confinement sont exprimées par la fonction d'utilité totale ci-après : $\mathbf{U_T = f(x, y) = 2\ x^{1,5} y^{0,75}}$. Où : **« x »** représente le nombre de **romans** achetés et lus durant une semaine et **« y »** représente le nombre de **DVD** achetés pendant une semaine pour voir ses **films** préférés. Les prix unitaires moyens respectifs sont $\mathbf{P_x = 300^{DA}}$ et $\mathbf{P_y = 150^{DA}}$. L'individu (I) dispose d'un revenu $\mathbf{R = 1800^{DA}}$ qu'il consacre en totalité pour se divertir.

1/ Donnez l'expression mathématique du $\mathbf{TMS_{X\ à\ Y}}$, puis calculez sa valeur au point **(x, y) = (4 , 4)** et interprétez le résultat obtenu. ***(02,5 pts)***

2/ Que doit faire l'individu (I) afin de maintenir la même satisfaction tout en réduisant le nombre de romans lus par semaine de 02 romans ? (*Donnez une réponse complète)* ***(02,5 pts)***

3/ Déterminez la combinaison qui maximise l'utilité de l'individu (I) en utilisant la méthode de Lagrange. ***(02pts)***

4/ Quel est l'effet d'une baisse de $7\mathbf{20}^{\mathbf{DA}}$ du revenu sur le niveau d'utilité de l'individu (I) ? (*Prenez trois chiffres après la virgule)* ***(02 pts)***

5/ Représentez graphiquement la situation d'équilibre de l'individu (I). ***(02 pts)***

La demande d'un bien et le calcul des élasticités de la demande (09 points)

La quantité mensuelle demandée de la farine par le consommateur (C), utilisée pour préparer sa pâte de pizza, est exprimée par la fonction suivante : $\mathbf{D_x = f(R, P_x, P_y, P_z) = \frac{1}{20}R - \frac{1}{4}P_x - \frac{1}{6}P_y - \frac{1}{3}P_z}$.

Où : P_x représente le prix de la farine, P_y le prix de la levure, P_z celui du sel et R le revenu du consommateur.

Si le prix de la farine s'élève à : $\mathbf{P_x = 80\ DA}$, le prix de la levure à : $\mathbf{P_y = 180\ DA}$, celui du sel à : $\mathbf{P_z = 30\ DA}$ et le revenu à $\mathbf{R = 1360\ DA}$.

1/ Quelle est l'élasticité-prix de la demande de la farine ? Interprétez le résultat. ***(02,5 pts)***

2/ Comment évolue la demande de la farine si le prix de la levure subit une hausse de **05%** ? ***(03 pts)***

3/ Déterminez la relation entre la farine et le sel. ***(01,5 pts)***

4/ Quel sera l'effet d'une baisse de **10%** du revenu du consommateur (C) sur la demande de la farine ? ***(02 pts)***

Travaillez-bien !
L'équipe pédagogique.

Corrigé-type de l'examen

Le TMS, l'équilibre du consommateur et le multiplicateur de Lagrange (λ) (11 points)

$\mathbf{U_T = f(x, y) = 2\,x^{1,5}y^{0,75}}$, **$P_x$ = 300 ^{DA}**, **P_y = 150 ^{DA}** et **R= 1800 ^{DA}** qu'il consacre en totalité à ses loisirs.

1/ L'expression mathématique du TMS $_{X\ à\ Y}$ et sa valeur au point (x, y) = (4 , 4) : **(02,5pts)**

$\mathbf{TMS_{x\,à\,y}} = \frac{Um_x}{Um_y}$. $Um_x = \frac{\partial U_T}{\partial x} = 3x^{0,5}y^{0,75}$ **(0,5)** , $Um_y = \frac{\partial U_T}{\partial y} = \frac{1,5\,x^{1,5}\,y^{0,75}}{y}$ **(0,5)**

$\mathbf{TMS_{x\,à\,y}} = \frac{3x^{0,5}y^{0,75}}{\frac{1,5\,x^{1,5}\,y^{0,75}}{y}} = \frac{2y}{x}$ **(0,25)**. Sa valeur : $\mathbf{TMS_{x\,à\,y}} = \frac{2y}{x} = \frac{2*4}{4} = 2$ **(0,25)**

