Université Djillali Liabès de Sidi Bel-Abbès
Faculté de Technologie
Département d'Electrotechnique

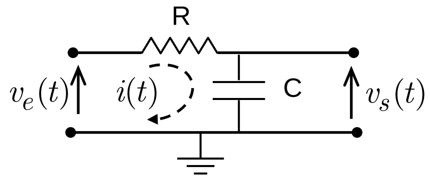
Enoncés TD n° 2
Calcul des Fonctions de Transfert

3ème Année Licence
1ème Année Master
« Automatisme Industriel »

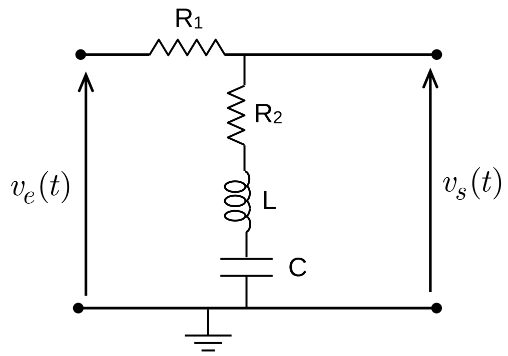
Exercice n°1

En supposant les conditions initiales nulles (condensateurs déchargés initialement), calculez les fonctions de transfert des circuits électriques suivants :

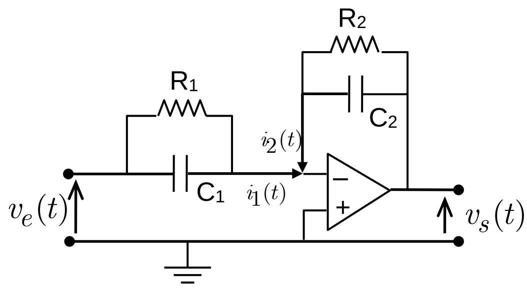
a) faire l'étude avec et sans charge initiale q_0 du condensateur.



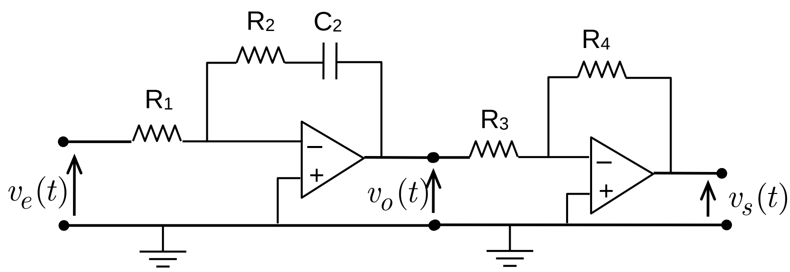
b)



c)

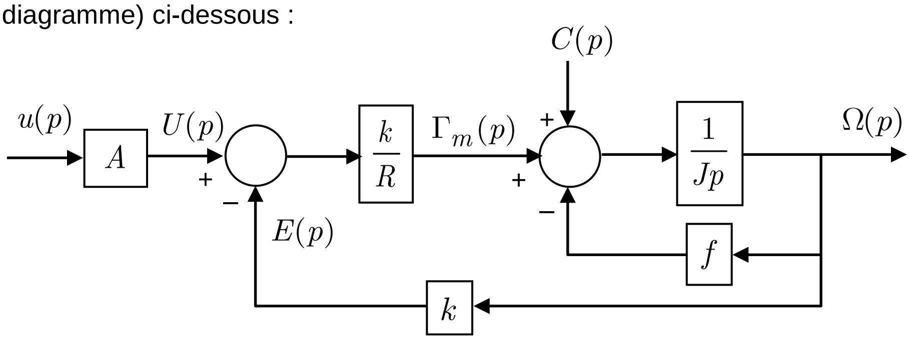


d)



Exercice n°2

En négligeant les transitoires électriques, un moteur à courant continu peut être représenté par le schéma fonctionnel (bloc diagramme) ci-dessous :

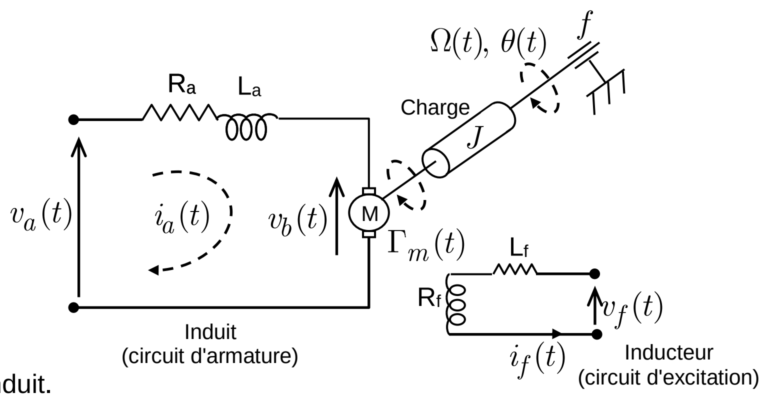


a) Calculer la Fonction de Transfert entre u(p) et Ω(p) en supposant C(p)=0.
b) Calculer la Fonction de Transfert entre C(p) et Ω(p) en supposant u(p)=0.
c) Exprimer Ω(p) en fonction de u(p) et de C(p).

