Exercice 01 : **Série 1**

1/ On a : $CT = \frac{2}{3}q^3 - 5q^2 + 18q$

$Cmg = \frac{\delta CT}{\delta q} = 2q^2 - 10q + 18$

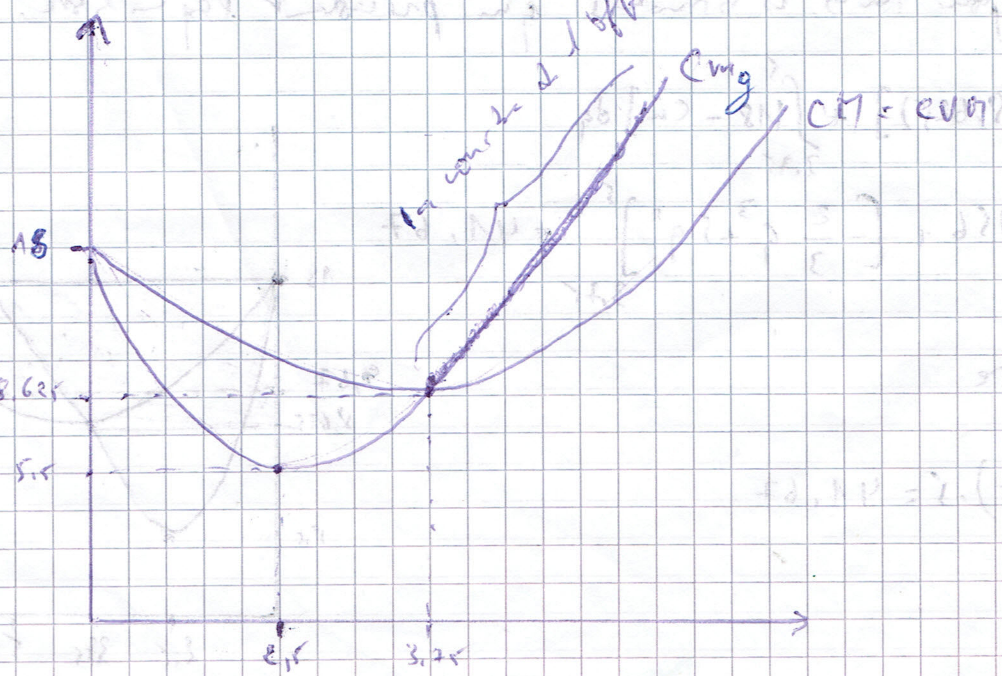
$Cmg = \min \Rightarrow \frac{\delta Cmg}{\delta q} = 0 \Rightarrow 4q - 10 = 0 \Rightarrow q = \frac{5}{2} = 2,5$ $\quad (Cmg = 5,5)$

q		$\frac{5}{2}$		
$\frac{\delta Cm}{\delta q}$	$-$	0	$+$	
Cm_g	$18 \searrow$	$5,5$	$\nearrow$	$+\infty$

$CM = CVM = \frac{CT}{q} = \frac{2}{3}q^2 - 5q + 18$

$\frac{\delta CM}{\delta q} = 0 \Rightarrow \frac{4}{3}q - 5 = 0 \Rightarrow q = \frac{15}{4} = 3,75$ $\quad (CM = 8,625)$

q		$\frac{15}{4}$		
$\frac{\delta CM}{\delta q}$	$-$	0	$+$	
CM	$18 \searrow$	$8,625$	$\nearrow$	$+\infty$



2/ l'équation de la courbe de l'offre

On a : $P = Cmg$

$$\Rightarrow p = 2q^2 - 10q + 18 \Rightarrow 2q^2 - 10q + (18 - p) = 0$$

$$\Delta = 100 - 4(18-p)(2)$$

$$\Rightarrow \Delta = 100 - 144 + 8p \Rightarrow \Delta = 8p - 44$$

$$q_1 = \frac{10 + \sqrt{8p-44}}{4} \quad \ldots (1)$$

$$q_2 = \frac{10 - \sqrt{8p-44}}{4} \quad (2)$$

On sait bien que pour $p = 8{,}625$, $q = 3{,}75$ (graphique

$\Rightarrow q_2$ est rejeté.

