

05/09/2016

— Corrigé de l'Examen de Physique de l'Université de La Rochelle —

Exercice N°1 (9 pts)

1)  $PV^\gamma = \text{cst}$  est l'équation d'une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait.

\* Démonstration:

2)  $\delta Q = 0 \Rightarrow dU = \delta W$  (1<sup>er</sup> principe)

$\int nC_V dT = -PdV$  (1)

3)  $PV = nRT \Rightarrow d(PV) = d(nRT)$

$\Rightarrow P dV + V dP = nR dT$  (2)

On remplace (2) dans (1)  $\Rightarrow n(C_V + R)P dV + nC_V V dP = 0$

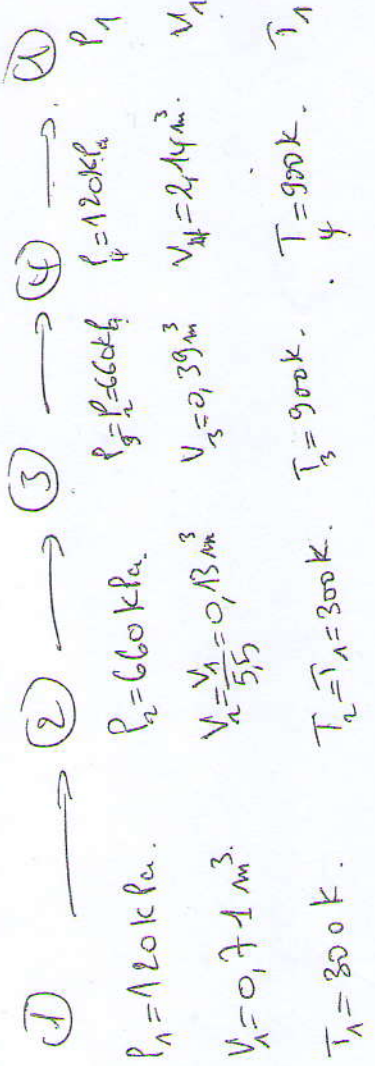
$C_V + R = C_P$

$\Rightarrow P \frac{C_P}{C_V} dV + V dP = 0$

$\int \frac{C_P}{C_V} \frac{dV}{V} + \int \frac{dP}{P} = 0$  (Intégration de l'équation différentielle)

$\ln PV^\gamma = \text{cst} \Rightarrow PV^\gamma = C$

\* Calcul de  $P, T$  et  $V$  de l'air aux points 1, 2, 3 et 4 du cycle:



\*  $V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = 0,71 \text{ m}^3$  (0,25)

$V_2 = \frac{V_1}{5,5} = 0,13 \text{ m}^3$  (0,25)

$V_3 = V_2 \Rightarrow V_3 = 0,13 \text{ m}^3$  (0,25)

$P_2 \dots (1) T = \text{cst} \Rightarrow (2)$

$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2}$

$P_2 = 660 \text{ kPa}$  (0,25)

\*  $V_3$ : (2)  $P = \text{cst} \Rightarrow (3)$

$T_2 = T_3 \Rightarrow V_3 = T_3 \frac{V_2}{T_2} = 0,13 \text{ m}^3$  (0,25)

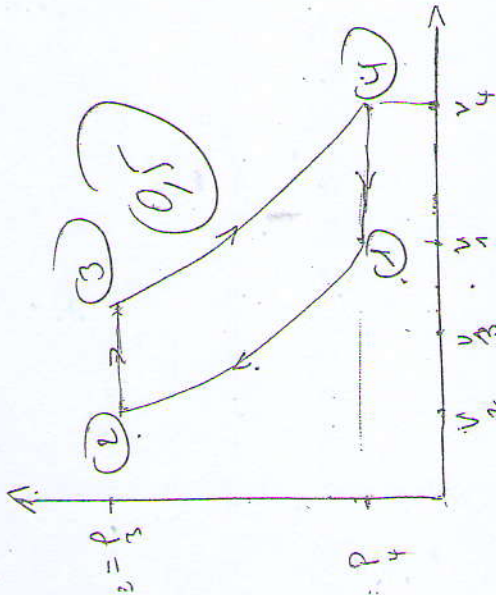
④ → ①

$$V_4 = mRT_4 \Rightarrow V_4 = \frac{mRT_4}{P_4}$$

$$V_4 = 2,114 \text{ m}^3$$

①, 25

Diagramme de clapeyron



Calcul des Énergies  $Q$ ,  $w$ ,  $\Delta U$  et  $\Delta H$ .