Exercice n°3

Commande en boucle ouverte de la vitesse de rotation d'un moteur à courant continu à excitation indépendante.

Soit un moteur à courant continu (appelé également servomoteur) représenté par le schéma électrique ci-dessous.



$i_a(t)$: Courant d'induit
$v_a(t)$: Tension d'induit ou d'armature
$v_b(t)$: Force contre électromotrice
$i_f(t)$: Courant d'excitation
$v_f(t)$: Tension d'excitation
$\theta(t)$: Déplacement angulaire
$\Omega(t)$: Vitesse de rotation
$\Gamma_m(t)$: Couple moteur
R_a, L_a: Résistance et inductance du circuit d'induit.
R_f, L_f: Résistance et inductance du circuit d'excitation.
J : Moment d'inertie équivalent de la charge + moteur.
f : Frottement visqueux équivalent de la charge + moteur.

a) Commande par l'induit : $i_f(t) = cte \Rightarrow$ flux d'excitation $\phi(t) = cte$

Dans ce cas, le flux inducteur est maintenu constant (ex. moteur à excitation indépendante). La vitesse de rotation est commandée par la tension d'armature $v_a(t)$ aux bornes de l'induit. En considérant les équations électriques et mécaniques du moteur, calculer la fonction de transfert entre cette tension d'induit $v_a(t)$ et le déplacement angulaire $\theta(t)$ du moteur.

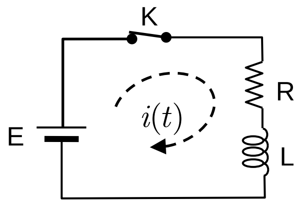
b) Commande par l'inducteur : $i_a(t) = cte = I_0$

Dans ce cas, le courant inducteur est variable entrainant un flux variable. Le courant d'induit est maintenu constant. La vitesse de rotation est commandée par la tension d'excitation $v_f(t)$. En considérant les équations électriques et mécaniques du moteur, calculer la fonction de transfert entre cette tension d'excitation $v_f(t)$ et le déplacement angulaire $\theta(t)$ du moteur.

Exercice n°4

a) Considérer le circuit de la figure ci-contre. L'interrupteur K est ouvert pour t<0 et fermé à t=0.

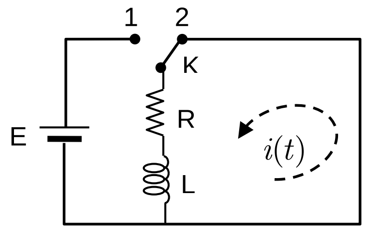
En utilisant les transformées de Laplace, donner l'évolution du courant $i(t)$ en calculant son expression.



b) Considérer le circuit de la figure ci-contre. L'interrupteur K est en position 1. Le circuit est en régime permanent.

A l'instant t=0, on bascule K sur la position 2.

En utilisant les transformées de Laplace, donner l'évolution du courant $i(t)$ en calculant son expression.



Université Djillali Liabès de Sidi Bel-Abbès
Faculté de Technologie
Département d'Electrotechnique

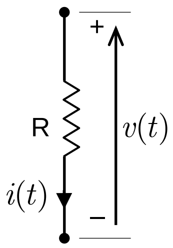
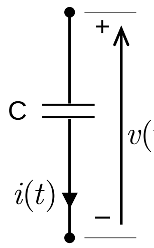
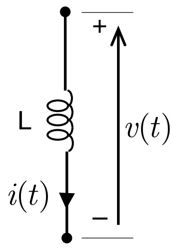
Solutions TD n° 2
Calcul des Fonctions de Transfert

3ème Année Licence
1ème Année Master
« Automatisme Industriel »

Exercice n°1

Calcul de fonctions de transfert de circuits électriques.

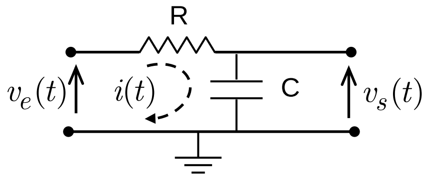
Rappels :

Circuit électrique			
Relation courant-tension dans le domaine temporel	$v(t) = R.i(t)$	$i(t) = C.\dfrac{dv(t)}{dt}$	$v(t) = L.\dfrac{di(t)}{dt}$
Relation courant-tension dans le domaine de Laplace	$V(p) = R.I(p)$	$I(p) = C.p.V(p)$	$V(p) = L.p.I(p)$
Impédance dans le domaine de Laplace	$Z(p) = \dfrac{V(p)}{I(p)} = R$	$Z(p) = \dfrac{V(p)}{I(p)} = \dfrac{1}{C.p}$	$Z(p) = \dfrac{V(p)}{I(p)} = L.p$

1.a) On a :

- *<u>1ère méthode : A partir des équations électriques temporelles :</u>*

Les équations électriques du circuit sont :



$$\begin{cases} v_s(t) = \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i(t).dt & (1) \\ v_e(t) = R.i(t) + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i(t).dt & (2) \end{cases}$$

L'équation (1) donne : $i(t) = C.\dfrac{dv_s(t)}{dt}$

En remplaçant cette valeur de courant dans (2), nous obtenons : $v_e(t) = RC.\dfrac{dv_s(t)}{dt} + v_s(t)$ $\quad (3)$

(3) est l'équation différentielle qui décrit la relation entre l'entrée et la sortie du système.