donc $\boxed{q = \frac{10 + \sqrt{8p-44}}{4}}$

3/ si $P = 18$

$$\Rightarrow q = \frac{10 + \sqrt{8(18) - 44}}{4} = 5$$

(ou encore : $18 = Cm \Rightarrow 18 = 2q^2 - 10q + 18 \Rightarrow q = 5$)

$$\pi = RT - CT \Rightarrow \pi = 18.5 - \left(\frac{2}{3}q^3 - 5q^2 + 18q\right)$$

$$\pi = 18.5 - \left(\frac{250}{3} - 125 + 90\right) = \boxed{41{,}67}$$ ou encore

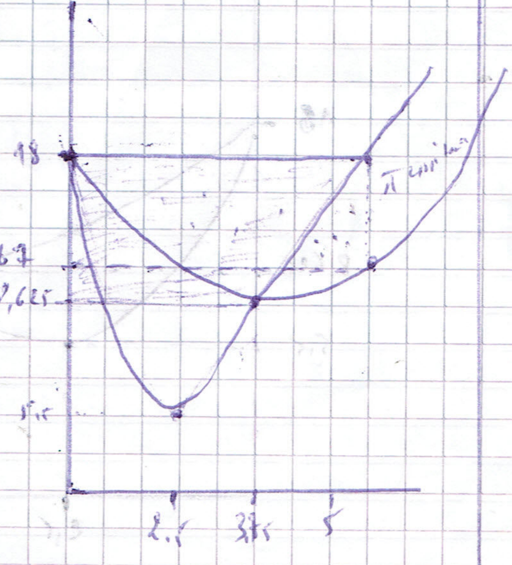
4/ Le surplus du producteur = π brut. En effet, il y a surplus car le producteur vend le bien à un prix supérieur à celui qu'il aurait accepté de pratiquer pour toutes les situations qui précèdent l'équilibre.

$$S = [3{,}75(18 - 8{,}625)] + \int_{3,75}^{5} [18 - Cm]\, dq$$

$$\Rightarrow S = 35{,}156 + \left[-\frac{2}{3}q^3 + 5q^2\right]_{3,75}^{5} = 41{,}67$$

Ou encore

$$S = (18 - 9{,}67).5 = 41{,}67$$



Exercice 2 :

1/ Etablir la fonction d'offre individuelle

1 On a : $P = Cm$

$\Rightarrow P = \frac{\delta CT}{\delta q} = 6q - 2 \Rightarrow q = \frac{P+2}{6} \Rightarrow \boxed{q = \frac{P+2}{6}}$

2/ Calculer le prix et la quantité d'équilibre

à l'équilibre l'offre globale = la demande globale

$OT = 360\left(\frac{P+2}{6}\right) \Rightarrow OT = 60P + 120$

1 $OT = DT \Rightarrow 60P + 120 = 120 + \frac{37500}{P}$

$\Rightarrow 60P^2 + 120P = 120P + 37500$

$\Rightarrow 60P^2 = 37500 \Rightarrow \boxed{P = 25}$

$P = 25 \Rightarrow Q = 60(25) + 120 = \boxed{1620}$

3/ Le $\overline{\Pi}$ réalisé par entreprise

* 1ère méthode :

$\overline{\Pi} = P.q - CT$

1 On a : la quantité produite par E = $\frac{1620}{360} = 4,5$

$\Rightarrow \overline{\Pi} = 4.5(25) - \left[3(4,5)^2 - 2(4,5) + 3\right]$

$= 112,5 - [60,75 - 9 + 3] = \boxed{57,75}$

* méthode 2 :

$\overline{\Pi} = (P - CM)q$

1 On a : $CM = \frac{CT}{q} = 3q - 2 + \frac{3}{q} = 3(4,5) - 2 + \frac{3}{4,5} = 12,1$

$\overline{\Pi} = (25 - 12,167)\,4.5 = \boxed{57,75}$

4 - à long terme $\overline{\Pi} = 0 \Rightarrow P = CM$ minimum.

