Université Abderrahmane Mira-BEJAIA

Faculté Des Sciences Economiques, Commerciales Et Des Sciences De Gestion

Département des enseignements de base pour le domaine SEGC-LMD

Polycopié de cours à caractère pédagogique

Destiné aux étudiants de première année SEGC-LMD

Cours de Microéconomie II

« Eléments de base de Microéconomie »

ASSOUL Naoual Epse BESSAA

Maître de conférences classe A

Année : 2020-2021

Avant propos

L'objectif principal du cours de microéconomie (II) consiste à poursuivre l'enseignement des concepts fondamentaux de l'analyse microéconomique se rapportant au comportement du producteur. Cette analyse s'attachant aux théories de choix, de rationalité individuelle et d'optimalité s'engouffre de l'outil mathématique pour mieux appréhender le comportement du producteur et simplifier ainsi le raisonnement économique.

A travers ce fascicule de cours recommandé aux étudiants de première année en sciences économiques et de gestion, nous mettons en lecture un support riche en éléments de base de calculs microéconomiques et une conception théorique inspirée des idées innées de l'un des ingénieux économistes ayant perfectionné la théorie de l'efficacité de l'échange pur. Il s'agit du grand économiste Pareto.

Nous proposons un outil de synthèse qui offre à l'étudiant des connaissances préalables à son parcourt d'économiste notamment en lui permettant de concevoir des solutions aux problèmes d'optimisation du bien être résultant de l'équilibre du producteur. Nous mettons à sa disposition un ensemble de concepts et de calculs appuyés par des applications numériques (exercices corrigés) et un raisonnement théorique relevant d'une dissertation sur les interactions entre les confrontations des choix des acteurs des deux sphères consommation-production (optimum de Pareto).

Sommaire

Introduction générale-- P 01

Première partie : La théorie du comportement du producteur (approche théorique, notions et calculs économiques)--- P 03

Chapitre I : Approche technique par les fonctions de production---------------------- P 04

1. La notion de fonction de production -- P 04

2. La fonction de production de courte période--- P 05

3. Les courbes iso-produits ou isoquants -- P 08

Chapitre II : La fonction de production de longue période------------------------------- P 10

1.Notion de rendement d'échelle -- P 11

2.Les fonctions de production homogènes -- P 12

3. Les propriétés des fonctions de production homogènes --------------------------------- P 14

4. La fonctions de production Cobb - Douglas -- P 15

5. Notions de courbe d'offre, d'élasticité d'offre et de substitution factorielle----------- P 16

Chapitre III : L'équilibre du producteur --- P 19

1. Equation de coût total ou ligne d'iso - coût --- P 19

2. Formalisation du problème d'équilibre du producteur ----------------------------------- P 20

3. Le sentier d'expansion de l'entreprise -- P 26

Deuxième Partie : Approche économique par les fonctions de coût et analyse dynamique de l'équilibre du producteur--- P 28

Chapitre IV : La notion de courbe de possibilité de production et des choix optimaux P 29

1. Notion du taux de transfert de ressources -- P 30

2. Les conditions d'équilibre du producteur--- P 36

3. L'équilibre en courte et longue période--- P 41

Chapitre V : La théorie de l'équilibre Parétien --- P 48

1. L'équilibre au sens de Pareto et la boite d'Edgeworth-------------------------------------- P 48

2. Les critères d'efficacité de Pareto et l'équilibre simultané des deux sphères Consommation-Production (l'équilibre général)--- P 51

Conclusion générale--- P 57

Bibliographie

Introduction générale

Ce cours introduit une présentation des fondements de la théorie néoclassique. Il se focalise sur les notions et les méthodes utilisées dans la formalisation du comportement du producteur et du fonctionnement théorique du marché. Il fournit des outils d'analyse précis et concis à travers l'utilisation d'un raisonnement logique transportable en mathématiques.