Interprétation : L'individu (I) retire le même niveau de satisfaction, s'il substitue (remplace) 02 films par 01 seul roman. **(01)**

2/ L'individu (I) doit : **(02,5 pts)**

	Δy	Δx	ΔU	
On a : $\mathbf{TMS_{x\,à\,y}} = 2$	-2 Films Δy	+1 Roman -2 Romans	0 Util 0 Util	$\}$ => $\Delta y = \frac{(-2)*(-2)}{(+1)} = +4$ Films **(01,5)**

Voir 04 films de plus pour qu'il puisse garder le même niveau de satisfaction, après avoir réduit le nombre de romans lus de 02 romans. **(01)**

3/ La combinaison qui maximise l'utilité de l'individu (I) en utilisant la méthode de Lagrange : **(02pts)**

A. Formalisation mathématique du problème de l'individu (I) :

$$\begin{cases} \text{Max } U_T = f(x, y) \\ \quad S/C \\ R = P_x x + P_y y \end{cases} \iff \begin{cases} \text{Max } U_T = 2x^{1,5}y^{0,75} \\ \quad S/C \\ 1800 = 300x + 150y \end{cases}$$

B. Construction de la fonction de Lagrange :

Ce problème lié peut s'écrire sous la forme de la fonction de Lagrange, on aura la fonction suivante :

$$\mathbf{L(x, y, \lambda)} = U_T + \lambda\left(R - P_x x - P_y y\right) \iff L(x, y, \lambda) = 2x^{1,5}y^{0,75} + \lambda(1800 - 300x - 150y)$$

$$\iff \mathbf{L(x, y, \lambda)} = 2x^{1,5}y^{0,75} + 1800\lambda - 300\lambda x - 150\lambda y$$

C. Résolution du problème de l'individu (I) :

La fonction de Lagrange, et par conséquent le problème de l'individu (I), admet des solutions lorsque ses dérivées partielles par rapport à x, y et λ s'annulent simultanément. On aura un système d'équations (S) composé de trois équations :

$$(S):\begin{cases}\dfrac{\partial L(x,y,\lambda)}{\partial x}=0\\ \dfrac{\partial L(x,y,\lambda)}{\partial y}=0\\ \dfrac{\partial L(x,y,\lambda)}{\partial \lambda}=0\end{cases} <=> \begin{cases}3x^{0,5}y^{0,75}-300\lambda=0\\ \dfrac{1,5\,x^{1,5}\,y^{0,75}}{y}-150\lambda=0\\ 1800-300\mathrm{x}-150\mathrm{y}=0\end{cases} <=> \begin{cases}\dfrac{3x^{0,5}y^{0,75}}{300}=\lambda \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)\\ \lambda=\dfrac{1,5\,x^{1,5}\,y^{0,75}}{150y}\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)\\ 1800=300\mathrm{x}+150\mathrm{y}\dots\dots\dots (3)\end{cases}$$

On a : l'équation (1) égale à l'équation (2), le système (S) devient :

$$(S) <=> \begin{cases}\dfrac{3x^{0,5}y^{0,75}}{300}=\dfrac{1,5\,x^{1,5}\,y^{0,75}}{150y}\\ 1800=300\mathrm{x}+150\mathrm{y}\end{cases} <=> \begin{cases}y=x\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)\\ 1800=300\mathrm{x}+150\dots\dots (3)\end{cases}$$

On remplace « y » par sa valeur dans l'équation (3), on obtient :

$$(S) <=> \begin{cases}y=x\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)\\ 1800=300\mathrm{x}+150(\mathrm{x})\dots\dots (5)\end{cases} <=> \begin{cases}\mathrm{y}=\mathrm{x}=04\ \mathrm{Films}\\ \mathrm{x}=\dfrac{1800}{450}=04\ \mathrm{Romans}\end{cases}$$

