Université Abderrahmane Mira de Béjaia.
Faculté des Sciences Économiques, Commerciales et des Sciences de Gestion
Département de la formation initiale SEGC-L.M.D-
Première année SEGC- LMD. Toutes les sections.

Décembre 2020

Corrigé- Rattrapage de Microéconomie I

Partie I : Le TMS, l'équilibre du consommateur et le multiplicateur de Lagrange (λ) (12 points)

$U_T = f(x,y) = 2\,xy^2$, **P_x = 50** **DA**, **P_y = 250** **DA** et **R= 1500** **DA** qu'il consacre en totalité à ses loisirs.

1/ Donnez l'expression mathématique du TMS $_{X \text{ à } Y}$, puis calculez sa valeur au point (x, y) = (10, 4) et interprétez le résultat obtenu.

$\mathbf{TMS}_{\mathbf{x\,à\,y}} = \frac{Um_x}{Um_y}$. $\mathrm{Um_x} = \frac{\partial \mathrm{U_T}}{\partial \mathrm{x}} = 2y^2$ **(0,5)** , $\mathrm{Um_y} = \frac{\partial \mathrm{U_T}}{\partial \mathrm{y}} = 4\mathrm{xy}$ **(0,5)**

$\mathbf{TMS}_{\mathbf{x\,à\,y}} = \frac{2y^2}{4xy} = \frac{y}{2x}$ **(0,5)**. Sa valeur : $\mathbf{TMS}_{\mathbf{x\,à\,y}} = \frac{y}{2x} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0{,}2$ **(0,5)**

Interprétation : Le citoyen (C) ou l'individu (I) retire le même niveau de satisfaction, s'il substitue 0,2 bouteilles de gel par une bavette supplémentaire. **(0,5)**

2/ Que doit faire le citoyen (C) afin de maintenir constant son niveau d'utilité tout en réduisant le nombre de bavettes utilisées de 04 bavettes ?

$TMS_{y\,à\,x} = \frac{1}{\mathrm{TMS_{x\,à\,y}}} \iff TMS_{y\,à\,x} = \frac{1}{\mathbf{0{,}2}} = 5$ **(0,5)**

	Δx	Δy	ΔU	
On a : $\mathbf{TMS}_{\mathbf{y\,à\,x}} = 5$	-5 Bavettes -4 Bavettes	+1 Bouteille Δy	0 Util 0 Util	$\} \Rightarrow \Delta y = \frac{(-4)*(+1)}{(-5)} = +0{,}8$ Bouteilles **(01,5)**

Le citoyen (C) doit utiliser 0,8 bouteilles supplémentaires de gel pour qu'il puisse garder le même niveau de satisfaction, après avoir réduit le nombre utilisé de Bavettes de 4. **(0,5)**

3/ Déterminez la combinaison qui maximise l'utilité du citoyen (C) en utilisant la méthode de Lagrange.

a) Formalisation mathématique du problème du citoyen (C)

$$\begin{cases} \text{Max } \mathrm{U_T} = \mathrm{f(x,y)} \\ \text{S/C} \\ \mathrm{R} = \mathrm{P_x x} + \mathrm{P_y y} \end{cases} \iff \begin{cases} \text{Max } \mathrm{U_T} = 2\mathrm{xy}^2 \\ \text{S/C} \\ 1500 = 50\mathrm{x} + 250\mathrm{y} \end{cases}$$

b) Construction de la fonction de Lagrange

Ce problème lié peut s'écrire sous la forme de la fonction de Lagrange, on aura la fonction suivante :

$$\mathbf{L(x,y,\lambda)} = \mathrm{U_T} + \lambda\left(\mathrm{R} - \mathrm{P_x x} - \mathrm{P_y y}\right) \iff \mathrm{L(x,y,\lambda)} = 2\mathrm{xy}^2 + \lambda(1500 - 50\mathrm{x} - 250\mathrm{y})$$

$$\iff \mathbf{L(x,y,\lambda)} = 2\mathrm{xy}^2 + 1500\lambda - 50\lambda\mathrm{x} - 250\lambda\mathrm{y}$$

c) Résolution du problème du citoyen (C)

La fonction de Lagrange, et par conséquent le problème du citoyen (C), admet des solutions lorsque ses dérivées partielles par rapport à x, y et λ s'annulent simultanément. On aura un système d'équations (S) composé de trois équations :

$$(S): \begin{cases} \dfrac{\partial L(x,y,\lambda)}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial L(x,y,\lambda)}{\partial y} = 0 \\ \dfrac{\partial L(x,y,\lambda)}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} <=> \begin{cases} 2y^2 - 50\lambda = 0 \\ 4xy - 250\lambda = 0 \\ 1500 - 50x - 250y = 0 \end{cases} <=> \begin{cases} \dfrac{2y^2}{50} = \lambda \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ \lambda = \dfrac{4xy}{250} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2) \\ 1500 = 50x + 250y \ldots\ldots\ldots\ldots (3) \end{cases}$$

On a l'équation (1) égale à l'équation (2), le système (S) devient :

$$(S) <=> \begin{cases} \frac{2y^2}{50} = \frac{4xy}{250} \\ 1500 = 50x + 250y \end{cases} <=> \begin{cases} 5y = 2x \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4) \\ 1500 = 50x + 250y \ldots\ldots\ldots (3) \end{cases}$$

On remplace « 250 y » par « 100 x » dans l'équation (3), on obtient :

$$(S) <=> \begin{cases} y = \dfrac{2}{5}x \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4) \\ 1500 = 50x + 100x \ldots\ldots (5) \end{cases} <=> \begin{cases} y = 4 \text{ Bouteilles de gel} \\ x = \dfrac{1500}{150} = 10 \text{ Bavettes} \end{cases}$$

Le citoyen (C) doit utiliser chaque semaine 10 bavettes et 4 bouteilles de gel hydroalcoolique pour se prémunir au mieux contre la Covid-19 (pour qu'il puisse maximiser son utilité). Les coordonnées du point d'équilibre sont donc $E(x_E,y_E) = (10\ ,4)$. **(02pts)**

4/ Quel est l'effet d'une baisse de 20% du revenu du citoyen (C) sur le niveau de son utilité ?