Il disserte une étude des principes fondamentaux de la théorie marginaliste et offre à l'étudiant débutant une initiation qui met en avant ses prédispositions pour se procurer des connaissances préétablies en cette matière.

L'analyse microéconomique du comportement du producteur s'intéresse à la décision de production de l'entreprise. En travaillant sous l'hypothèse de maximisation de son profit, le producteur se confronte, tout comme le consommateur, à la limite de l'emploi de ses ressources rares. La recherche de combinaisons optimales de facteurs lui permettant d'atteindre son objectif suppose la présence de relation technique entre les quantités de facteurs employés. Le producteur rationnel combine d'une manière efficiente les facteurs de production et les transforme en un output destiné à la vente sur le marché. Cette transformation qui s'opère sous la règle technique s'exprime par une fonction à caractère objectif.

L'analyse néoclassique de la fonction de production est souvent orientée vers l'étude des combinaisons de facteur qui permettent d'obtenir des niveaux de production identiques (c'est la théorie des courbes isoquantes). Elle ne s'intéresse au plan de production global mais se limite à la comparaison des combinaisons productives de même niveau de production et pour un certain niveau technologique. C'est à travers cette comparaison, que le producteur va chercher la combinaison productive optimale correpondant au coût de production le plus bas (l'optimum économique du producteur). Graphiquement, il s'obtient par le point d'égalisation entre les points de tangence entre la droite du revenu du producteur (iso-coût) et la courbe isoquante de niveau le plus élevé.

A long terme, les différentes situations d'optimalité résultant des choix productifs de l'entreprise nous donnent le sentier d'expansion du producteur. Le rapprochement des courbes isoquantes ou leur éloignement les unes des autres sur le sentier nous informe de la présence des rendements d'échelle. Ces derniers peuvent entrainer des économies d'échelle (abaissement du coût unitaire de production) suite à cette modification (un accroissement) de l'échelle de production.

De façon analogue à l'analyse du comportement du consommateur, nous tâcherons à travers ce support de cours d'expliquer à l'étudiant les deux approches d'analyse technique et économique tout en lui permettant de pouvoir s'initier dans les axes suivants :

- Présenter et modéliser le comportement du producteur considéré comme preneur de prix.
- Déduire l'allocation optimale des ressources rares et les quantités optimales de facteur de production.
- Comprendre le fonctionnement théorique d'un marché concurrentiel.
- Comprendre la relation liant l'équilibre général et l'optimum de Pareto.

Première partie : La théorie du comportement du producteur : approche théorique, notions et calculs économiques

Dans l'approche néoclassique, l'analyse du comportement du producteur repose sur l'étude de marché et de son environnement. Le producteur néoclassique est considéré comme une boite noire dans laquelle entrent des inputs (facteurs de production) et sortent des outputs. En produisant un bien P destiné à être vendu sur le marché, le producteur cherche à **maximiser son profit.** Cet objectif dépend des quantités de facteur de production qu'il utilise (dépenses réalisées) et du volume de production **P** qu'il obtient (recettes générées)**.**

<u>Le profit est égal à la différence entre les recettes (quantités de P vendues sur le marché) et les dépenses (le coût d'achat des facteurs de production).</u>
<u>Un producteur rationnel cherchera à augmenter ses ventes pour maximiser son profit et cela dépendra :</u>

- Des quantités produites ou du volume de production P ;
- Du niveau des coûts des facteurs de production.

L'analyse du comportement du producteur repose sur :

- L'analyse de la relation entre les quantités produites P et les quantités de facteurs de production utilisés (c'est l'approche technique par les fonctions de production).
- L'analyse de la relation entre les recettes et dépenses (c'est l'approche économique par les fonctions de coût).