$CM = \min \Rightarrow 3q - 2 + \frac{3}{q} = \min$

$\Rightarrow \frac{\delta CM}{\delta q} = 0 \Rightarrow 3 - \frac{3}{q^2} = 0$

* $\Rightarrow \boxed{q = 1}$ 0,5

0,5

* $\Rightarrow CM\ \min = 3(1) - 2 + \frac{3}{1} = \boxed{4}$

* offre globale = demande globale = $120 + \frac{37500}{4} = 9495$ 0,5

* nbre d'E = 9495 − 9495 0,5

Série 02

Exercice 01

On a : $Q = 30 - \frac{1}{2} P$

$CT = \frac{1}{4} q^2 + 15 q$

* $\pi = \max \Rightarrow Cmg = Rm$

On a : $q = 30 - \frac{1}{2} p \Rightarrow p = -2q + 60$

$\Rightarrow RM = -2q + 60$

$\Rightarrow RT = -2q^2 + 60q$

$\Rightarrow Rm = -4q + 60$

On a : $CT = \frac{1}{4} q^2 + 15q \Rightarrow CM = \frac{1}{4} q + 15$

$\Rightarrow Cmg = \frac{1}{2} q + 15$

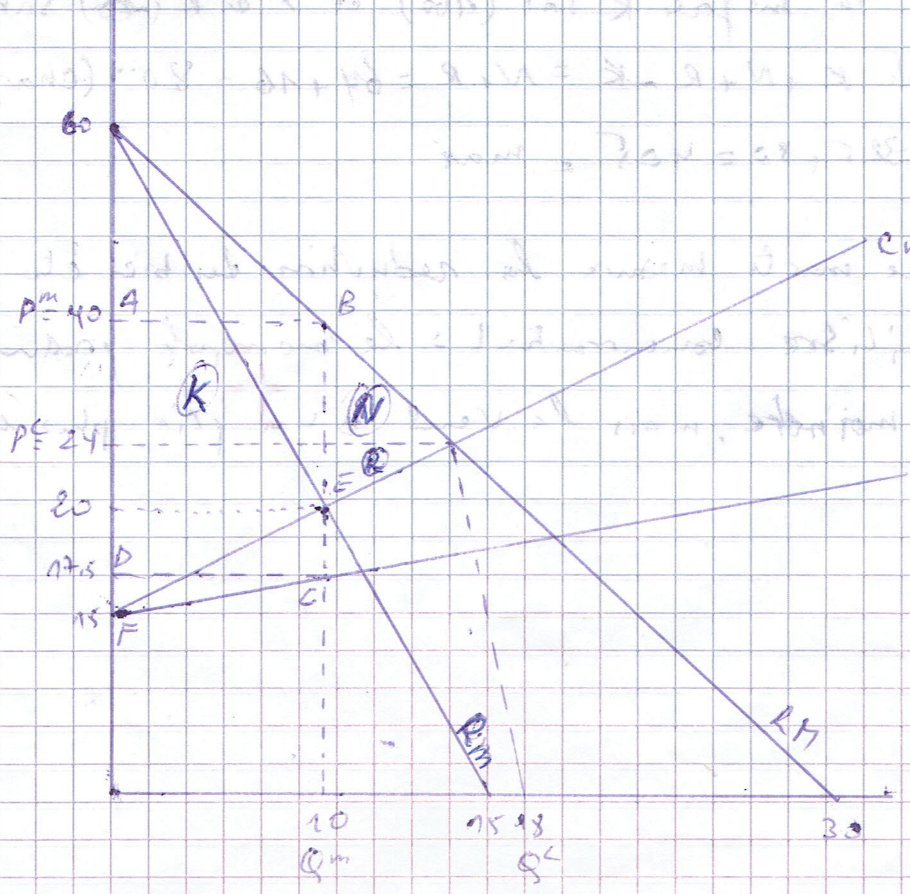
$Cmg = Rm \Rightarrow \frac{1}{2} q + 15 = -4q + 60 \Rightarrow \boxed{q = 10}$

On a $P = RM = -2q + 60 = \boxed{40} \Rightarrow CM = \frac{1}{4}(10) + 15 = \boxed{17,5}$

$\Rightarrow \boxed{Cmg = 20}$

$\pi = 10(40 - 17,5) = \boxed{225}$

* surplus social = ~~surplus des cons (SC) + surplus des pteurs (SP)~~



* le surplus social (SS) = surplus des c^{teurs} (SC) + surplus des p^{teurs} (SP)

- $SC = \int_0^{q_0} p(q)\,dq - p_0 q_0$ ($p(q) = D^{-1}(q)$ la demande inverse).

