

Série de T.D. N 2 : Equations différentielles

Exercice n° 1. Résoudre les équations différentielles du premier ordre suivantes :

1. $(1 + x^2)^2 \frac{dy}{dx} + 2x + 2xy^2 = 0$;
2. $(x^2 + y^2)dx - xydy = 0$, avec $y(1) = 2$;
3. $y' + y = x^2$.

Exercice n° 2. Résoudre les équations différentielles non linéaires du premier ordre suivantes :

1. $xy' + 6y - 3xy^{\frac{4}{3}} = 0$;
2. $y' = x^2 + 1 - 2xy + y^2$, ($y_1 = x$ est une solution particulière).

Exercice n° 3. Résoudre les équations différentielles linéaires homogènes du second ordre suivantes :

1. $y'' - 3y' + 2y = 0$;
2. $y'' + 2y' + y = 0$;
3. $y'' - 2y' + 2y = 0$;
4. $y'' - 2\alpha y' + y = 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Exercice n° 4. Résoudre les équations différentielles du second ordre suivantes :

1. $y'' - y = x^2 + x + 1$;
2. $y'' - 2y' - 8y = e^x$;
3. $y'' - 2y' = \sin x$;
4. $y'' - 4y' + 3y = (2x + 1)e^{-x}$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

Exercice n° 5. (Exercice supplémentaire) Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $x \frac{dy}{dx} - (x + 1)y = 0$;
2. $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x}$;
3. $xy' - 2y = \frac{1}{2}x^3$;
4. $y' - \frac{1}{x}y - xy^2 = 0$;
5. $y' = \frac{1}{x}y^2 - (2 + \frac{1}{x})y + x + 2$, ($y_1 = x$ est une solution particulière) ;
6. $y'' - 5y' + 6y = 0$;
7. $4y'' + 4y' + y = 0$;
8. $y'' + y' + y = 0$;
9. $y'' - 2y' + my = 0$, $m \in \mathbb{R}$.
10. $y'' - y' = 12x - 10$;
11. $4y'' + 4y' + y = e^{\frac{-1}{2}x}$;
12. $y'' + 4y = \cos x$;
13. $y'' - 2y' + y = (x + 2)e^x$.