Série TD n° : 01 :

Exo 1 : On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \ln(1 + e^{x})$

. Montrer que f est une fonction convexe.

Exo 2 : - Montrer que si A est symétrique définie positive alors il existe un unique $x^* \in \mathbb{R}^n$ qui minimise f et l'unique solution du système $Ax = b$.

Exo 3 : - Trouver les minima et les maxima sur $\mathbb{R}^2$ des fonctions suivantes définie sur $\mathbb{R}^2$ par :

a) $f(x,y) = x^2 + xy + \frac{1}{6} y^3$

b) $g(x,y) = x^2 - 2xy + 1$.

c) $h(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$.

Exo 4 : On considère la fonction : $f(x,y) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2$.
En partant du point initial $(x_0, y_0) = (1, 1)$, et en appliquant la méthode du gradient avec ρ_k optimal, calculez (x_1, y_1), (x_2, y_2) et (x_3, y_3).

Exo 5 : On considère la fonction : $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy$.

1- Trouver les points critiques de f, puis déterminer leurs natures.

2- Montrer qu'il est possible d'appliqué la méthode de Newton aux points $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})^t$ et $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})^t$.

3- En partant du point $x^0 = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})^t$, appliquez la méthode de Newton.

Ex 06:

On considère la fonction: $f(x,y) = x^2 + 2y^2 + 2xy$.

1- Montrer l'existence et l'unicité du minimum de la fonction f.

2- Déterminer le minimum de f.

3- En partant du point $(x_0, y_0) = (1, 1)$, appliquez la méthode de relaxation.