$\Rightarrow SC = \int_0^{10} -2q+60 \; - 40.10$

$= -q^2+60q \Big]_0^{10} - 40.10 = 100$

Ou dans le graphe $= \frac{1}{2}\left[10(60-40)\right] = 100$ (AHB)

- surplus des producteurs = π profit = 225 (deja calculé)

ou dans le graphe $\frac{25+20}{2} \cdot 10 = 225$ (ABEF)

$\Rightarrow SS = 225+100 = 325$ (il mesure le bien être de la société).

* comparaison avec l'equilibre de concurrence pure et parfaite

à l'equilibre l'offre = la demande $\Rightarrow Cm = p$

$\Rightarrow \frac{1}{2}q + 15 \Rightarrow -2q+60$

$\Rightarrow \frac{5}{2}q = 45 \Rightarrow q = \frac{90}{5} = \boxed{18} \Rightarrow \boxed{p = 24}$

$(q^c \quad , \quad p^c)$

$\Rightarrow SC \nearrow$ de la surface (K+N) soit (160 + 64)

$\Rightarrow SP \searrow$ de la surface K soit (160) et $\nearrow$ de R (~~16~~) soit (16)

$\Rightarrow SS \nearrow$ de $K+N+R-K = N+R = 64+16 = 80$ (charge morte)

$\Rightarrow SS\; 325 + 80 = 405 = \max$

(la charge morte mesure la reduction du bien être par rapport à un equilibre concurrentiel : le monopole produit une quantité moindre, mais la vend à un prix plus élevé).

Exercice 02 :

1/ Sur le marché 1 la demande est plus élastique que sur le marché 2 ⇒ le monopole va raréfier l'offre sur le marché 2 et donc proposer un prix élevé. Sur le marché 1, le monopole pratique une politique de quantité à un prix plus bas.

$\pi = \max \Rightarrow \pi = RT - CT = \max$

$\Rightarrow \frac{\delta \pi}{\delta q} = 0 \Rightarrow \frac{\delta RT}{\delta q} - \frac{\delta CT}{\delta q} = 0 \Rightarrow Rm = Cm$ ... Condition ①

$\boxed{\frac{\delta^2 \pi}{\delta q^2} < 0 \Rightarrow \frac{\delta Rm}{\delta q} - \frac{\delta Cm}{\delta q} < 0 \Rightarrow \frac{\delta Rm}{\delta q} < \frac{\delta Cm}{\delta q} \text{ ... Condition ②}}$

Puisque le monopole intervient sur deux marchés :

$\pi = RT_1 + RT_2 - CT(q_1, q_2)$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\delta \pi}{\delta q_1} = Rm_1 - Cm = 0 \\ \\ \frac{\delta \pi}{\delta q_2} = Rm_2 - Cm = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow Rm_1 = Rm_2 = Cm$$

marché 1

$q_1 = 240 - 0{,}16 P_1$

$\Rightarrow P_1 = 1500 - 6{,}25 q_1$

$\Rightarrow RM_1 = -6{,}25 q_1 + 1500$

$\Rightarrow RT_1 = -6{,}25 q_1^2 + 1500 q_1$

$\Rightarrow Rm_1 = -12{,}5 q_1 + 1500$

marché 2

$q_2 = 85 - 0{,}04 P_2$

$\Rightarrow P_2 = 2125 - 25 q_2$

$\Rightarrow RM_2 = -25 q_2 + 2125$

$\Rightarrow RT_2 = -25 q_2^2 + 2125 q_2$

$\Rightarrow Rm_2 = -50 q_2 + 2125$

On a : $Cm = 2{,}5 q - 212{,}5$ (avec $q = q_1 + q_2$).