L'individu (I) doit lire chaque semaine du confinement 04 romans et voir le même nombre de films pour maximiser sa satisfaction (son utilité). Les coordonnées du point d'équilibre sont donc $E(x_E,y_E)$ = (04, 04). **(02)**

4/ L'effet d'une baisse de 720 DA du revenu sur l'équilibre de l'individu (I) : (02 pts)

À partir des équations (1) et (2) du système d'équations (S), on a :

$$\lambda=\frac{3x^{0,5}y^{0,75}}{300}=\frac{1,5\,x^{1,5}\,y^{0,75}}{150y} <=> \lambda=\frac{(4)^{0,5}*(4)^{0,75}}{100}=\frac{(4)^{1,5}*(4)^{0,75}}{100(4)}$$

$\lambda=0{,}056\ \mathrm{Util/DA}\dots$ **(01)**

On a: $\lambda=\frac{\Delta U_T}{\Delta R} => \Delta U_T=\lambda*\Delta R=0{,}056*(-720)=-40{,}32\mathrm{Utils}$ **(0,5)**

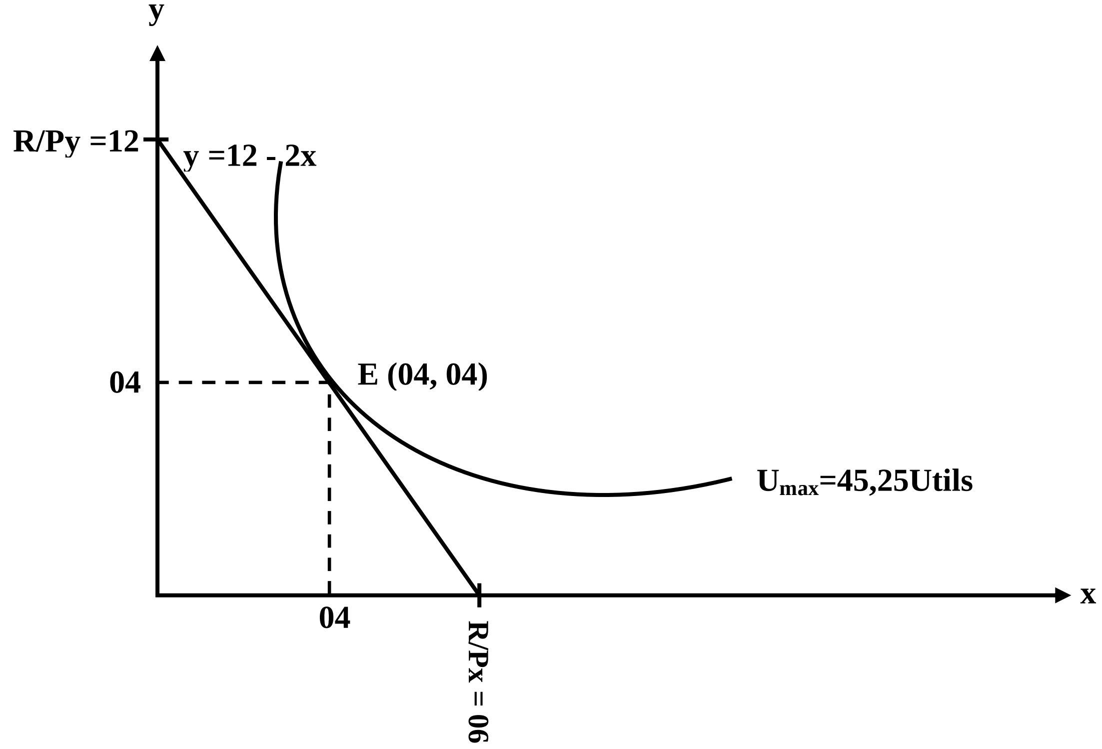
Une baisse de 720DA du revenu de l'individu (I), entraîne une diminution de 40,32 Utils de son utilité **(0,5)**

5/ Représentation graphique de la situation d'équilibre : (02 pts)

L'équation de la droite budgétaire est : $\mathbf{y=12-2x}$

	$\mathbf{x}=\dfrac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{P_x}}$	$\mathbf{y}=\dfrac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{P_y}}$
$\mathbf{y=12-2x}$	06	0
	0	12