Si nous passons du domaine temporelle au domaine de Laplace, alors (3) devient :

$$V_e(p) = RC.\ pV_s(p) - v_s(0)\ + V_s(p) \qquad (4)$$

avec : $V_e(p) = \mathcal{L}\ v_e(t) \qquad V_s(p) = \mathcal{L}\ v_s(t)$

$v_s(0)$ est la tension au borne du condensateur à l'instant t=0. Elle dépend de la charge initiale q_0 et de capacité C du condensateur : $v_s(0) = \dfrac{q_0}{C}$ $\quad (5)$

De (4) et (5) : $V_s(p) = \dfrac{V_e(p) + R.q_0}{1 + R.C.p}$ $\quad (6)$

Si le condensateur n'est pas chargé initialement (conditions initiales nulles), (6) devient : $V_s(p) = \dfrac{V_e(p)}{1 + R.C.p}$

La fonction de transfert du système est alors : $\dfrac{V_s(p)}{V_e(p)} = \dfrac{1}{1 + R.C.p}$

Ce circuit électrique se comporte donc comme un système de 1er Ordre $\dfrac{S(p)}{E(p)} = \dfrac{K}{1 + T.p}$ de gain K=1 et de constante de temps T=RC.

- *<u>2ème méthode : Utilisation directe des transformées de Laplace :</u>*

<u>Important</u> : Les conditions initiales sont supposées nulles (condensateur déchargé initialement dans ce cas).

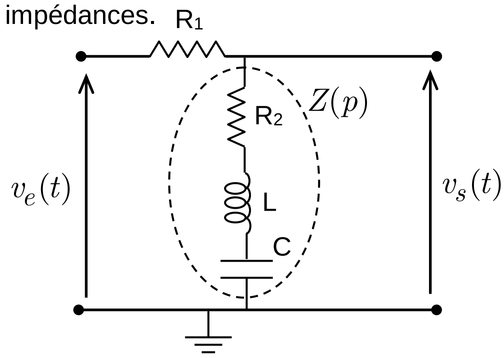
Le circuit électrique est un diviseur de tension : Le rapport des tensions est égal au rapport des impédances.

$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{\dfrac{1}{Cp}}{R + \dfrac{1}{Cp}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{1}{1 + R.C.p}$$

1.b) On a :

$$V_e(p) = \mathcal{L}\ v_e(t) \qquad V_s(p) = \mathcal{L}\ v_s(t)$$

Les conditions initiales sont supposées nulles (condensateurs déchargés). Le circuit électrique est un diviseur de tension : Le rapport des tensions est égal au rapport des impédances.



$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{Z(p)}{R_1 + Z(p)} = \frac{R_2 + Lp + \dfrac{1}{Cp}}{R_1 + R_2 + Lp + \dfrac{1}{Cp}}$$

$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{1 + R_2Cp + LCp^2}{1 +\ R_1 + R_2\ Cp + LCp^2}$$

1.c) On a :

$$V_e(p) = \mathcal{L}\ v_e(t) \qquad V_s(p) = \mathcal{L}\ v_s(t)$$

Les conditions initiales sont supposées nulles (condensateurs déchargés). Le circuit électrique est un montage avec amplificateur inverseur.

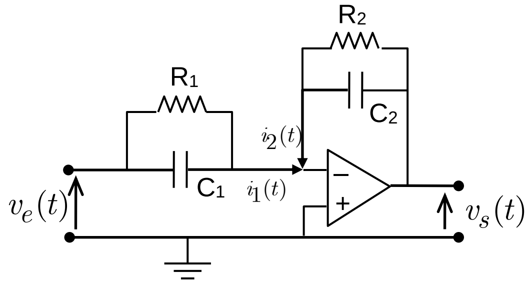
L'impédance d'entrée de l'amplificateur tend vers l'infini : son courant d'entrée tend vers zéro.

Donc : $i_1(t) + i_2(t) = 0$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{v_e(t)}{R_1} + C_1\frac{dv_e(t)}{dt}\right) + \left(\frac{v_s(t)}{R_2} + C_2\frac{dv_s(t)}{dt}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \quad V_e(p)\left(\frac{1}{R_1} + C_1p\right) + V_s(p)\left(\frac{1}{R_2} + C_2p\right) = 0$$

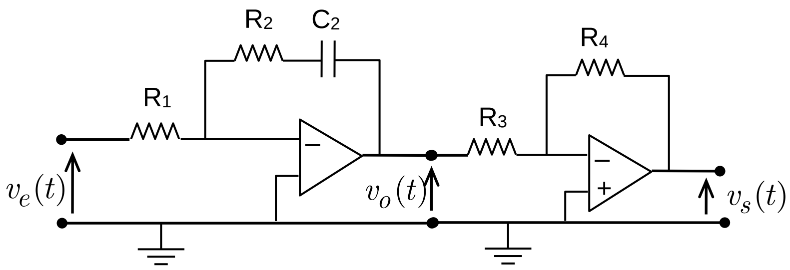
$$\Rightarrow \quad \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{-R_2}{R_1}\,\frac{1 + R_1C_1p}{1 + R_2C_2p}$$



Remarque :
On peut trouver ce résultat en remarquant que :