Chapitre I : Approche technique par les fonctions de production

Un ensemble de production est constitué par l'ensemble des techniques de production disponibles (combinaisons de facteurs de production utilisables pour obtenir un produit fini P). La fonction de production est la somme des productions obtenues grâce à cet ensemble. Dans le cas général, la fonction de production s'écrit sous forme Y= f (X) tels que : Y représente l'output P et X les quantités d'input.

On définit pendant une période de production donnée, deux types de facteurs de production : **les facteurs fixes et les facteurs variables.** Au cours d'une période de production donnée, certains facteurs demeurent fixes pendant que d'autres varient.

- Le facteur K est fixe lorsque les quantités utilisées du facteur K ne dépendent pas de l'output ou du volume de production P.
- Le facteur L est dit variable lorsque les quantités utilisées du facteur L dépendent de l'output ou du volume de production P obtenu.

Dans l'analyse microéconomique, les facteurs de production (inputs) K et L représentent respectivement :

- **K : Capital** ou capacités de production installées (terrains, outillages et équipement, bâtiment, machines, etc.).
- **L : Travail** ou les volumes de la main d'œuvre et des matières premières.

1. La notion de fonction de production

Une fonction de production est l'expression mathématique de la relation entre les quantités de facteurs de production utilisés (inputs k et l) et le volume de production P obtenu (quantités produites d'output Q).

- Au cours d'une période de temps donné (généralement courte), la capacité de production installée K reste fixe pendant que le facteur travail L est variable.
- Au cours d'une période temporelle longue, les facteurs capital et travail varient en fonction des quantités produites P.

1.1 La courte et la longue période

- **La courte période CP:** est définie comme étant la période temporelle **courte** où les capacités de production installées K sont fixes (K_0 reste inchangé) et la main d'œuvre et la matière première L sont variables. L'expression mathématique de la **courte période** est donnée par la formule suivante : $\mathbf{P = f(K_0\,, L)}$.

- **La longue période LP** se définit comme étant la période temporelle **longue** où tous les facteurs de production sont variables. L'expression mathématique de **la longue période** est donnée par la formule : **P = f(K , L).**

2. La fonction de production de courte période

Dans la CP, l'expression mathématique de la fonction de production d'une entreprise qui fabrique un produit P à partir de $\mathbf{K_0}$ **et L** est donnée par : **P = f (**$\mathbf{K_0}$ **, L)** c'est-à-dire que le volume de production P dépend des quantités de facteurs de production L variables et K fixes.

La fonction de production est supposée être **continue** (dérivable) sur son intervalle de définition car la fonction de production P peut prendre toute valeur pour de différentes quantités de facteurs de production utilisés. Ces dernières sont **divisibles à l'infini** donc la quantité produite P peut être obtenue à l'aide d'un nombre infini de combinaisons de facteur de production K et L.

2.1 Les concepts de Productivité Physique Totale PPT, Productivité Moyenne $\mathbf{P_M}$ **et Productivité Marginale** $\mathbf{P_{mg}}$

2.1.1 La Productivité Physique totale PPT

A partir de l'expression mathématique de la fonction de production de courte période **P = f (**$\mathbf{K_0}$**, L),** la productivité physique totale exprime le volume total de production P (output) obtenu à l'aide d'une combinaison d'inputs fixe $\mathbf{K_0}$ et variable **L.**

2.1.2 La Productivité Moyenne $\mathbf{P_M}$

La productivité moyenne d'un facteur est la quantité d'output P obtenue (volume de production) en moyenne par unité de facteur. Il s'agit donc de mesurer combien d'output en moyenne, une unité de facteur de production peut produire. La P_M de L ou de K est le rapport entre la productivité physique totale et les quantités de L ou de K.

$$\mathbf{P_{ML}} = \frac{\mathbf{PPTL}}{\mathbf{L}} \quad ; \quad \mathbf{P_{Mk}} = \frac{\mathbf{PPTK}}{\mathbf{K}}$$

2.1.3 La Productivité Marginale $\mathbf{P_{mg}}$

La productivité marginale d'un facteur est le supplément de quantité produite suite à l'utilisation d'une unité supplémentaire de ce facteur. La productivité marginale peut être définie comme la variation de la productivité physique totale PPT résultant d'une variation **d'une unité supplémentaire** de la quantité de ce facteur. Graphiquement, la productivité marginale pour un point quelconque correspond à la pente de la tangente à ce point sur la courbe de production totale.