type 1 isochore

$$= \text{cst} \Rightarrow Q_{1-2} = w_{1-2} \text{ et } \Delta U_{1-2} = 0$$

0,25

$$1-2 = mRT \ln \frac{V_1}{V_2}$$

0,25

$$1-2 = 143,208 \text{ J}$$

$$Q_{1-2} = -143,208 \text{ J}$$

0,25

$$\Delta U = 0$$

0,5

\* ② isobare → P=cst ③

$$\Delta U = Q + w$$

$$w_{2-3} = - \int P dV = - P \Delta V$$

$$w_{2-3} = - 171,6 \times 10^3$$

0,25

$$P_{2-3} = m c_p \Delta T$$

$$c_p = \frac{R}{\gamma - 1}$$

0,25

$$P_{2-3} = 601,03 \times 10^3$$

$$U_{2-3} = m c_v \Delta T$$

$$V = \frac{R}{\gamma - 1}$$

0,25

$$U_{2-3} = 429,31 \times 10^3 \text{ J}$$

0,25

$$\Delta H_{2-3} = Q_p = 601,03 \times 10^3$$

③ isotherme → T=cst ④

$$U_{3-4} = 0$$

$$H_{3-4} = 0$$

$$w_{3-4} = \int P dV = nRT \ln \frac{V_4}{V_3} = 438,411 \times 10^3 \text{ J}$$

$$w_{3-4} = -438,411 \times 10^3 \text{ J}$$

$$Q_{3-4} = 438,411 \times 10^3 \text{ J}$$

D isobara  $\left( \frac{P}{P = \text{const}} \right)$

$$w_{4-1} = -P \Delta V$$

$$w_{4-1} = -171,6 \times 10^3 \text{ J}$$

$$P_{4-1} = m c_p \Delta T = m \frac{R}{\gamma-1} (T_1 - T_4)$$

$$P_{4-1} = -601,03 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\Delta U_{4-1} = Q_{4-1} + w_{4-1}$$

$$\Delta U_{4-1} = -429,31 \times 10^3 \text{ J}$$

$$\Delta H_{4-1} = P_{4-1} = -601,03 \times 10^3 \text{ J}$$

$$w_{\text{cycle}} = w_{1-2} + w_{2-3} + w_{3-4} + w_{4-1}$$

$$w_{\text{cycle}} = -295,103 \times 10^3 \text{ J}$$

$$Q_{\text{cycle}} = Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{4-1}$$

$$Q_{\text{cycle}} = 295,103 \times 10^3 \text{ J}$$

$$\Delta U_{\text{cycle}} = \Delta U_{1-2} + \Delta U_{2-3} + \Delta U_{3-4} + \Delta U_{4-1}$$

$$\Delta U_{\text{cycle}} = 0 \text{ J}$$

$$\Delta H_{\text{cycle}} = \Delta H_{1-2} + \Delta H_{2-3} + \Delta H_{3-4} + \Delta H_{4-1}$$

$$\Delta H_{\text{cycle}} = 0 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{-w_{\text{cycle}}}{Q_{\text{in}}} = \frac{295,103 \times 10^3}{(601,03 + 438,411) \times 10^3}$$

$$\eta = 28\%$$

(0,25)

(0,25)

(0,25)

(0,25)

(0,25)

(0,25)

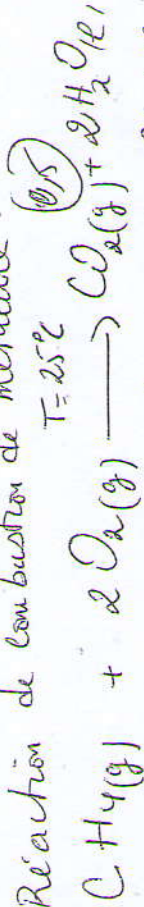
(0,25)

(0,25)

(0,25)

Exercice 2: (7 pts)

1/ Réaction de combustion de méthane:



2/ Selon la loi de Hess:  $\Delta H_r^\circ(298K) = \sum \nu_i \Delta H_f^\circ(\text{produits}) - \sum \nu_i \Delta H_f^\circ(\text{réactifs})$

$$\Delta H_r^\circ(T=298K) = \Delta H_f^\circ(CO_2(g)) + 2 \Delta H_f^\circ(H_2O(l)) - \Delta H_f^\circ(CH_4(g)) - 2 \Delta H_f^\circ(O_2(g))$$

$$\Delta H_r^\circ(298K) = -393,5 + 2 \cdot (-285,83) - (-74,84) - 2 \times 0$$

$$\Delta H_r^\circ(298K) = -890,35 \text{ kJ}$$

3/ la chaleur à volume constant:  $\Delta H_r^\circ(298K) < 0 \Rightarrow$  la réaction est exothermique

$$Q_v = Q_p - \Delta(PV) ; PV = nRT \text{ (les coefficients gazeux sont parfaits)}$$

$$\Delta H = \Delta H - RT \Delta n$$

$$\Delta n = 1 - 3 = -2 \text{ moles}$$

$$\Delta U = -890,35 - (-2) \cdot 8,3 \cdot 298 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta U = -885,40 \text{ kJ}$$

4/ Variation de l'enthalpie libre  $\Delta G^\circ$ :

$$\Delta G^\circ = \Delta H^\circ - T \Delta S^\circ$$

$$\Delta S^\circ = \sum \nu_i S^\circ(\text{produits}) - \sum \nu_i S^\circ(\text{réactifs})$$

$$\Delta S^\circ = 2 S^\circ(O_2(g)) + S^\circ(CO_2(g)) - 2 S^\circ(O_2(g)) - S^\circ(CH_4(g))$$

$$\Delta S^\circ = 2 \cdot 69,91 + 213,74 - 2 \cdot 205,14 - 180$$

$$\Delta S^\circ = -242,98 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} = -0,243 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$$

Alors:  $\Delta G^\circ = -890,35 - 298 \cdot (-0,243)$

$$\Delta G^\circ = -817,93 \text{ kJ}$$

$\Delta G^\circ < 0 \Rightarrow$  la réaction est spontanée.

5/ variations de l'enthalpie à 100°C à évaluer par la loi de Kirchhoff:

$$\Delta H^\circ(373K) = \int_{298K}^{373K} \Delta C_p dT$$

$$\Delta H^\circ(373K) = \Delta H^\circ(298K) + \Delta C_p(373-298)$$

$$\Delta C_p = \sum n_{Cp}(\text{produits}) - \sum n_{Cp}(\text{réactifs})$$

$$\Delta C_p = 37,11 + 2 \cdot 75,29 - 3 \cdot 5,31 - 2 \cdot 29,36$$

$$\Delta C_p = 93,66 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\Delta H^\circ(373K) = -890,35 + 93,66 \cdot (373-298) \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta H^\circ(373K) = -883,32 \text{ kJ}$$

(8)

(7)

### exercice 3: (4 pts)

1/ Calcul de la température du mélange  $T_m$  (à l'équilibre,

\* la quantité de chaleur reçue par l'eau froide est :

$$Q_F = m_F c_p (T_m - T_F) \quad (0,25)$$

\* la quantité de chaleur cédée par l'eau chaude est :

$$Q_C = m_C c_p (T_m - T_C) \quad (0,25)$$

L'équilibre thermique est atteint à la température  $T_m$  :

$$\sum Q = 0 \Rightarrow m_F c_p (T_m - T_F) + m_C c_p (T_m - T_C) = 0 \quad (0,8)$$

$$T_m = \frac{m_C T_C + m_F T_F}{m_C + m_F}$$

$$T_m = \frac{5 \cdot 20 + 5 \cdot 50}{5 + 5} = 35^\circ \text{C} = 308 \text{K} \quad (0,75)$$

2/ Variations d'entropie du mélange :  $\Delta S_m$

$$\Delta S_m = \Delta S_F + \Delta S_C \quad (0,5)$$

- Variation d'entropie de l'eau froide ( $\Delta S_F$ ):

$$\Delta S_F = \int_{T_F}^{T_m} \frac{dQ}{T} = \int_{T_F}^{T_m} \frac{m_F c_p dT}{T} = m_F c_p \ln \frac{T_m}{T_F} \quad (0,25)$$

- Variation d'entropie de l'eau chaude ( $\Delta S_C$ ):

$$\Delta S_C = \int_{T_C}^{T_m} \frac{dQ}{T} = \int_{T_C}^{T_m} \frac{m_C c_p dT}{T} = m_C c_p \ln \frac{T_m}{T_C} \quad (0,25)$$

$$\Delta S_m = m_F c_p \ln \frac{T_m}{T_F} + m_C c_p \ln \frac{T_m}{T_C} = 5 \cdot \ln \frac{308}{293} + 5 \cdot \ln \frac{308}{32} \quad (0,8)$$
$$\Delta S_m = 0,0448 \text{ kJ/K} \quad (1,4)$$