$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)} = -\frac{Z_2}{Z_1} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \dfrac{1}{Z_1}(p) = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{1/C_1p} & \Rightarrow Z_1(p) = \dfrac{R_1}{1 + R_1C_1p} \\ \dfrac{1}{Z_2}(p) = \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{1/C_2p} & \Rightarrow Z_2(p) = \dfrac{R_2}{1 + R_2C_2p} \end{cases}$$

1.d) On a :



$$V_e(p) = \mathcal{L}\ v_e(t) \qquad V_o(p) = \mathcal{L}\ v_o(t) \qquad V_s(p) = \mathcal{L}\ v_s(t)$$

Les conditions initiales sont supposées nulles (condensateur déchargé). Le circuit électrique est un montage avec amplificateur inverseur.
En raisonnant de la même manière que l'exercice précédent, on trouve :

$$\frac{V_o(p)}{V_e(p)} = -\frac{Z_2}{Z_1} \qquad \text{avec} \quad \begin{cases} Z_1(p) = R_1 \\ Z_2(p) = R_2 + \dfrac{1}{C_2 p} = R_2\left(1 + \dfrac{1}{R_2 C_2 p}\right) \end{cases}$$

$$\frac{V_s(p)}{V_o(p)} = -\frac{Z_4}{Z_3} \qquad \text{avec} \quad \begin{cases} Z_3(p) = R_3 \\ Z_4(p) = R_4 \end{cases}$$

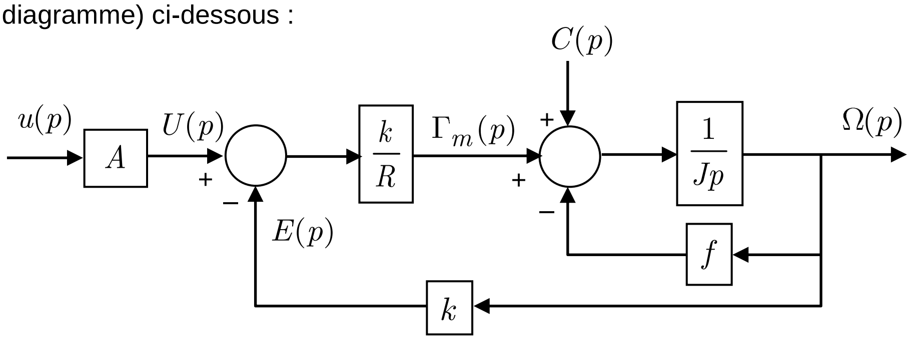
$$\Rightarrow \quad \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{V_s(p)}{V_o(p)}\frac{V_o(p)}{V_e(p)} = \left(-\frac{Z_4}{Z_3}\right)\left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right) = \frac{Z_4}{Z_3}\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{R_4}{R_3}\frac{R_2\left(1+\dfrac{1}{R_2 C_2 p}\right)}{R_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{R_2}{R_1}\frac{R_4}{R_3}\left(1+\frac{1}{R_2 C_2 p}\right)$$

Si $R_3 = R_4$, Alors le 2ème amplificateur est un inverseur pur.

Exercice n°2

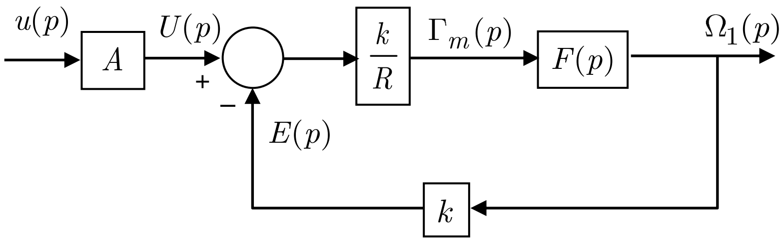
En négligeant les transitoires électriques, un moteur à courant continu peut être représenté par le schéma fonctionnel (bloc diagramme) ci-dessous :



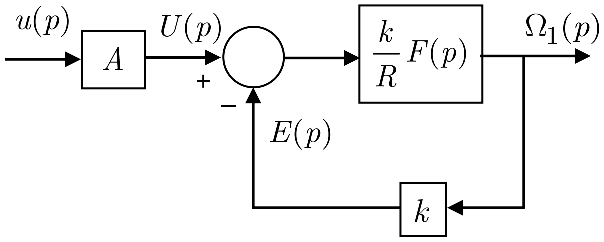
Cet exercice constitue une application du théorème de superposition pour les systèmes linéaires.

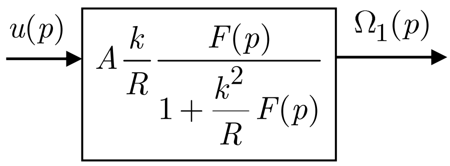
a) Calcul de la Fonction de Transfert $G_1(p)$ entre u(p) et $\Omega(p)$ en supposant C(p)=0.

Dans ce cas la sortie vaut $\Omega_1(p)$.