Comme la fonction de production est supposée être continue sur son intervalle de définition donc elle admet une dérivée :

$$\mathbf{P_{mgL}} = \underset{dL\text{---}0}{\mathbf{Lim}} \frac{\mathbf{DPPT}}{\mathbf{DL}} = \frac{\mathbf{d\,PPT}}{\mathbf{dL}} = \mathbf{F_l}^{'}\,\mathbf{(K,L)}$$

D'où

$$\mathbf{P_{mgL}} = \frac{\mathbf{dPPT}}{\mathbf{dL}} = \mathbf{f_l}^{'}\,\mathbf{(K_0, L)}$$ **-------------------- la dérivée par rapport à L.**

$$\mathbf{P_{mgK}} = \frac{\mathbf{dPPT}}{\mathbf{dK}} = \mathbf{f_k}^{'}\,\mathbf{(K, L)}$$ **-------------------- la dérivée par rapport à K.**

Exemple numérique :

Soit la fonction de production de courte période donnée par P = f (K_0 , L) tel que $K=K_0=10$:

Tableau N°1 : calcul des productivités moyenne et marginale

L	K	P=Q=f(K0,L)	PM=P/L	Pm =Pmg = dp/dl
0	10	0	-	-
1	10	10	10	10
2	10	30	15	20
3	10	60	20	30
4	10	80	20	20
5	10	95	19	15
6	10	108	18	13
7	10	112	16	4
8	10	112	14	0
9	10	108	12	-4
10	10	100	10	-8

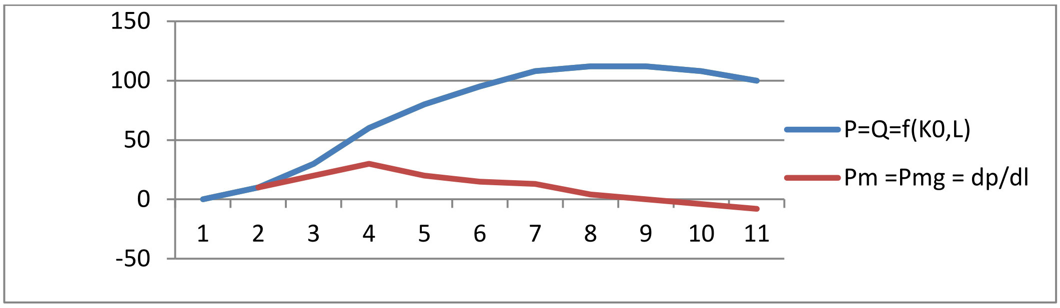
Source : Etabli par l'auteur.

La tableau montre que l'augmentation de la quantité du facteur L entraine dans un premier temps, un accroissement plus que proportionnel de la quantité produite P (première phase de production phase I : donc de L=0 à (L=4 où Pmg=PM) les rendements sont croissants c'est la zone d'incitation), par la suite, nous remarquons que la quantité de P augmente moins que proportionnellement à mesure que les quantités de L augmentent (phaseII : la productivité marginale est décroissante entre L=4 et L= 8. Les rendements sont décroissants (la loi des rendements marginaux décroissants[1]). Il s'agit de la zone

[1] La loi des rendements décroissants ou de la productivité marginale décroissante explique que l'utilisation croissante d'un facteur variable L combiné à un facteur fixe K0 va entrainer dans un premier temps un rendement croissant ou une production plus que proportionnelle (1ere phase). Celle-ci va dans un second temps, se ralentir et croitre moins que proportionnellement (une augmentation mois rapide que celle de l'augmentation des quantités de facteurs). Cette loi signifie que la phase la plus efficace (rentable) est celle où l'augmentation des quantités de facteurs de production induit la décroissance de la productivité marginale.

