Interrogation du *Stat 3* *2021*

Sujet 1

Exercice :

Une population E est composée de 3 éléments $E = \{6, 8, 10\}$.

1. Calculer la moyenne $\boldsymbol{\mu}$ et l'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$ de cette population.

2. Donner le nombre d'échantillons de taille 2 qui peuvent être extraits de façon non exhaustive et les préciser.

3. Calculer la moyenne $\boldsymbol{m}$ et l'écart-type $\boldsymbol{s}$ de $\bar{X}$, où $\bar{X}$ décrit la distribution de l'échantillon des moyennes.

Corrigé :

1. La moyenne $\boldsymbol{\mu}$

$$\boldsymbol{\mu = \frac{6+8+10}{3} = 8}$$

La variance σ^2

$$\sigma^2 = \frac{1}{3}\sum_1^5 (x_i - \mu)^2 = \frac{1}{3}((6-8)^2 + (8-8)^2 + (10-8)^2 = \frac{8}{3}$$

Donc l'écart-type σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

2. Nombre d'échantillons de taille 2 qui peuvent être extraits de façon non exhaustive est

$$3^2 = 9$$

Les échantillons possibles sont

{(6.6) (6.8) (6.10) (8.6) (8.8) (8.10) (10.6) (10.8) (10.10)}

3. La moyenne m de $\bar{x}$

$$m_{\bar{x}} = \mu = 8.$$

La variance de $\overline{x}$:

$$\sigma^2{}_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{\frac{8}{3}}{2} = \frac{4}{3}$$

Donc l'écart-type : $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{4}{3}}$

Interrogation du *Stat 3* *2021*

Sujet 2

Exercice :

Une population E est composée de 5 éléments $E = \{4, 6, 8, 10, 12\}$.

1. Calculer la moyenne $\boldsymbol{\mu}$ et l'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$ de cette population.

2. Donner le nombre d'échantillons de taille 2 qui peuvent être extraits de façon exhaustive et les préciser.

3. Calculer la moyenne $\boldsymbol{m}$ et l'écart-type $\boldsymbol{s}$ de $\bar{X}$, où $\bar{X}$ décrit la distribution de l'échantillon des moyennes.

Corrigé :

3. La moyenne $\boldsymbol{\mu}$

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{\mathbf{4+6+8+10+12}}{\mathbf{5}} = \mathbf{8.}$$

La variance σ^2

$$\sigma^2 = \frac{1}{5}\sum_1^5 (x_i - \mu)^2 = \frac{1}{5}((4-8)^2 + (6-8)^2 + (8-8)^2 + (10-8)^2 + (12-8)^2) = 8$$

Donc l'écart-type σ

$$\sigma = \sqrt{8}$$

4. Nombre d'échantillons de taille 2 qui peuvent être extraits de façon exhaustive est

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} = 10.$$

Les échantillons possibles sont

{(4.6) (4.8) (4.10) (4.12) (6.8) (6.10) (6.12) (8.10) (8.12) (10.12)}

3. La moyenne m de $\bar{x}$

$$m_{\bar{x}} = \mu = 8.$$

La variance de $\bar{x}$:

$$\sigma^2{}_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n}\frac{N-n}{n-1} = \frac{8}{2}\frac{5-2}{5-1} = 3$$

Donc l'écart-type : $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{3}$

Remarque

1- <u>cas ou : $\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ *inconnues..*</u>

On remplace σ_1^2 par S_1^2 et σ_2^2 par S_2^2 et posons la statistique T telle que :

$$T=\frac{(\overline{X_1}-\overline{X_2})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{S'^2_1}{n_1}+\frac{S'^2_2}{n_2}}}\rightarrow t_\lambda$$ avec

$$\lambda=\frac{\left[\frac{S_1'^2}{n_1}+\frac{S_2'^2}{n_2}\right]^2}{\frac{\left(\frac{S_1'^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{S_2'^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$$

Tel que $P(-t\alpha_{/2}(\lambda) < \mathrm{T} < t\alpha_{/2}(\lambda)) = 1-\alpha$.

Donc l'intervalle de confiance est donné par :

$$\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\right)-t_{\alpha/2}(\lambda)\sqrt{\frac{S'^2_1}{n_1}+\frac{S'^2_2}{n_2}}\leq\mu_1-\mu_2\leq\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\right)+t_{\alpha/2}(\lambda)\sqrt{\frac{S'^2_1}{n_1}+\frac{S'^2_2}{n_2}}$$. Avec

- λ est la partie entière de la valeur calculée par la formule.
- $\overline{X_1}, \overline{X_2}$ sont les moyennes et S_1^2, S_2^2 sont les variances des deux échantillons respectivement.
- $t_{\alpha/2}(\lambda)$: valeur de la loi de Student laissant une aire de α /2 à droite.

Interrogation du *Stat 3* *2021*

Sujet 3

Exercice :

Une population E est composée de 3 éléments $E = \{2, 4, 8\}$.

4. Calculer la moyenne $\boldsymbol{\mu}$ et l'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$ de cette population.

5. Donner le nombre d'échantillons de taille 2 qui peuvent être extraits de façon non exhaustive et les préciser.

6. Calculer la moyenne $\boldsymbol{m}$ et l'écart-type $\boldsymbol{s}$ de $\bar{X}$, où $\bar{X}$ décrit la distribution de l'échantillon des moyennes.

Interrogation du *Stat 3* *2021*

Sujet 4

<u>Exercice :</u>

Une population E est composée de 5 éléments $E = \{2, 4, 8, 10, 12\}$.

4. Calculer la moyenne $\boldsymbol{\mu}$ et l'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$ de cette population.

5. Donner le nombre d'échantillons de taille 2 qui peuvent être extraits de façon exhaustive et les préciser.

6. Calculer la moyenne $\boldsymbol{m}$ et l'écart-type $\boldsymbol{s}$ de $\bar{X}$, où $\bar{X}$ décrit la distribution de l'échantillon des moyennes.

Interrogation du *Stat 3* *2021*

Sujet 5

<u>Exercice :</u>

Une population E est composée de 3 éléments $E = \{\,8, 12, 14\}$.

7. Calculer la moyenne $\boldsymbol{\mu}$ et l'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$ de cette population.

8. Donner le nombre d'échantillons de taille 2 qui peuvent être extraits de façon non exhaustive et les préciser.

9. Calculer la moyenne $\boldsymbol{m}$ et l'écart-type $\boldsymbol{s}$ de $\bar{X}$, où $\bar{X}$ décrit la distribution de l'échantillon des moyennes.

Interrogation du *Stat 3* *2021*

Sujet 6

Exercice :

Une population E est composée de 5 éléments $E = \{2, 4, 10, \ 12, \ 14\}$.

7. Calculer la moyenne $\boldsymbol{\mu}$ et l'écart-type $\boldsymbol{\sigma}$ de cette population.

8. Donner le nombre d'échantillons de taille 2 qui peuvent être extraits de façon exhaustive et les préciser.

9. Calculer la moyenne $\boldsymbol{m}$ et l'écart-type $\boldsymbol{s}$ de $\bar{X}$, où $\bar{X}$ décrit la distribution de l'échantillon des moyennes.