Avec $F(p) = \dfrac{1}{Jp + f}$

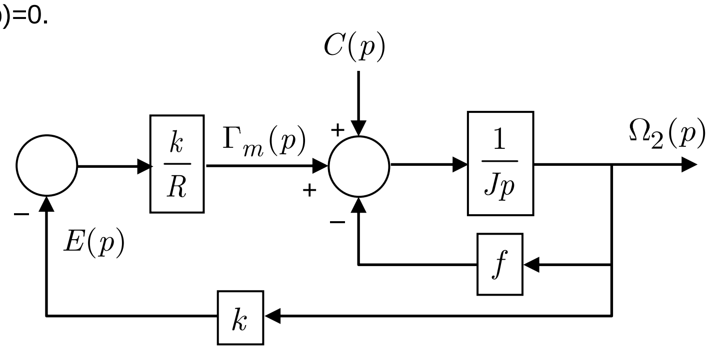


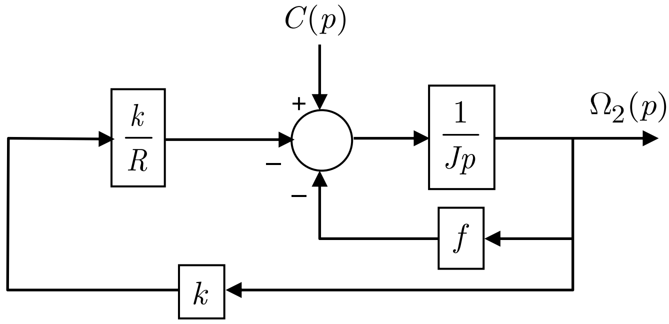


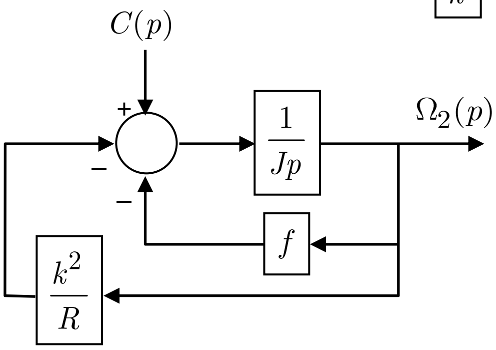
$$G_1(p) = \frac{\Omega_1(p)}{u(p)} = A\,\frac{k}{R}\,\frac{F(p)}{1 + \dfrac{k^2}{R}F(p)}$$

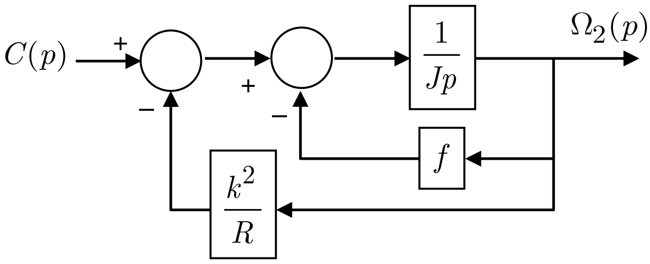
b) Calcul de la Fonction de Transfert $G_2(p)$ entre C(p) et $\Omega(p)$ en supposant u(p)=0.

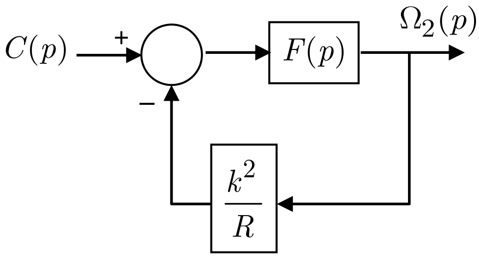
Dans ce cas, la sortie vaut $\Omega_2(p)$.
L'entrée u(p)=0. Donc U(p)=0.

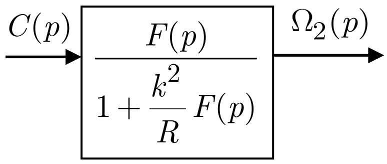












Avec $F(p) = \dfrac{1}{Jp+f}$

$$G_2(p) = \frac{\Omega_2(p)}{C(p)} = \frac{F(p)}{1+\dfrac{k^2}{R}F(p)}$$

c) Expression de $\Omega(p)$ en fonction de u(p) et de C(p).

$$\Omega(p) = \Omega_1(p) + \Omega_2(p) = u(p).G_1(p) + C(p).G_2(p)$$

$$\Rightarrow \qquad \Omega(p) = u(p).A\frac{k}{R}\frac{F(p)}{1+\dfrac{k^2}{R}F(p)} + C(p).\frac{F(p)}{1+\dfrac{k^2}{R}F(p)}$$

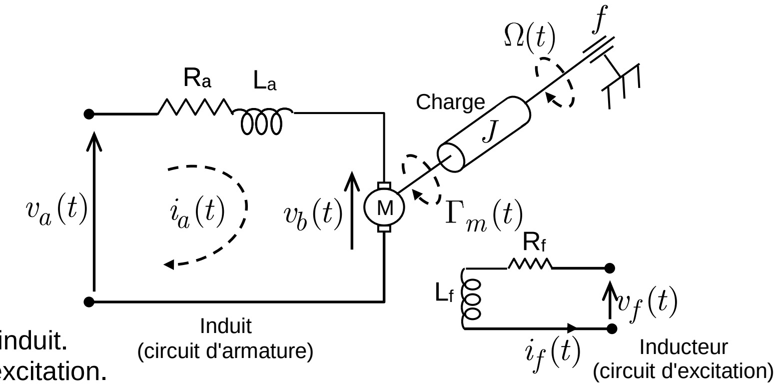
$$\Rightarrow \qquad \Omega(p) = \left(u(p).A\frac{k}{R} + C(p)\right).\frac{F(p)}{1+\dfrac{k^2}{R}F(p)} \qquad \text{avec} \qquad F(p) = \frac{1}{Jp+f}$$

Exercice n°3

Commande en boucle ouverte de la vitesse de rotation d'un moteur à courant continu à excitation indépendante.

