Université Abderrahmane Mira de Béjaia
Faculté des Sciences Economiques, Commerciales et des Sciences de Gestion.
Département des enseignements de base (SEGC-LMD). Toutes les sections. 1ière année SEGC- LMD.
Durée 01h30mn. Septembre 2019.

RATTRAPAGE – MICROÉCONOMIE II

I. Les productivités physiques des facteurs : 08 points *Prendre 2 chiffres après la virgule.*

Soit p la fonction de production de courte période d'une entreprise de fabrication de pièces pour ordinateurs telle que : $p = f(k, l) = 24.\,l^2 - 0{,}25.\,l^3$ Où la valeur p désigne la quantité produite.

1. Quelle serait **la quantité du facteur L** pour laquelle la productivité totale atteint son maximum ?
2. Quel est le volume fabriqué le plus élevé que ce producteur peut réaliser dans ces conditions ?
3. Déterminez par deux (2) méthodes la quantité du facteur L qui maximise la productivité moyenne.
4. Quel est le niveau de la Pmg_L à cet instant-là (*au maximum de PM_L*) ?
5. Trouvez le niveau maximal de Pmg_L.
6. Quelles sont **les coordonnées du point d'inflexion** pour cette fonction ?
7. Quel est le volume de la PT_L lorsque les courbes PM et Pmg se croisent ?

II. La méthode de Lagrange : 12 points *Prendre 3 chiffres après la virgule.*

Soit la fonction suivante qui indique le volume de fabrication d'une entreprise industrielle:

$$p = f(k, l) = \frac{2}{5}.\ k^{1,5}.\ l^{0,5}$$

PARTIE I:

L'entreprise possède un niveau de ressources disponibles égales (Rd= CT) à 12 000 DA. Le prix des facteurs de production utilisés sont P_K = **90** DA et P_L = **75** DA.

1. Calculez, en utilisant la méthode de Lagrange, les quantités de facteurs (k, l) qui permettent de maximiser le volume de production de cette entreprise.
2. Quelle est la variation des ressources disponibles nécessaire pour accroître la production de 200 unités ?
3. Quel est l'effet d'une variation des ressources disponibles de **15 %** sur le volume de la production *toutes choses égales par ailleurs* ? *Réponse avec des calculs détaillés.*
4. Représentez par un graphique la situation du producteur à l'équilibre.

PARTIE II:

5. Calculez la valeur du **TMST** $_{\text{LàK}}$ pour la combinaison (k, l) = (60, 10).
6. Quelle est la décision que devra prendre l'entreprise pour garder le même volume de production en diminuant la quantité du capital de **12** unités ?
7. Quelle serait la variation de la production totale lorsque la quantité du facteur capital augmente de **25 %** et la quantité de travail reste constante ? *Répondez par une phrase complète et des calculs.*
8. Démontrez que cette fonction de production est homogène. Quel est son degré d'homogénéité ?
9. Quelle est la variation de la production (en %) obtenue lors d'un accroissement de **60** % des quantités des deux facteurs K et L *(une augmentation simultanée)* ? *Faites une réponse explicite complète.*
10. Quelle est la variation de la production enregistrée lors d'une baisse simultanée des facteurs K et L (*en même temps*) de 25% ?

Université Abderrahmane Mira de Béjaia
Faculté des Sciences Economiques, Commerciales et des Sciences de Gestion.
Département des enseignements de base (SEGC-LMD). Toutes les sections. 1ière année SEGC- LMD.
Durée 01h30mn. **Septembre 2019.**

RATTRAPAGE – MICROÉCONOMIE II

I. Les productivités physiques des facteurs : 08 points *Prendre 2 chiffres après la virgule.*

$$p = f(k_0, l) = 24.l^2 - 0{,}25.l^3$$

1. Quelle serait la quantité du facteur L pour laquelle la productivité totale atteint son maximum ?

La productivité totale sera maximale lorsque sa dérivée première s'annule.

PTL= $f(k_0, l) = 24.l^2 - 0{,}25.l^3$

PTL'= $f(k_0, l) = 48.l^1 - 0{,}75.l^2$ =0

L= $\frac{48}{0{,}75} = 64\ unités$. *Donc la productivité totale est maximisée lorsque la quantité du facteur L=64 unités.*

01

2. Quel est le volume fabriqué le plus élevé que ce producteur peut réaliser dans ces conditions ?.

Le niveau maximum de PTL est atteint pour *L=64 unités.*

PTL= f(K$_o$, 64)= $24.(64)^2 - 0{,}25.(64)^3$ = *32 768 pièces.*

01

3. Déterminez par deux (2) méthodes la quantité du facteur L qui maximise la productivité moyenne.

Méthode 01 : Lorsque PML'=0

PML= $24.l^1 - 0{,}25.l^2$ est maximisée pour PML'= $24.-0{,}5.l^1$ =0

$l = \frac{24}{0{,}5} = 48\ unités.$

01

Méthode 02 : Lorsque PML=Pmg

$24.l^1 - 0{,}25.l^2 = 48.l^1 - 0{,}75.l^2$

Ainsi on obtient :

