Exercice1 (08pts). **I-** On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par :

$$u_0 = \frac{1}{2}. \text{ Et pour tout } n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n - u_n^2.$$

a. Calculer u_1, u_2 et u_3.

b. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, 0 < u_n < \frac{2}{3}$.

c. Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite décroissante.

d. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est-elle convergente ? (Justifiez !)

e. Calculer la limite de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

II-Calculer les limites des suites suivantes :

■ $u_n = \dfrac{3n^4 - n^2 - 1}{-n^2 - 1}$ ■ $u_n = \dfrac{1}{\sqrt[3]{n}} + \left(-\dfrac{1}{3}\right)^n$ ■ $u_n = \left(\dfrac{3}{5}\right)^n \left(\dfrac{5}{3}\right)^{n+1}$ ■ $u_n = \left(\dfrac{4n}{2n+1}\right)^3$.

Exercice2 (12pts). On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3.$$

a. Calculer la première dérivée f' et étudier son signe.

b. Déterminer les intervalles sur lesquels f est croissante, décroissante.

c. Donner les éventuels extremums de f.

d. Calculer la deuxième dérivée f''et étudier son signe.

e. Déterminer les intervalles où f est concave, convexe.

f. Donner les éventuels points d'inflexion de f.