À partir des équations (1) et (2) du système d'équations (S), on a : $\lambda = \frac{2y^2}{50} = \frac{4xy}{250} <=> \lambda = \frac{2*4^2}{50} = \frac{4(10)(4)}{250}$

$\lambda = \frac{30{,}25}{50} = 0{,}64 \text{ Utils/DA}\ldots$ **(01)**

$\frac{\Delta R}{R} * 100\% = -20\% => \Delta R = -0{,}2 * R = -0{,}2 * 1500 = -300DA$ **(0,5)**

On a: $\lambda = \frac{\Delta U_T}{\Delta R} => \Delta U_T = \lambda * \Delta R = 0{,}64 * (-300) = -192 Utils$ **(0,5)**

Une baisse de 20% (300DA) du revenu du citoyen (C), entraîne une diminution de 192 Utils de son utilité **(0,5)**

5/ Quelle est l'évolution nécessaire du budget du citoyen (C) pour atteindre une utilité de 400 utils ?

$U_{max} = f(10{,}4) = 2\,(10)(4)^2 = 20 * 16 = 320 \text{ utils}$ **(0,5)**

$\Delta U_T = U_T - U_{max} = 400 - 320 = +80\ utils$ **(01)**

On a: $\lambda = \frac{\Delta U_T}{\Delta R} => \Delta R = \frac{\Delta U_T}{\lambda} = \frac{+80}{0{,}64} = +125DA$ **(0,5)**

Le budget du citoyen (C) doit augmenter de 125DA pour qu'il puisse atteindre une utilité de 400 utils. **(0,5)**

Partie II : La demande d'un bien et le calcul des élasticités de la demande (08 points)

$$\mathbf{D_x = f(R, P_x, P_y) = R - \frac{1}{2}P_x + \frac{1}{4}P_y},\ \mathbf{P_x = 70}^{\,\mathbf{DA}},\ \mathbf{P_y = 80}^{\,\mathbf{DA}}\ \text{et}\ \mathbf{R = 215}^{\,\mathbf{DA}}$$

1/ Calculez l'élasticité-prix de la demande du bien X et interprétez le résultat.

$\mathbf{D_x} = f(215{,}70{,}80) = (215) - \frac{1}{2}(70) + \frac{1}{4}(80) = 215 - 35 + 20 = 200\text{Unités}$ **(0,5)**

$\mathbf{ep_x} = \frac{\partial D_x}{\partial P_x} * \frac{P_x}{D_x} = -\frac{1}{2} * \frac{70}{200} = -\frac{7}{40} * \frac{140}{4} = -0{,}175$ **(0,5)**

$|\mathbf{ep_x}| = 0{,}175 < \mathbf{1}$ => **La demande du bien X est inélastique.** Une variation de 1% du prix de « X », induit une variation, en sens opposé, de la demande de 0,175%. **(01)**

2/ Comment évolue la demande du bien X si le prix du bien Y subit une hausse de 20 ^{DA}?

$\frac{\Delta P_y}{P_y} * 100\% = \frac{+20\ DA}{80\ DA} * 100\% = +25\%$ **(0,5)**

$\mathbf{ep_y} = \frac{\partial D_x}{\partial P_y} * \frac{P_y}{D_x} = +\frac{1}{4} * \frac{P_y}{D_x} = +\frac{1}{2} * \frac{1}{5} = +0{,}1$ **(01)**

	$\Delta P_y / P_y$	$\Delta D_x / D_x$	
On a : $\mathbf{ep_y} = +0{,}1$	+1% +25%	+0,1% $\Delta D_x / D_x$	$\}$ => $\Delta D_x / D_x = \frac{(+25\%)*(+0{,}1\%)}{(+1\%)} = +2{,}5\%$ **(01)**

Donc, une hausse de 20DA (25%) du prix du bien « Y » (Py), provoquera une augmentation de 2, 5% de la demande du bien « X ». **(0,5).**

3/ Déduisez la relation entre le bien X et le bien Y.

$ep_y = +0{,}1 > 0$ =>Le bien « X » et le bien « Y » sont des biens substituables. **(01)**

4/ Quel sera l'effet d'une baisse de 40% du revenu sur la demande du bien X ?

$\boldsymbol{e_R} = \frac{\partial D_x}{\partial R} * \frac{R}{D_x} = 1 * \frac{R}{D_x} = \frac{215}{200} = 1{,}075$ **(0,5)**

	$\Delta R / R$	$\Delta D_x / D_x$	
On a : $\mathbf{ep_y} = 1{,}075$	+1% -40%	+1,075% $\Delta D_x / D_x$	$\}$ => $\Delta D_x / D_x = \frac{(-40\%)*(+1{,}075\%)}{(+1\%)} = -43\%$ **(01)**

Une baisse de 40% du revenu du consommateur, entraîne une diminution de la demande de la levure de 43% **(0,5)**