économique ou rationnelle). Au delà du point où la productivité marginale est nulle L=8, les rendements marginaux sont négatifs (il s'agit de la zone non économique).

Graphique N°1 : **courbes de productivité totale et marginale**



Source : Etabli par l'auteur.

L'analyse du graphique permet de déduire les résultats suivants :

- La productivité physique totale est à son point maximum lorsque la productivité marginale est nulle[2].
- Lorsque la productivité marginale est à son point maximum la productivité physique totale passe par son point d'inflexion (le point à partir duquel la PPT évolue à un taux décroissant).
- Lorsque la productivité moyenne est croissante la productivité marginale est supérieure à la productivité moyenne.
- Lorsque la productivité moyenne est décroissante la productivité marginale est inférieure à la productivité moyenne.
- Lorsque la productivité moyenne est à son point maximum, la productivité moyenne coupe la productivité marginale c'est-à-dire que $P_M = P_{mg}$:

Démonstration (P_M est Max $\Rightarrow P_M = P_{mg}$):

La productivité moyenne est à son point maximum implique que sa dérivée est nulle.

Nous avons la **Productivité moyenne de L = f(K_0 , L)/L.** Cette fonction est à son point maximum lorsque sa dérivée est nulle c'est-à-dire : $(f(K_0, L)/L)' = 0$----------1

$$1 \Rightarrow \frac{f'(K0,L)\,L - 1\,f(K0,L)}{L2} \text{---}=0 \quad \Rightarrow f'(K_0, L)\,L - f(K_0, L) = 0$$

$$\Rightarrow f'(K_0, L)\,L = f(K_0, L) \Rightarrow f'(K_0, L) = f(K_0, L)/L$$

D'où :

$$\Rightarrow P_{Ml} = P_{mgl}$$

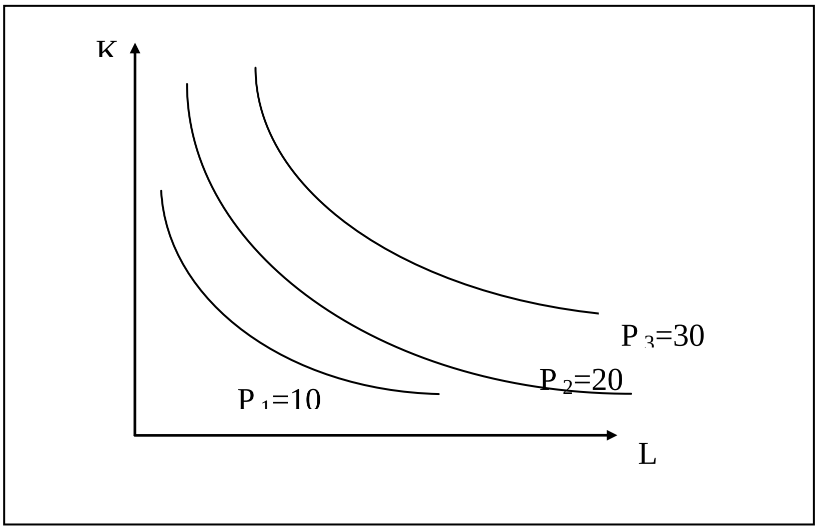
[2] Une fonction est à son point maximum lorsque sa dérivée est nulle

<u>La productivité marginale est égale à la productivité moyenne à son point maximum $P_M = P_{mg}$</u>

3. Les courbes iso-produits ou isoquants

La courbe **iso-produit ou isoquante** est représentée par l'ensemble de combinaison de facteurs de production K et L (inputs) qui donne le même niveau de production P (outputs).