$0{,}75.l^2 - 0{,}25.l^2 = 48.l^1 - 24.l^1$

$0{,}5.l^2 - 24.l^1 = 0$ donc

$l^1 = \frac{24}{0{,}5} = 48\ unités.$

01

4. Quel est le niveau de la Pmg$_L$ à cet instant-là (*au maximum de PM$_L$*) ?

Au point d'intersection des courbes PML et Pmg, la valeur de la PML est maximale et Pmg=PML.

Aussi Pmg$_L$= $48.(48)^1 - 0{,}75.(48)^2 = 576$ pièces.

01

5. Trouvez le niveau maximal de Pmg$_L$.

$Pmgl = 48.l^1 - 0{,}75.l^2$ et sa valeur est maximale pour $Pmgl' = 0$ c'est-à-dire lorsque $Pmgl' = 48.-1{,}5.l^1 = 0$. On aura donc $l = \frac{48}{1{,}5} = 32\ unités.$

Et la valeur de la $Pmgl = 48.(32)^1 - 0{,}75.(32)^2 = 768\ pièces.$

01

6. Quelles sont **les coordonnées du point d'inflexion** pour cette fonction ?

Le point d'inflexion correspond au maximum de Pmg ou l'instant où PTL''=0

Autrement dit lorsque la Pmg est maximale pour $l = \frac{48}{1{,}5} = 32\ unités.$

Et la PTL passe par son point d'inflexion et sa valeur est :

PTL=$24.(32)^2 - 0{,}25.(32)^3 = 16\ 384$ pièces.

Le point d'inflexion possède les coordonnées (32 ; 16 384).

01

7. Quel est le volume de la PT$_L$ lorsque les courbes PM et Pmg se croisent ?

Lorsque PM=Pmg, on a $l = 48\ unités$. Le niveau de la PTL à cet instant sera :

PTL=$24.(48)^2 - 0{,}25.(48)^3 = 27\ 648$ pièces.

01

I. La méthode de Lagrange : **12 points** *Prendre 3 chiffres après la virgule.*

Soit la fonction suivante qui indique le volume de fabrication d'une entreprise industrielle:

$$p = f(k,l) = \frac{2}{5}.\ k^{1,5}.\ l^{0,5}$$

***PARTIE I*:**

L'entreprise possède un niveau de ressources disponibles égales (Rd= CT) à 12 000 DA. Le prix des facteurs de production utilisés sont P_K = **90** DA et P_L = **75** DA.

11. Calculez, en utilisant la méthode de Lagrange, les quantités de facteurs (k, l) qui permettent de maximiser le volume de production de cette entreprise.

La solution

A. La formalisation de la situation du producteur à l'équilibre :

$$\begin{cases} Max\ p = f(k,l) = \frac{2}{5}.\ k^{1,5}.\ l^{0,5}. \\ {}^{S}/_{C}\ CT = Rd = k.Pk + l.Pl = 90k + 75l = 12\ 000\ DA. \end{cases}$$

B. La construction de la fonction de Lagrange :

$$F = f(k,l) + \lambda.(Rd - k.Pk - l.Pl)$$

$$F = \frac{2}{5}.\ k^{1,5}.\ l^{0,5} + \lambda.(Rd - 90k - 75l)$$

C. La résolution du problème : Cette fonction F est optimisée lorsque ses trois dérivées partielles s'annulent.

$A\ l'\acute{e}quilibre, en\ utilisant\ la\ m\acute{e}thode\ de\ lagrange, on\ retrouve$: 01.5

$k = 100\ unit\acute{e}s$ e t $l = 40\ unit\acute{e}s.$

12. Quelle est la variation des ressources disponibles nécessaire pour accroître la production de 200 unités ?

La valeur du multiplicateur : $\boldsymbol{\lambda} = 0{,}422.$

Une variation de p de 200 unités: $dp = +200$ pièces.

$\boldsymbol{dRd} = \frac{\boldsymbol{dp}}{\boldsymbol{\lambda}} = \frac{200}{0{,}422} = +$**473,934 DA.** 01,5

En conclusion, pour accroître la production de 200 unités, le producteur a besoin d'une hausse des ressources disponibles de **473,934 DA**.