Le niveau d'utilité procuré à l'individu (I) par la combinaison optimale : $\mathbf{U_{max}=2(4)^{1,5}(4)^{0,75}=45,25\ Utils}$



La représentation graphique **(01)** L'équation de la droite budgétaire et la détermination des deux points **(0,5)**
La valeur de l'utilité à l'équilibre **(0,5)**

La demande d'un bien et le calcul des élasticités de la demande (09 points)

$\mathbf{D_x = f(R, P_x, P_y, P_z) = \frac{1}{20}R - \frac{1}{4}P_x - \frac{1}{6}P_y - \frac{1}{3}P_z}$, $\mathbf{P_x = 80\ DA}$, $\mathbf{P_y = 180\ DA}$, $\mathbf{P_z = 30\ DA}$ et $\mathbf{R = 1360\ DA}$.

1/ L'élasticité-prix de la demande de la farine et interprétation du résultat : (02,5 pts)

$\mathbf{D_x} = f(1360, 80, 180, 30) = \frac{1}{20}(1360) - \frac{1}{4}(80) - \frac{1}{6}(180) - \frac{1}{3}(30) = 68 - 20 - 30 - 10 = 08\text{Unités}$ **(0,5)**

$\mathbf{ep_x} = \frac{\partial D_x}{\partial P_x} * \frac{P_x}{D_x} = -\frac{1}{4} * \frac{P_x}{D_x} = -\frac{1}{4} * \frac{80}{8} = -2{,}5$ **(01)**

$|\mathbf{ep_x}| = +2{,}5 > \mathbf{1}$ => **La demande de la levure est élastique.** Une variation de 1% du prix de la farine, induit une variation, dans un sens opposé, de 2,5% de la quantité demandée de la farine. **(01)**

2/ L'évolution de la demande de la farine si le prix de la levure subit une hausse de 05% : (03 pts)

$\mathbf{ep_y} = \frac{\partial D_x}{\partial P_y} * \frac{P_y}{D_x} = -\frac{1}{6} * \frac{P_y}{D_x} = -\frac{1}{6} * \frac{180}{8} = -3{,}75$ **(01)**

	$\Delta P_y / P_y$	$\Delta D_x / D_x$	
On a : $\mathbf{ep_y} = -3{,}87$	+1% +05%	-3,75% $\Delta D_x / D_x$	$\} \Rightarrow \Delta D_x / D_x = \frac{(+05\%)*(-3{,}75\%)}{(+1\%)} = -18{,}75\%$ **(01)**

Donc, une hausse de 05% du prix de la levure (Py), provoquera une diminution de 18,75% de la quantité demandée de la farine. **(01).**

3/ La relation entre la farine et le sel : (01,5 pts)

$\mathbf{ep_z} = \frac{\partial D_x}{\partial P_z} * \frac{P_z}{D_x} = -\frac{1}{3} * \frac{P_z}{D_x} = -\frac{1}{3} * \frac{30}{8} = -1{,}25$ **(0, 5)**

$ep_z = -1{,}25 < 0 \Rightarrow$ La farine et le sel sont des biens complémentaires. **(01)**

4/ L'effet d'une baisse de 10% du revenu du consommateur (C) sur la demande de la farine : (02 pts)

$\boldsymbol{e_R} = \frac{\partial D_x}{\partial R} * \frac{R}{D_x} = \frac{1}{20} * \frac{R}{D_x} = \frac{1}{20} * \frac{1360}{8} = 8{,}5$ **(0, 5)**

	$\Delta R / R$	$\Delta D_x / D_x$	
On a : $\mathbf{ep_y} = 0{,}375$	+1% -10%	+8,5% $\Delta D_x / D_x$	$\} \Rightarrow \Delta D_x / D_x = \frac{(-10\%)*(+8{,}5\%)}{(+1\%)} = -85\%$ **(01)**

Une baisse de 10% du revenu du consommateur (C), entraîne une diminution de la quantité demandée de la farine de 85% **(0,5)**