

Résumé de dynamique du point matériel

- **Dynamique** : c'est la partie de la mécanique qui s'intéresse à l'étude du mouvement en relation avec les forces.
- **Corps matériel solide** : est un corps qui ne change pas de forme lors de son mouvement. On l'appelle également corps indéformable.
- **Masse** : c'est un scalaire positif de symbole m . Il représente d'une part la quantité de matière contenue dans un corps et d'autre part, son inertie ou la résistance qu'il manifeste lorsqu'on essaye de changer son état de mouvement.
- **Force** : est toute cause capable de modifier l'état du mouvement ou la forme d'un corps. C'est une grandeur vectorielle de symbole \vec{F} .
- **Point matériel** : c'est une abstraction mathématique qui consiste à représenter un corps matériel solide de masse m par un point géométrique de même masse. Ce point est représenté généralement dans son centre de masse. On note généralement un point matériel par M ;
- Un point matériel est dit **isolé ou libre** s'il ne subit aucune force. Dans la pratique, cette notion est remplacée par celle de l'équilibre, en d'autres termes, si la somme des forces qui s'exercent sur ce point est nulle ;
- **Quantité de mouvement** :
 - D'un point matériel : $\vec{P} = m\vec{v}$
 - D'un ensemble de points matériels : $\vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{P}_i$
 - **Principe de conservation de la quantité de mouvement** : la quantité de mouvement d'un point matériel ou système de points matériels isolés est constante ou indépendante du temps :

$$\vec{P} = cste \implies \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0}$$

- **Lois de Newton** :
 - **1^{ère} loi : le principe d'inertie**
Dans un référentiel galiléen, un point matériel mécaniquement isolé est soit au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme.

Un référentiel galiléen est tout référentiel pour lequel le principe d'inertie est applicable. Tout référentiel immobile ou se déplaçant d'un mouvement rectiligne et uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui-même galiléen.

- 2^{ème} loi : Principe fondamental de la dynamique (PFD)

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un point matériel est égale à la dérivée de son vecteur quantité de mouvement par rapport au temps :

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}$$

Si le point matériel possède une masse constante, alors la somme des forces extérieures sera égale au produit de la masse du point matériel par son vecteur accélération :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

- 3^{ème} loi : le principe des actions réciproques

La force qu'exerce un point matériel (1) sur un autre point matériel (2) est égale et opposée à la force qu'exerce le point matériel (2) sur le point matériel (1) :

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

• Les forces et leurs lois

- Le poids : $\vec{P} = m\vec{g}$

Où \vec{g} est l'accélération de la pesanteur ($g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$)

- La force gravitationnelle :

$$\vec{F}_g = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_{12}$$

Où G est la constante de gravitation universelle ($G = 6.726 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$), r est la distance entre m_1 et m_2 et \vec{r}_{12} un vecteur unitaire dirigé de m_1 vers m_2 .

Le poids et la force gravitationnelle sont des forces à distance.

- Réaction d'un support : c'est la force subie par un corps posé sur un support horizontal.

La réaction d'un support est toujours orthogonale à ce support, même si ce dernier n'est pas horizontal. C'est pour cette raison qu'on l'appelle également force normale et on la note \vec{R} , \vec{N} ou \vec{C}_n . C'est une force de contact.

- Forces de frottements : ce sont des forces de contact

❖ Frottements visqueux : elles s'exercent sur un point matériel qui se déplace dans un fluide (air, eau...etc.) :

$$\vec{f} = -k\vec{v}$$

Où k est la constante de frottements.

❖ **Frottements solide** : elles s'exercent sur un point matériel qui se déplace sur un corps solide, on distingue deux types :

✓ **Frottements statique** : lorsque le point matériel est en équilibre ou immobile :

$$\vec{f}_s = -\mu_s \vec{R}$$

Où μ_s est le coefficient de frottements statiques.

✓ **Frottements dynamiques ou cinétique** : lorsque le point matériel est en mouvements :

$$\vec{f}_d = -\mu_d \vec{R}$$

Où μ_d le coefficient de frottements dynamique.

On a toujours $0 < \mu_d < \mu_c < 1$.

- **Tension d'un fil** : c'est la force exercée par un fil sur un point matériel qui lui est accroché. Elle toujours dirigée du point matériel vers le fil, on la note \vec{T} . On suppose toujours des fils inextensibles et de masses négligeables. La force de tension est une force de liaison.

- **Tension d'un ressort ou la force élastique** : c'est la force exercée par un ressort (fil extensible et de masse négligeable) sur un point matériel qui lui est accroché.

$$\vec{F}_e = -k\Delta l \vec{u} = -k(l - l_0)\vec{u}$$

Où est la constante de raideur du ressort, l_0 est la longueur à vide du ressort (sans masse), l sa longueur après déformation et \vec{u} est un vecteur unitaire dirigé dans le sens de la déformation (élongation ou compression).

• **Le moment cinétique :**

- **Définition** : le moment cinétique d'un point matériel M par rapport à un point fixe

$$\vec{L}_O = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{P} = \overrightarrow{OM} \wedge (m\vec{v})$$

- **Théorème du moment cinétique (TMC)** :

Dans un référentiel galiléen, la dérivée par rapport au temps du moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point fixe O est égale à la somme des moments des forces extérieures appliquées à ce point :

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum \vec{M}_O(\vec{F}_{ext}) = \sum (\overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}_{ext})$$

- **Conservation du moment cinétique** :

Le moment cinétique d'un point matériel est constant ou ne dépend pas du temps, si seulement si :

- ❖ Toutes les forces extérieures sont nulles ;
- ❖ Les forces extérieures sont centrales (dirigées vers un point fixe O) : $\vec{F}_{ext} // \overrightarrow{OM}$

• **Les pseudo-forces :**

On les appelle également les forces d'inertie, les forces de repère ou les forces fictives. Dans un référentiel non galiléen \mathcal{R}' (référentiel accéléré par rapport à un référentiel galiléen \mathcal{R}), l'équivalent du principe fondamental de la dynamique s'écrit :

$$m\vec{a}_{M/\mathcal{R}'}(\vec{a}_r) = \sum \vec{F}_{ext} + \vec{f}_{ie} + \vec{f}_{ic}$$

Force d'inertie d'entraînement : $\vec{f}_{ie} = -m\vec{a}_e$

Force d'inertie de Coriolis : $\vec{f}_{ic} = -m\vec{a}_c$

• **Méthode générale de résolution d'un problème de mécanique**

- Faire un résumé du problème à résoudre : données, inconnues et conditions initiales ;
- Définir le système en le distinguant de son environnement (faire un schéma) ;
- Faire un relevé exhaustif ou un bilan des forces appliquées et les représenter sur le schéma ;
- Ecrire l'expression vectorielle de la loi fondamentale ;
- Choisir un système d'axes inertiel ou galiléen. On choisira un système d'axe orthonormé de telle manière à pouvoir écrire facilement l'expression de l'accélération. On prendra notamment le trièdre de Frénet ou le trièdre polaire pour les mouvements courbes.
- Projeter cette expression sur le trièdre de base choisi. On obtient les équations de mouvement qui se présentent sous forme d'équations différentielles ou algébriques selon les cas ;
- Résoudre le système d'équations différentielles ou algébriques pour obtenir leur solution générale.
- Résolution du problème : on est ramené à un problème de cinématique : détermination de la vitesse, la position et l'accélération, en tenant compte des conditions initiales. On peut alors répondre à toutes les autres questions posées.

N. B. : Si le système mécanique contient plusieurs masses, il faut appliquer cette procédure pour chaque masse.