

Série de TD N° 3 d'Algèbre 1

Exercice 1. Soient $f : E \rightarrow F$ une application ; $A, B \subset E$ et $C, D \subset F$. Montrer que

- 1) $A \subset B \Rightarrow f(A) \subset f(B)$;
- 2) $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$.

Exercice 2. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto x^2 + x - 2$$

- a. Donner la définition de $f^{-1}(\{4\})$. Calculer $f^{-1}(\{4\})$.
- b. L'application f est-elle bijective ?
- c. Donner la définition de $f([-1, 1])$. Calculer $f([-1, 1])$.
- d. Donner la définition de $f^{-1}([-2, 4])$. Calculer $f^{-1}([-2, 4])$.

Exercice 3. On considère l'application f définie par :

$$f : \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x) = \frac{x+1}{x+2}$$

- (a) Calculer $f^{-1}(\{1\})$.
- (b) L'application f est-elle injective ? surjective ? bijective ?
- (c) Donner l'ensemble J pour lequel la fonction $f : \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow J$ soit bijective.
Déterminer l'application réciproque f^{-1} de la bijection f .

Exercice 4. Soient f et g deux applications :

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x) = 5x + 2$$

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto g(x) = 2 - x$$

- a) Déterminer les applications $g \circ f$ puis $f \circ g$.
- b) Montrer que $g \circ f$ est bijective et trouver $(g \circ f)^{-1}$.