$\bar{X}^* = \begin{pmatrix} 2/5 \\ 3/5 \end{pmatrix}$ est un pt régulier et aussi $h = 1$

d'où $\bar{X}^* = \begin{pmatrix} 2/5 \\ 3/5 \end{pmatrix}$ est la solution du pb $(P_3)'$

Conclusion

$X^* = \begin{pmatrix} 2/5 \\ 3/5 \\ 2/5 \end{pmatrix}$ est la solution du pb $(P_3)^{II}$.

Exo de plus:

$\frac{2}{3}y + y - 1 = 0 \Rightarrow \frac{5}{3}y - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{y = \frac{3}{5}}$

$x = \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow \boxed{x = \frac{2}{5}}$

$\lambda = -4x + 2y = -4\left(\frac{2}{5}\right) + 2\left(\frac{3}{5}\right)$

$\lambda = \frac{-8+6}{5} = \frac{-2}{5}$

$\boxed{\lambda = \frac{-2}{5}}$

$\bar{X}^* = \begin{pmatrix} 2/5 \\ 3/5 \end{pmatrix}$

Vérifions que $\bar{X}^*$ est un pt régulier

- $\bar{X}^*$ est réalisable
- $\nabla h(\bar{X}^*) \neq 0$ donc libre
- $\exists ? d = (d_1, d_2)^t$ /

$\langle \nabla h(\bar{X}^*), d \rangle = 0 \Rightarrow d_1 + d_2 = 0 \Rightarrow d_1 = -d_2$

on a une infinité de solutions et $\begin{cases} d_2 \neq 0 \\ d_1 \neq 0 \end{cases}$

Exo3:

1°/ Ecrivons x en fonction de z

$h_1(x, y, z) = x - z = 0 \Leftrightarrow z = x$.

2°/ Resolution du pb obtenu.

$$(P_g)' = \begin{cases} \min g(x,y) = 2x^2 + y^2 - 2xy \\ h(x,y) = x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

Condition de K.K.T

- $\exists \lambda \geq 0$.
- $x + y - 1 = 0$.
- $\nabla g(x,y) + \lambda \nabla h(x,y) = 0$.

$$\nabla g(x,y) = \begin{pmatrix} 4x - 2y \\ -2x + 2y \end{pmatrix}, \quad \nabla h(x,y) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \quad (1) \\ 4x - 2y + \lambda = 0 \quad (2) \\ -2x + 2y + \lambda = 0 \quad (3) \end{cases}$$

$(2) - (3) \quad 6x - 4y = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{6} y \Rightarrow \boxed{x = \frac{2}{3} y}$