Université A/ MIRA de Bjéaia
Faculté des Sciences Exactes
Département d'Informatique
Première Année Licence

Année universitaire 2020-2021

Série de TD N° 04 : Relations

Exercice n° 1.

Soient E = [0, 1], F = [−1, 1], et G = [0, 2] trois intervalles de IR.
Considérons l'application f de E dans G définie par :

f(x) = 2 − x,

et l'application g de F dans G définie par :

g(x) = x2 + 1

(1) Déterminer f({1/2}), f−1({0}), g([−1, 1]), g−1[0, 2]).
(2) L'application f est-elle bijective ? justifier.

(3) L'application g est-elle bijective ? justifier.

Exercice n° 2.

Soit $\mathcal{R}$ la relation binaire définie dans $E = \{0, 3, 4, 5\}$ par son graphe :

$$G = \{(0,0),(0,4),(0,5),(3,3),(3,5),(4,0),(4,4),(5,0),(5,3),(5,5)\}.$$

1. Dessiner le graphe représentatif de $\mathcal{R}$.
2. $\mathcal{R}$ est-elle réflexive ? symétrique ? antisymétrique ? transitive ?

Exercice n° 3.

On définit sur $\mathbb{Z}$ la relation binaire Δ par :

$$\forall x, y \in \mathbb{Z},\ x \,\Delta\, y \Longleftrightarrow x + y \text{ est pair.}$$

1. Montrer que Δ est une relation d'équivalence sur $\mathbb{Z}$.
2. Déterminer les classes d'équivalence de 0 et 1.
3. Donner l'ensemble quotient $\mathbb{Z}/\Delta$.

Exercice n° 4.

On définit sur $\mathbb{N}^2$ la relation binaire $\mathcal{S}$ par :

$$\forall (a,b),(a',b') \in \mathbb{N}^2,\ (a,b)\mathcal{S}(a',b') \Longleftrightarrow a + b' = b + a'.$$

1. Montrer que $\mathcal{S}$ est une relation d'équivalence sur $\mathbb{N}^2$.
2. Déterminer la classe d'équivalence de $(1, 1)$.

Exercice n° 5.

On définit sur $]1, +\infty[$ la relation $\mathcal{T}$ par :

$$\forall x, y \in]1, +\infty[,\ x\mathcal{T}y \Longleftrightarrow \frac{x}{x^2+1} \leq \frac{y}{y^2+1}.$$

1. Montrer que $\mathcal{T}$ est une relation d'ordre sur $]1, +\infty[$.
2. Cet ordre est-il total ?

Exercice n° 6.

Sur $\mathbb{R}^2$, on définit la relation $\mathcal{S}$ par :

$$\forall (a,b), (c,d) \in \mathbb{R}^2,\ (a,b)\,\mathcal{S}\,(c,d) \Longleftrightarrow a \leq c \text{ et } b \leq d.$$

1. Montrer que $\mathcal{S}$ est une relation d'ordre sur $\mathbb{R}^2$.
2. Cet ordre est-il total ?