13. Quel est l'effet d'une variation des ressources disponibles de **15 %** sur le volume de la production *toutes choses égales par ailleurs* ? *Réponse avec des calculs détaillés.*

La valeur du multiplicateur : $\boldsymbol{\lambda} = 0{,}422.$

$$\boldsymbol{dRd} = +15\% * (12\ 000) = 1\ 800\ DA$$

$$\boldsymbol{dP = \lambda * dRd = 0.422 * 1800} = +759{,}60\ pi\grave{e}ces.$$ 01

14. Représentez par un graphique la situation du producteur à l'équilibre.

01,5

PARTIE II:

15. Calculez la valeur du **TMST LàK** pour la combinaison $(k, l) = (60, 10)$.

$$TMST_{LàK} = \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{\frac{\delta P}{\delta L}}{\frac{\delta P}{\delta K}} = \frac{0.5.k}{1.5.l} = \frac{0.5*(60)}{1.5*(10)} = \frac{30}{15} = 2.$$

01

16. Quelle est la décision que devra prendre l'entreprise pour garder le même volume de production en diminuant la quantité du capital de 7 unités ?

Un $TMST_{LàK} = 2$ *exprime la possibilité* pour le producteur de produire le même volume p en remplaçant 2 unités de K par une seule unité de L.

	$\Delta \mathcal{K}$	$\Delta \mathcal{L}$	$\Delta \mathcal{P}$
$TMST_{LàK}$	*-2 unité*	*+1 unité*	*=0*
	-12 unités	$\mathcal{X}$	*=0*

$$x = \frac{-12.(1)}{-2} = +6\,unités.$$

01

Et pour remplacer 12 unités de K, il lui faudra accroître la quantité de L de 6 unités *toutes choses égales par ailleurs.*

17. Quelle serait la variation de la production totale lorsque la quantité du facteur capital augmente de **25 %** et la quantité de travail reste constante ? *Répondez par une phrase complète et des calculs.*

Ici, il faut d'abord calculer l'élasticité de la production par rapport au facteur capital :

$$\varepsilon_{\frac{p}{k}} = \frac{\delta p}{\delta k}.\frac{k}{p} = \frac{\frac{2}{5}.(1,5).k^{1,5-1}.l^{0,5}.k}{\frac{2}{5}.k^{1,5}.l^{0,5}} = 1,5$$

	$\Delta k/k$	$\Delta p/p$
$\varepsilon_{\frac{p}{k}} = 1,2$	*+1 %*	*+ 1,5 %*
	+25 %	y

01,5

$$y = \frac{25\,\%.(1,5)}{1} = +\,37,50\,\%$$

Le volume de p va augmenter de 37 ,50 % lors d'un accroissement de la quantité du facteur k de 25 % *ceteris paribus.*

18. Démontrez que cette fonction de production est homogène. Quel est son degré d'homogénéité ?

On a $p = f(k,l) = \frac{2}{5}.\ k^{1,5}.\ l^{0,5}$

Et $f(a.k, a.l) = \frac{2}{5}.\ (a.k)^{1,5}.\ (al)^{0,5}$

$$f(a.k, a.l) = \frac{2}{5} * a^{1,5} * k^{1,5} * a^{0,5} * l^{0,5} = a^{1,5+0,5} * \frac{2}{5}.\ k^{1,5}.\ l^{0,5}$$

$$f(a.k, a.l) = a^2 * p$$

01

Donc p est une fonction de production homogène de degré **λ=2**.

Les rendements d'échelle de cette fonction sont donc croissants car le degré d'homogénéité **λ>1**.

19. Quelle est la variation de la production (en %) obtenue lors d'un accroissement de **60%** des quantités des deux facteurs K et L *(une augmentation simultanée)* ? *Faites une réponse explicite complète.*

Une hausse simultanée de 60% de la quantité des facteurs signifie une multiplication de leurs quantités par 1,6, ce qui nous donne les résultats ci-après :

01

$$f(1,6.k, 1,6.l) = 1,6^2 * p = 2,56 * p$$

Le volume de la production augmentera de 156 % pour un accroissement de la quantité de K et L de 60% *toutes choses égales par ailleurs* ***car les rendements sont plus que proportionnels***.

20. Quelle est la variation de la production enregistrée lors d'une baisse simultanée des facteurs K et L (*en même temps*) de 25% ?

Une diminution simultanée de la quantité des facteurs de 25% signifie une multiplication de leurs quantités par 0,75, ce qui est résumé par les calculs suivants:

$$f(0{,}75.k, 0{,}75.l) = 0{,}75^2 * p = 0{,}5625 * p$$

01

Le volume de la production va enregistrer une diminution de 43,75 % pour un baisse de la quantité de K et L de 25 % *toutes choses égales par ailleurs*.