Soit un moteur à courant continu (appelé également servomoteur) représenté par le schéma électrique ci-dessous.

$i_a(t)$: Courant d'induit
$v_a(t)$: Tension d'induit ou d'armature
$v_b(t)$: Force contre électromotrice
$i_f(t)$: Courant d'excitation
$v_f(t)$: Tension d'excitation
$\Omega(t)$: Vitesse de rotation
$\Gamma_m(t)$: Couple moteur
R_a, L_a: Résistance et inductance du circuit d'induit.
R_f, L_f: Résistance et inductance du circuit d'excitation.
J : Moment d'inertie équivalent de la charge + moteur.
f : Frottement visqueux équivalent de la charge + moteur.



a) **Commande par l'induit :** $i_f(t) = cte \Rightarrow$ flux d'entrefer $\phi_f(t) = cte$

Dans ce cas, le flux inducteur est maintenu constant (ex. moteur à excitation indépendante). La vitesse de rotation est commandée par la tension d'armature $v_a(t)$ aux bornes de l'induit.
En considérant les équations électriques et mécaniques du moteur, calculons la fonction de transfert entre cette tension d'induit $v_a(t)$ et la vitesse de rotation $\Omega(t)$ du moteur.

Le couple électromagnétique Γ_e développé par le moteur est proportionnel au produit du courant d'induit $i_a(t)$ et du flux d'excitation :

$$\Gamma_e(t) = K_1.\phi_f(t).i_a(t)$$

Ce flux d'excitation est lui-même proportionnel au courant d'excitation $i_f(t)$:

$$\phi_f(t) = K_2.i_f(t).$$

D'où :

$$\Gamma_e(t) = K_1.K_2.i_f(t).i_a(t)$$

Le courant d'excitation étant constant dans ce cas, il devient :

$$\Gamma_e(t) = K_a.i_a(t)$$

(1)
avec :

$$K_a = K_1.K_2.i_f$$

Remarque : Noter que si le signe du courant $i_a(t)$ est inversé, le signe du couple sera inversé, ce qui provoquera une inversion du sens de rotation du moteur.

Le couple moteur Γ_m (ou couple utile) est égale à :

$$\Gamma_m = \Gamma_e - \Gamma_p$$

Avec : Γ_e : couple électromagnétique
Γ_p : couple de pertes (pertes fer + pertes mécaniques)

Si on néglige les pertes ($\Gamma_p \approx 0$), alors l'équation (1) devient :

$$\Gamma_m = K_a.i_a(t) \qquad (2)$$

Lorsque le moteur tourne en entrainant sa charge, une tension $v_b(t)$ (force contre électromotrice) est induite dans l'armature et tend à s'opposer à la tension d'induit.
$v_b(t)$ est proportionnelle au flux d'entrefer $\phi_f(t)$ (constant dans ce cas) et à la vitesse de rotation $\Omega(t)$:

$$v_b(t) = K_b.\Omega(t) \qquad (3)$$

La vitesse de rotation du moteur est contrôlée par la tension d'armature $v_a(t)$. Or, le circuit électrique d'armature obéit à l'équation différentielle suivante :

$$v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + v_b(t) \qquad (4)$$

Ce qui donne avec l'équation (3) :

$$\underline{v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + K_b.\Omega(t)} \qquad (5)$$

Le couple est lié à $\Omega(t)$ par :

$$\Gamma_m = J\frac{d\Omega(t)}{dt} + f\Omega(t) \qquad (6)$$

Ce qui donne avec l'équation (2) :

$$\underline{J\frac{d\Omega(t)}{dt} + f\Omega(t) = K_a.i_a(t)} \qquad (7)$$

En définitive, les 2 équations (5) et (7) définissent complètement les comportements électrique et mécanique du moteur. En supposant toutes les conditions initiales nulles, et en prenant les transformées de Laplace de ces équations, on obtient :

$$\begin{cases} V_a(p) = R_a I_a(p) + L_a p I_a(p) + K_b\Omega(p) \\ Jp\Omega(p) + f\Omega(p) = K_a I_a(p) \end{cases}$$

En éliminant le courant entre les 2 équations, on ne considère plus que la relation entrée-sortie entre la tension d'armature $V_a(p)$ et la vitesse de rotation $\Omega(p)$ (Fonction de transfert F(p)) :

$$F(p) = \frac{\Omega(p)}{V_a(p)} = \frac{K_a}{L_a J p^2 + \ L_a f + R_a J \ \ p + R_a f + K_a K_b}$$

$$F(p) = \frac{\Omega(p)}{V_a(p)} = \frac{K_a}{R_a + L_a p \ \ \ f + Jp \ \ + K_a K_b}$$

L'inductance L_a est, en général, très faible et peut être négligée. F(p) se réduit à :

