

Erreurs et incertitudes

La physique travaille continuellement avec des approximations. Une des raisons en est que toute mesure d'une grandeur quelconque est nécessairement entachée d'erreur. Il est impossible d'effectuer des mesures rigoureusement exactes.

Pour prendre conscience du degré d'approximation avec lequel on travaille, on fait l'estimation des erreurs qui peuvent avoir été commises dans les diverses mesures et on calcule leurs conséquences dans les résultats obtenus. Ceci constitue le calcul d'erreur, ou calcul d'incertitude.

I. Erreurs

Selon le sens générale du mot, une **erreur** est toujours en relation avec quelque chose de juste ou de vrai, ou qui est considéré comme tel. Il en est de même en physique.

I.1 L'erreur absolue

Par définition l'**erreur absolue** d'une grandeur mesurée est l'écart qui sépare la valeur expérimentale de la valeur que l'on a de bonne raison de considérer comme vraie. Prenons par exemple la vitesse de la lumière dans le vide. La valeur considérée actuellement comme vraie est :

$$c_0 = 299\,792 \left[\frac{\text{km}}{\text{s}} \right]$$

Si un expérimentateur trouve, lors d'une mesure,

$$c = 305\,000 \left[\frac{\text{km}}{\text{s}} \right],$$

on dit que l'**erreur absolue** de son résultat est :

$$\Delta c = |c - c_0| = 5208 \left[\frac{\text{km}}{\text{s}} \right]$$

I.2 L'erreur relative

Par définition l'**erreur relative** est le quotient de l'erreur absolue à la valeur vraie :

$$\rightarrow \text{Erreur relative} : \frac{\Delta c}{c_0} = \frac{5208 \text{ [km/s]}}{299\,792 \text{ [km/s]}} = 0,0174 \cong 1,7 \%$$

L'erreur relative n'a pas d'unité ; elle nous indique la qualité (l'exactitude) du résultat obtenu. Elle s'exprime généralement en % (pour cent).

On voit clairement qu'il n'est possible de parler d'erreur que si l'on a à disposition une valeur de référence que l'on peut considérer comme vraie.

II. Incertitudes

Lors de la plupart des mesures physiques, on ne possède pas de valeur de référence, comme celle dont nous venons de parler. Lorsqu'on mesure la distance de deux points, ou l'intervalle de temps qui sépare deux événements, ou la masse d'un objet, on ne sait pas quelle est la valeur exacte de la grandeur mesurée. On ne dispose que de la valeur expérimentale. Néanmoins, par une critique objective des moyens utilisés pour faire la mesure, on peut se faire une idée de l'« erreur » maximale qu'on peut avoir commise, « erreur » que l'on appelle de façon plus appropriée **incertitude**.

II.1 L'incertitude absolue

L'indication complète du résultat d'une mesure physique comporte la valeur qu'on estime la plus probable et l'intervalle à l'intérieur duquel on est à peu près certain que se situe la vraie valeur. La valeur la plus probable est en général le centre de cet intervalle. La demi-longueur de celui-ci est appelée **incertitude absolue** de la mesure.

Ainsi, si l'on désigne par x la valeur la plus probable de la grandeur mesurée G , par x_0 la vraie valeur (qui nous est inconnue) et par Δx l'incertitude absolue, on a :

$$x - \Delta x \leq x_0 \leq x + \Delta x$$

Sous une forme condensée, le résultat de la mesure s'écrit :

$$G = x \pm \Delta x$$

Exemples :

- 1) La longueur d'un objet est de 153 ± 1 [mm].
Cela signifie qu'avec une incertitude absolue $\Delta L = 1$ [mm], la valeur exacte est comprise entre 152 [mm] et 154 [mm].
- 2) La température d'un local est de 22 ± 1 [°C].
Ici l'incertitude absolue $\Delta \theta = 1$ [°C], c'est-à-dire que l'on garantit que la température n'est pas inférieure à 21 [°C] ni supérieure à 23 [°C].

Remarque :

Lorsqu'on mesure une grandeur (longueur, temps, masse, température, ...), on peut considérer - pour simplifier - que l'incertitude absolue correspond à la plus petite graduation de l'instrument de mesure utilisé.

II.2 L'incertitude relative

L'incertitude absolue, lorsqu'elle est considérée seule, n'indique rien sur la qualité de la mesure. Pour juger de cette qualité, il faut comparer l'incertitude absolue à la grandeur mesurée. Le rapport de ces grandeurs est appelé **incertitude relative**.

$$\rightarrow \text{Incertitude relative : } \frac{\Delta x}{x}$$

Comme pour l'erreur relative, l'incertitude relative est un nombre pur (sans unité), pratiquement toujours beaucoup plus petit que 1, que l'on exprime généralement en % .

II.3 Calcul d'incertitude

En physique expérimentale, les grandeurs que l'on mesure sont généralement utilisées pour déduire des résultats par des calculs. Il est alors intéressant de savoir de quelle manière les incertitudes des mesures se répercutent sur les incertitudes des résultats.

a) Addition et soustraction

Supposons que la grandeur cherchée R soit la somme de 2 mesures A et B :

$$R = A + B$$

Dans ce cas l'incertitude sur le résultat est :

$$\Delta R = \Delta A + \Delta B$$

Il en est de même pour : $R = A - B$

→ ***l'incertitude absolue sur une somme ou une différence est la somme des incertitudes absolues de chaque terme.***

Exemple :

Un récipient a une masse $m = 50 \pm 1$ [g]. Rempli d'eau, sa masse vaut : $M = 200 \pm 1$ [g].

La masse d'eau qu'il contient est donc :

$$m_{\text{eau}} = M - m$$

En appliquant la règle ci-dessus : $\Delta m_{\text{eau}} = \Delta M + \Delta m = 1 + 1 = 2$ [g] ,

il s'ensuit que : $m_{\text{eau}} = 150 \pm 2$ [g]

b) Multipliation et division

Supposons maintenant que la grandeur cherchée R soit le résultat du calcul suivant :

$$R = \frac{A \cdot B}{C}$$

où A, B et C sont des grandeurs que l'on mesure.

Dans ce cas l'incertitude relative sur le résultat est :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C}$$

→ ***l'incertitude relative sur un produit ou un quotient est la somme des incertitudes relatives de chaque terme.***