Figure N° 1 : les courbes d'isoquant (iso-produit)



Source : Etablie par l'auteur.

3.1 Propriétés des courbes isoquantes : elles sont de même nature que les courbes d'indifférence

Propriété 1 : Les isoquantes sont des courbes décroissantes (inclinaison ou pente négative). Elles ne peuvent être croissantes. Deux combinaisons d'inputs se situant sur une même courbe donnent le même niveau d'output (niveau de production). Pour mesurer la pente de la courbe d'isoquant, nous procédons au calcul du TMST. Le TMST diminue le long d'une courbe car plus (l'entreprise) la firme **augmente** l'utilisation d'un facteur, elle utilisera de **moins en moins** l'autre input ou facteur.

Propriété 2 : Les courbes d'isoquant ne se coupent pas (pas de deux niveaux de production pour une même combinaison de facteur). Le déplacement le long d'une courbe signifie le changement de quantités de facteur tout en gardant le même niveau de production. Le déplacement de la courbe vers le haut ou à droite (signifie l'augmentation des quantités produites. Le déplacement de la courbe vers le bas signifie une baisse des quantités d'output P ou du niveau de production.

Propriété 3 : Les courbes d'isoquant sont de forme convexe. A mesure que l'on se déplace de la gauche vers la droite elles sont incurvées vers le bas (car elles sont décroissantes). A chaque fois que les quantités de facteur L augmentent, le producteur choisira de céder l'input K, tout en gardant le même niveau d'output.

3.2 Calcul du TMST

Le taux marginal de substitution technique mesure le taux auquel la firme doit substituer un input par l'autre tout en maintenant constante la quantité d'output (il s'agit d'une technologie à facteurs substituables ou variables). Le TMST est le rapport entre les productivités marginales.

Nous avons dp = (dp/dk) dk + (dp/dl) dl. Comme le long d'une courbe iso-produit, la production reste constante alors : dp = 0 $\Rightarrow$ (dp/dk) dk + (dp/dl) dl = 0 d'où :

$$(dp/dk)\, dk = -\ (dp/dl)\, dl$$

$\Rightarrow \frac{dp/\ dk}{dp/dl} = \frac{PmgK}{PmgL}$ = - dL/dK : La quantité - dL/dK représente l'opposée de la pente de la courbe isoquante

Exemple numérique :

Soit $P=f(k,l)= 2K^{0.2}L^{0,4}$

TMST $_{Kà\ L} = P_{mgK}/P_{mgl}= 2\ (0,2\ k^{-0,8}L^{0,4})/\ 2\ (0,4\ k^{0,2}L^{-0,6}) = 0,2\ L^{0,4}L^{0,6}\ /0,4\ k^{0,2}k^{0,8}$=L/2K

Pour (k,l) = (5, 20), le TMST Kà L = 20/10 = 2

Le $TMST_{k,L}$= 2 . Cette valeur signifie que pour utiliser une unité supplémentaire de K, le producteur doit céder deux unités de L (tout en gardant le même niveau de production).