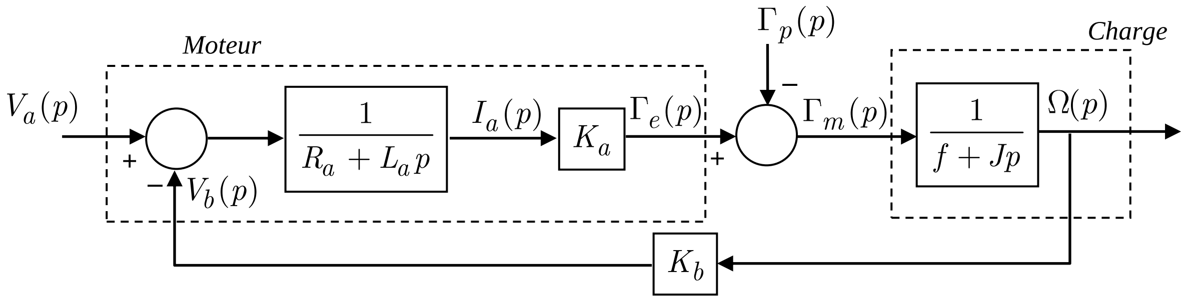
$$F(p) = \frac{\Omega(p)}{V_a(p)} = \frac{\dfrac{K_a}{R_a f + K_a K_b}}{1 + \dfrac{R_a J}{R_a f + K_a K_b}\, p}$$

Si on note : $$\begin{cases} K_m = \dfrac{K_a}{R_a f + K_a K_b} & \textit{Gain du moteur} \\ T_m = \dfrac{R_a J}{R_a f + K_a K_b} & \textit{Constante de temps du moteur} \end{cases}$$

Alors, la relation entrée-sortie entre la tension d'armature $V_a(p)$ et la vitesse de rotation $\Omega(p)$, est :

$$F(p) = \frac{\Omega(p)}{V_a(p)} = \frac{K_m}{1 + T_m p}$$

A partir des différentes équations, on peut modéliser la relation entre la tension d'armature $V_a(p)$ et la vitesse de rotation $\Omega(p)$ par le schéma fonctionnel suivant :



b) **<u>Commande par l'inducteur</u>** : $i_a(t) = cte = I_0$

Dans ce cas, le courant inducteur est variable entrainant un flux variable. Le courant d'induit est maintenu constant. La vitesse de rotation est commandée par la tension d'excitation $v_f(t)$. En considérant les équations électriques et mécaniques du moteur, calculons la fonction de transfert entre cette tension d'inducteur $v_f(t)$ et la vitesse de rotation $\Omega(t)$ du moteur.

Le couple électromagnétique Γ_e développé par le moteur est proportionnel au produit du courant d'induit $i_a(t)$ et du flux d'excitation :

$$\Gamma_e(t) = K_1.\phi_f(t).i_a(t)$$

Ce flux d'excitation est lui-même proportionnel au courant d'excitation $i_f(t)$:

$$\phi_f(t) = K_2.i_f(t).$$

D'où :

$$\Gamma_e(t) = K_1.K_2.i_f(t).i_a(t)$$

Le courant d'induit étant constant dans ce cas, il devient :

$$\Gamma_e(t) = K_f.i_f(t)$$

(1)

avec :

$$K_f = K_1.K_2.i_a$$

<u>Remarque</u> : Noter que si le signe du courant $i_f(t)$ est inversé, le signe du couple sera inversé, ce qui provoquera une inversion du sens de rotation du moteur.

Le couple moteur Γ_m (ou couple utile) est égale à :

$$\Gamma_m = \Gamma_e - \Gamma_p$$

Avec : Γ_e : couple électromagnétique
Γ_p : couple de pertes (pertes fer + pertes mécaniques)

Si on néglige les pertes ($\Gamma_p \approx 0$), alors l'équation (1) devient :

$$\Gamma_m = K_f . i_f(t) \tag{2}$$

La vitesse de rotation du moteur est contrôlée par la tension d'excitation $v_f(t)$. Or, le circuit électrique d'excitation obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\underline{v_f(t) = R_f i_f(t) + L_f \frac{di_f(t)}{dt}} \tag{3}$$

Le couple est lié à $\Omega(t)$ par :

$$\Gamma_m = J \frac{d\Omega(t)}{dt} + f\Omega(t) \tag{4}$$

Ce qui donne avec l'équation (2) :

$$\underline{J \frac{d\Omega(t)}{dt} + f\Omega(t) = K_f . i_f(t)} \tag{5}$$

En définitive, les 2 équations (3) et (5) définissent complètement les comportements électrique et mécanique du moteur. En supposant toutes les conditions initiales nulles, et en prenant les transformées de Laplace de ces équations, on obtient :

$$\begin{cases} V_f(p) = R_f I_f(p) + L_f p I_f(p) \\ Jp\Omega(p) + f\Omega(p) = K_f I_f(p) \end{cases}$$

