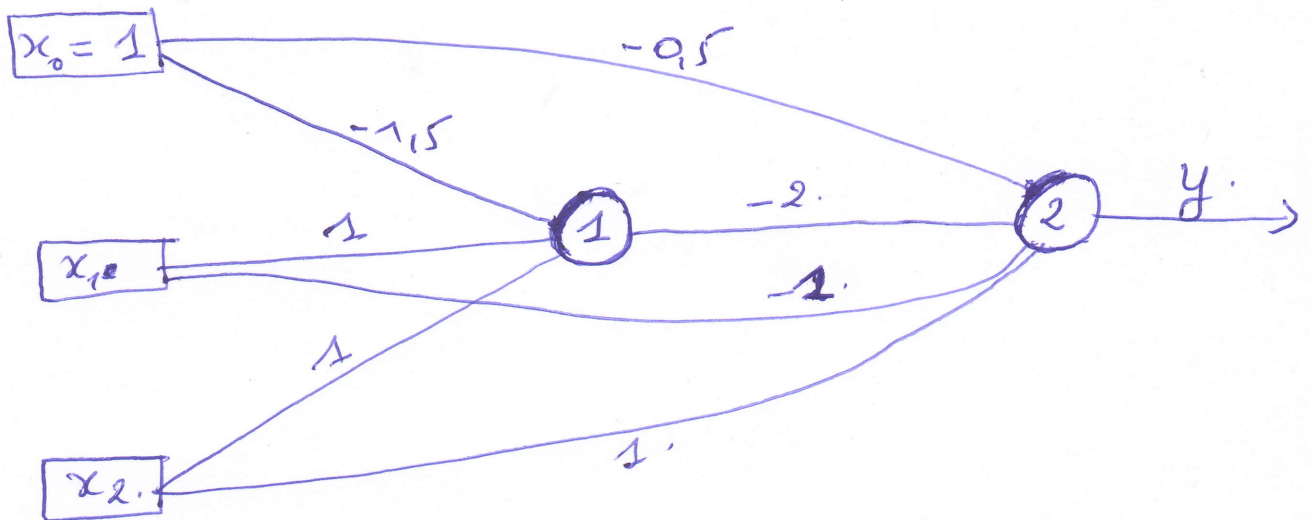


Correction de la série N° 2.

Exercice 1 :



Vérifier si le réseau réalise la fonction XOR.
 Rappelons d'abord la fonction XOR.

x_1	x_2	$x_1 \text{ XOR } x_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Table 1

Considérons la première ligne: 0 0 0

(1)

On considère la fonction d'activation seuil

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Dans ce cas, la sortie au niveau du nœud 1 est $-1,5 + x_1 \times 1 + x_2 \times 1 = -1,5 < 0$ donc $f(x) = 0$

↑
biais x poids

↑
valeurs de l'exemple, voir tableau 1

Donc la sortie au niveau du nœud 1 est 0.

Considérons maintenant la sortie au niveau du nœud 2, elle est égale à :

$$= x_0 \times (-0,5) + (\text{sortie-nœud 1}) \times (-2) + x_1 \times 1 + x_2 \times 1$$

$$= -0,5 + 0 \times (-2) + 0 \times 1 + 0 \times 1 = \boxed{-0,5}$$

Cette valeur est $< 0 \Rightarrow$ Résultat = 0.

Cet exemple est donc CORRECT.

* on considère le deuxième exemple dans table 1. à savoir $x_1 = 0$ et $x_2 = 1$. Le résultat doit être 1

De la même manière, on calcule la sortie au niveau du nœud 1.

$$= -1,5 \times x_0 + x_1 \times 1 + x_2 \times 1$$

$$= -1,5 + 0 \times 1 + 1 \times 1 = -0,5 < 0$$

\Rightarrow aucun résultat = 0

à cause de la fonction
seuil (voir explication au
début).

- On calcule maintenant la sortie au niveau du
noeud 2, on trouve :

$$= x_0 \times (-0,5) + (\text{sortie - Noeud 1}) \times (-2) + x_0 \times 1 + x_1 \times 1$$

$$= -0,5 + 0 \times (-2) + 0 \times 1 + 1 \times 1$$

$$= -0,5 + 0 + 0 + 1 = 1$$

Ce résultat est supérieur à zéro donc résultat = 1

En voyant, le tableau, le résultat est correct.

* De la même manière, on calcule le résultat
pour $x_0 = 1$ et $x_1 = 0$.

on trouve le même résultat pour $x_0 = 0$ et $x_1 = 1$.

* Pour l'exemple $x_0 = 1$, et $x_1 = 1$, on refait les
calculs.

la sortie au niveau du noeud 1 est,

$$= x_0 \times (-1,5) + x_0 \times 1 + x_1 \times 1$$

$$= -1,5 + 1 + 1 = 0,5 > 0$$

\Rightarrow résultat = 1

③

La sortie au niveau du nœud 2 est:

$$= x_0 \cdot (-0.5) + (\text{sortie Nœud 1}) \cdot (-2) + x_1 \cdot 1 + x_2 \cdot 1$$

$$= -0.5 + 1 \cdot (-2) + 1 + 1$$

$$= -0.5 < 0$$

\Rightarrow Résultat = 0 (Voir fonction seuil)

En conclusion, le ~~réseau~~ réseau de neurones réalise la fonction XOR pour une fonction d'activation seuil.

Exercice: Vérifier qu'il ne réalise pas pour une fonction d'activation identité.

Réponse:

Calculons la sortie pour le premier exemple $x_0 = 0, x_1 = 0$.

La sortie au niveau du nœud 1 est:

$$x_0 \cdot (-1.5) + x_1 \cdot 1 + x_2 \cdot 1 = -1.5$$

Comme la fonction d'activation est identité
 \Rightarrow résultat = -1.5

Voyons maintenant la réponse pour cet exemple (sortie au niveau du nœud 2).

$$= x_0 \cdot (-0.5) + (\text{sortie Nœud 1}) \cdot (-2) + x_1 \cdot 1 + x_2 \cdot 1 \quad (4)$$

$$= -0,5 + (-1,5) \cdot (-2) + 0 + 0 =$$

$$= -0,5 + 3 = 2,5 \neq 1$$

donc il ne réalise pas la fonction XOR
C'est pas la peine de voir les autres
exemples, il suffit de trouver un exemple
où ça ne marche pas pour s'arrêter.