Série TD n° 02 :

Exo 1 :

$$(P_1)\begin{cases} \min f(x,y) = 2x^2 + 2xy + y^2 - 10y - 10x \\ \text{sous-contraintes:} \\ g_1(x,y) = x^2 + y^2 - 5 \leq 0 \\ g_2(x,y) = 3x + y - 6 \leq 0 \\ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \end{cases}$$

1)- Le problème (P_1) admet-il une solution ? Est-elle unique ?

2)- Déterminer les contraintes active et non active ?

3)- $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

a)- X est-il un point régulier ?

b)- Le point X vérifie-t-il les conditions de Karush-Kuhn-Tucker (K-K-T) ?

Exo 2 :

Résoudre le problème suivant :

$$(P_2)\begin{cases} \min f(x,y) = 2x^2 + y^2 - 2xy \\ \text{sous-contrainte:} \\ h(x,y) = x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

Exo 3 :

Résoudre le problème (P_3), en utilisant la méthode de Lagrange-Newton.

$$(P_3)\begin{cases} \min f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz \\ \text{s-c} \\ h_1(x,y,z) = 1.x + 0.y - 1.z = 0 \\ h_2(x,y,z) = 0.x + 1.y + 1.z = 1 \end{cases}$$

Exo 4 : On s'interesse à la distance du point $x \in \mathbb{R}^n$ par rapport au domaine C définie par :

$$C = \{x \in \mathbb{R}^n,\ Ax = b\}$$

A de matrice de type $n \times n$.

- ce problème se pose sous la forme suivante :

$$(P_4)\begin{cases} \min f(x) = \frac{1}{2}\|x - x_0\|^2 \\ Ax = b \quad , b \in \mathbb{R}^p \end{cases}$$

- Montrer que le problème (P_4) vérifie le système suivant.