En éliminant le courant entre les 2 équations, on ne considère plus que la relation entrée-sortie entre la tension d'excitation $V_f(p)$ et la vitesse de rotation $\Omega(t)$ (Fonction de transfert F(p)) :

$$F(p) = \frac{\Omega(p)}{V_f(p)} = \frac{K_f}{L_f J p^2 + \ L_f f + R_f J \ \ p + R_f f}$$

$$F(p) = \frac{\Omega(p)}{V_f(p)} = \frac{K_f}{R_f + L_f p \ \ f + Jp}$$

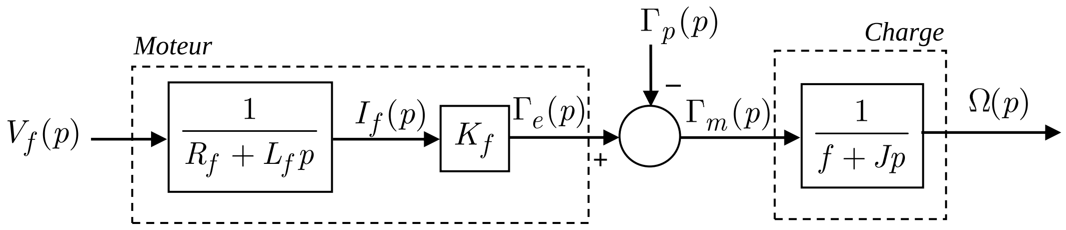
$$F(p) = \frac{\Omega(p)}{V_f(p)} = \frac{\dfrac{K_f}{R_f f}}{\left(1 + \dfrac{L_f}{R_f} p\right)\left(1 + \dfrac{J}{f} p\right)}$$

Si on note : $$\begin{cases} K_m = \dfrac{K_f}{R_f f} & \text{Gain du moteur} \\ T_m = \dfrac{J}{f} & \text{Constante de temps mécanique du moteur} \\ T_f = \dfrac{L_f}{R_f} & \text{Constante de temps électrique du moteur} \end{cases}$$

Alors, la relation entrée-sortie entre la tension d'excitation $V_f(p)$ et la vitesse de rotation $\Omega(p)$, est :

$$F(p) = \frac{\Omega(p)}{V_f(p)} = \frac{K_m}{1 + T_f p \quad 1 + T_m p}$$

A partir des différentes équations, on peut modéliser la relation entre la tension d'excitation $V_f(p)$ et la vitesse de rotation $\Omega(p)$ par le schéma fonctionnel suivant :

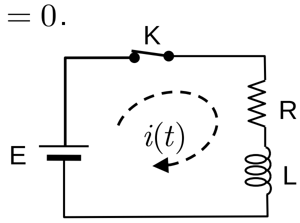


Exercice n°4

a)

- Pour t < 0 :

  L'interrupteur K est ouvert. Aucun courant ne circule dans R et L vaut : $i(0^-)=0.$



- Pour t ≥ 0 :

  A t=0, l'interrupteur K est fermé. Le courant circule dans R et L selon l'équation électrique :

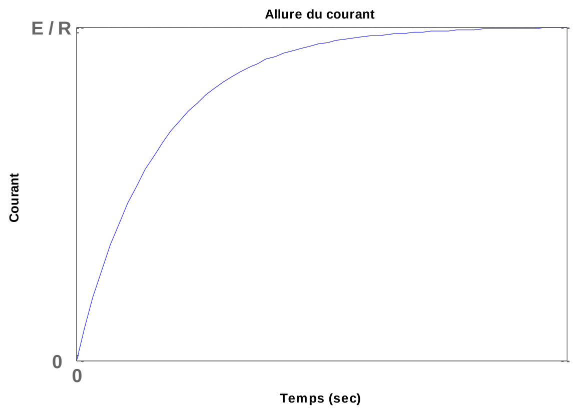
$$L.\frac{di(t)}{dt}+R.i(t)=E \qquad avec \quad i(0)=0\,.$$

$$\Rightarrow \qquad L.\ pI(p)-i(0)\ +R.I(p)=\frac{E}{p} \qquad\qquad \Rightarrow \qquad I(p)=E\left[\frac{1}{p\ \ Lp+R}\right]$$

$$\Rightarrow \qquad I(p)=\frac{E}{R}\left[\frac{1}{p}-\frac{1}{p+\dfrac{R}{L}}\right]$$

$$\Rightarrow \qquad i(t)=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

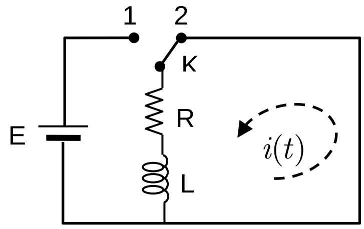
$$i(0)=0 \qquad \text{et} \qquad i(\infty)=\frac{E}{R}$$



b)

- Pour t < 0 :

  L'interrupteur K est en position 1. Le courant circulant dans R et L vaut, <u>en régime permanent</u> : $i(0^-)={E}/{R}\,.$



- Pour t ≥ 0 :

  A t=0, l'interrupteur K bascule sur la position 2. Le courant circulant dans L ne peut pas varier instantanément. Il vaut donc :

$$i(0^+)=i(0^-)=i(0)={E}/{R}\,.$$

  Ce courant constitue le courant initial à t=0.

  L'équation électrique est :

$$L.\frac{di(t)}{dt}+R.i(t)=0 \qquad avec \quad i(0)=\frac{E}{R}$$

$$\Rightarrow \qquad L.\ pI(p)-i(0)\ +R.I(p)=0$$

$$\Rightarrow \qquad I(p)=\frac{E}{R}\,\frac{1}{p+\dfrac{R}{L}}$$

$$\Rightarrow \qquad i(t)=\frac{E}{R}\,e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i(0)=\frac{E}{R} \qquad \text{et} \qquad i(\infty)=0$$