à l'équilibre :

$Rm_1 = Cm$

$\Rightarrow -12{,}5 q_1 + 1500 = 2{,}5 q - 212{,}5$

$\Rightarrow -15 q_1 = 2{,}5 q_2 - 1712{,}5$

$Rm_2 = Cm$

$-50 q_2 + 2125 = 2{,}5 q - 212{,}5$

$\Rightarrow -2{,}5 q_1 = 52{,}5 q_2 - 2337{,}5$

$\Rightarrow -15 q_1 = 315 q_2 - 14025$

$-15Q_1 = 2,5Q_2 - 1712,5$

$-15Q_1 = 315Q_2 - 14025$

$0 = -312,5Q_2 + 12312,5 \Rightarrow Q_2 = \frac{12312,5}{312,5} = \boxed{39,4}$

$\Rightarrow Q_1 = \boxed{107,6}$

$\Rightarrow Q = Q_1 + Q_2 = 107,6 + 39,4 = \boxed{147}$

$\Rightarrow P_1 = RM_1 = -6,25Q_1 + 1500 = 827,5$

$\Rightarrow P_2 = RM_2 = -25Q_2 + 2125 = 1140$

$\Rightarrow \pi = RT_1 + RT_2 - CT = 79681$

2/ si l'E ne fait pas compte des deux sous marchés, elle propose la même quantité à un prix unique. La demande qui s'adresse à la firme est la somme des deux fonctions

$\Rightarrow Q = 325 - 0,2P$

$\Rightarrow P = -5Q + 1625$

$\Rightarrow RM = -5Q + 1625$

$RT = -5Q^2 + 1625Q$

$Rm = -10Q + 1625$

à l'équilibre : $Cm = Rm$

$\Rightarrow 2,5Q - 212,5 = -10Q + 1625$

$\Rightarrow -12,5Q = 1837 \Rightarrow \boxed{Q = 147}$

Le Prix est alors égal à la RM

$RM = -5Q + 1625 = 890$

$\Rightarrow \pi = RT - CT = \boxed{76556}$

donc le profit de monopole est inférieur au profit de monopole discriminant.

SERIE 3

1/ Il s'agit d'un duopole de CORNOT.

l'entreprise A maximise son π_1

$\Rightarrow \pi_1 = P \cdot q_1 - CT_1$

avec $P = -0,1(q_1+q_2)+44$

Ainsi : $\pi_1 = (-0,1(q_1+q_2)+44)q_1 - (0,15q_1^2 - 31q_1 + 3650)$

$\Rightarrow \pi_1 = -0,1q_1^2 - 0,1q_1q_2 + 44q_1 - 0,15q_1^2 + 31q_1 - 3650$

$\Rightarrow \pi_1 = 0,25q_1^2 - 0,1q_1q_2 + 75q_1 - 3650$

$\frac{\delta \pi_1}{\delta q_1} = -0,5q_1 - 0,1q_2 + 75 = 0$

$\Rightarrow 0,5q_1 = -0,1q_2 + 75$

$\Rightarrow \boxed{q_1 = 150 - 0,2q_2}$ → Equation de réaction de l'E A.

l'entreprise B maximise son π_2

$\Rightarrow \pi_2 = Pq_2 - CT_2$

$\Rightarrow \pi_2 = (-0,1(q_1+q_2)+44)q_2 - (0,4q_2^2 - 20q_2 + 650)$

$\Rightarrow \pi_2 = -0,1q_2^2 - 0,1q_1q_2 + 44q_2 - 0,4q_2^2 + 20q_2 - 650$

$\Rightarrow \pi_2 = 0,5q_2^2 - 0,1q_1q_2 + 64q_2 - 650$

$\frac{\delta \pi_2}{\delta q_2} = -q_2 - 0,1q_1 + 64 = 0$

$\Rightarrow \boxed{q_2 = -0,1q_1 + 64}$ → équation de réaction de l'E B.

On a : $\begin{cases} q_1 = 150 - 0,2q_2 \\ q_2 = 64 - 0,1q_1 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} q_1 = -0,2q_2 + 150 \\ q_1 = -10q_2 + 640 \end{cases}$

Soit $0 = 9,8q_2 - 490$

$\Rightarrow q_2 = 50$

$q_1 = 140$

$P = -0,1(q_1+q_2)+44 = 25$. $\pi_2 = 600$. $\pi_1 = 1250$.

2/ Il s'agit d'un duopole de STAKELBERG.

$\Rightarrow \pi_1 = (44 - 0{,}1(q_1 + 64 - 0{,}1 q_1) q_1 - (0{,}15 q_1^2 - 31 q_1 + 3650$

$\Rightarrow \pi_1 = -0{,}24 q_1^2 + 68{,}6 q_1 - 3650.$

$\frac{\delta \pi_1}{\delta q_1} = 0 \Rightarrow -0{,}48 q_1 + 68{,}6 = 0 \Rightarrow \boxed{q_1 = 142{,}92.}$

$\Rightarrow q_2 = 64 - 0{,}1 q_1 = \boxed{49{,}71}$

$\Rightarrow P = 24{,}74 \quad . \quad \pi_1 = 1252{,}45 \quad . \quad \pi_2 = 585{,}56.$

3/ $\Rightarrow$ Duopole de Stakelberg.

$\pi_2 = (44 - 0{,}1(q_2 + 150 - 0{,}2 q_2) q_2 - (0{,}4 q_2^2 - 20 q_2 + 650)$

$\Rightarrow \pi_2 = -0{,}48 q_2^2 + 49 q_2 - 650$

$\frac{\delta \pi_2}{\delta q_2} = 0 \Rightarrow -0{,}96 q_2 + 49 = 0$

$\Rightarrow \boxed{q_2 = 51{,}04}$

$\Rightarrow q_1 = 150 - 0{,}2 q_2 = \boxed{139{,}79}$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = 24.91 \\ \pi_1 = 1234.48 \\ \pi_2 = 600{,}18 \end{cases}$$

4/ Il s'agit d'un duopole de Bowley.

Pour l'entreprise A.

$\pi_1 = (44 - 0{,}1(q_1 + 64 - 0{,}1 q_1) q_1 - (0{,}15 q_1^2 - 31 q_1 + 3650)$

Après maximisation du profit, il s'ensuit que $\boxed{q_1 = 142{,}92}$

Pour l'E/B.

$\pi_2 = (44 - 0{,}1(q_2 + 150 - 0{,}2 q_2) q_2 - (0{,}4 q_2^2 - 20 q_2 + 650)$

Après maximisation du profit. il s'ensuit que $\boxed{q_2 = 51{,}04}$

$\Rightarrow p = 44 - 0{,}1(142{,}92 + 51{,}04) = \boxed{24{,}604}$

$\Rightarrow \pi_1 = 1252{,}042$

$\pi_2 = 600{,}52$

5/ Il s'agit d'un duopole de Fellner (entente).

⇒ il s'agit de maximiser le π global (π_G)

$\pi_G = \pi_1 + \pi_2$.

$$\pi_G = (44 - 0,1(q_1+q_2)).(q_1+q_2) - (0,15q_1^2 - 31q_1 + 3650) - (0,40q_2^2 - 0,20q_2 + 650)$$

$$\frac{\delta \pi_G}{\delta q_1} = 0 \Rightarrow -0,5q_1 + 75 - 0,2q_2 = 0$$

$$\Rightarrow 0,5q_1 = 75 - 0,2q_2$$

$$\Rightarrow q_1 = 150 - 0,4q_2 \ldots (1)$$

$$\frac{\delta \pi_G}{\delta q_2} = 0 \Rightarrow -q_2 + 64 - 0,2q_1 = 0$$

$$\Rightarrow q_2 = 64 - 0,2q_1 \ldots (2)$$

En remplaçant (2) dans (1), on obtient :

$$q_1 = 150 - 0,4(64 - 0,2q_1) \Rightarrow \boxed{q_1 = 135,22}$$

$q_2 = 36,96$, $P = 26,78$, $\pi_1 = 1420,34$, $\pi_2 = 532,57$

et $\pi_G = 1952,91$

Une telle Collusion est stable puisque le π_G est supérieur à la somme des profits quand chacune se croit en position de suprématie. Cependant, le Cartel exige une redistribution des prof

Donc l'E_1 devra verser à l'E_2 au moins : $600,18 - 532,57 =$ (67,61) pour que cette dernière participe à l'entente et au plus $1420,34 - 1252,45 = (167,89)$, pour qu'elle même ait intérêt à participer au Cartel

Selon les règle de partage qu'elles adopteront, le profit final se situera pour chacune d'elles entre :

$$1252,45 < \pi_1 < 1352,73$$

$$600,18 < \pi_2 < 700,46$$