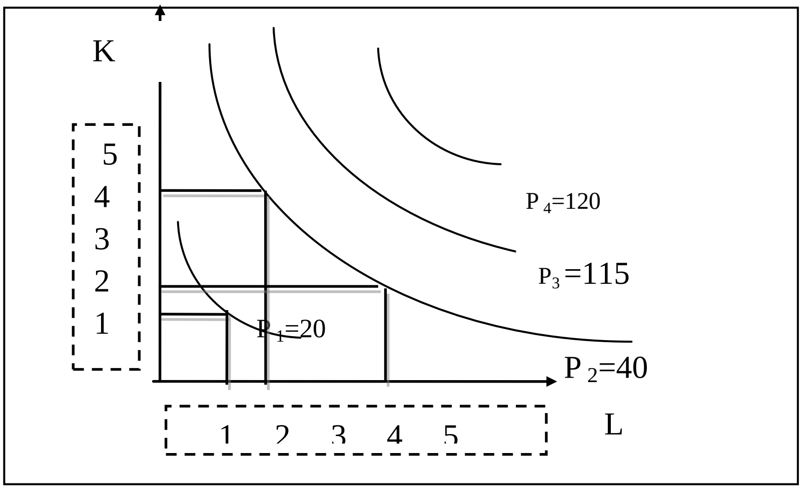
En conclusion, il serait important de distinguer, selon les horizons de planification de l'entreprise, deux périodes de temps, pendant lesquelles l'ajustement des quantités des facteurs de production (travail L et capital K) répond à l'impérieux souci de valorisation de l'emploi de ses ressources. Autrement dit, dans les deux horizons de planification, l'entrepreneur s'assimile la contrainte d'optimiser l'emploi de ses ressources afin d'intensifier la valeur de sa production et de son profit.

Chapitre II : La fonction de production de longue période

A long terme, l'entrepreneur cherchera à atteindre une taille optimale lui permettant d'abaisser le plus possible le niveau de son coût unitaire. Une utilisation efficace de ses ressources (inputs) l'entrainerait à une optimisation de sa production et à la réalisation des économies de tailles.

L'analyse de la fonction de production de longue période suppose que les deux facteurs travail L et capital sont variables. Cette variation, généralement positive entraine une croissance de la production Q assimilée à une variation des rendements à l'échelle des facteurs.

Figure N° 2: carte des isoquantes (iso-produit)



Source : Etablie par l'auteur.

Tableau N° 2: calcul des rendements d'échelle

K/L	L=1	L=2	L=3	L=4	L=5
k=1	20	40	55	65	75
k=2	40	60	75	85	90
k=3	55	75	90	100	105
k=4	65	90	105	100	115
k=5	75	100	115	115	120

Source : Etabli par l'auteur.

Le tableau ci-dessus indique que la production peut être réalisée avec de différentes combinaisons de facteur K et L. Pour K=1 et L= 1, f(1K,1L) = f(1,1)=20 et pour K=2 et L= 4, f(K,L) = f(2,4)=85. Les combinaisons (2K,1L) et (1K,2L) donnent le même niveau de production soit f(2K,1L)= f(1K,2L)=40. En parcourant le tableau, nous pouvons ressortir plusieurs combinaisons de facteur qui donnent des niveaux de production identiques. La représentation graphique de ces combinaisons permet d'établir la carte des courbes isoquantes du producteur.

1. Notion de rendement d'échelle

A long terme, tous les facteurs de production sont variables. On pourrait donc passer d'un niveau de production à un autre en changeant **l'échelle** de production, c'est-à-dire en faisant varier tous les facteurs de production dans les **mêmes proportions. Autrement dit, l'échelle** de production varie, lorsque les quantités de facteurs de production utilisés par le producteur varient **simultanément** dans **la même proportion.** Il s'agit également d'un changement de **la taille** de l'entreprise. La question que nous posons : comment varie la production lorsque change la taille de l'entreprise ? Si l'entreprise modifie les quantités de facteur de production K et L simultanément et dans la même proportion, quelles vont être les quantités produites ? Si nous supposons que l'entreprise double les facteurs de production soit f(2K,2L) alors :

a- la variation de la quantité produite est **proportionnelle** à la variation des quantités de facteurs utilisés (nous obtenons le double : f(2K,2L) =2P=2f(k,l)), nous dirons que **les rendements sont constants**.

b-Si la variation de la quantité produite est **plus que proportionnelle** à la variation des quantités de facteurs utilisés (nous obtenons plus que le double f(2K,2L) >2P), nous dirons que **les rendements sont croissants**.

c-Si au contraire, la variation de la quantité produite est **moins que proportionnelle** à la variation des quantités de facteurs utilisés (nous obtenons moins que le double f(2K,2L) < 2P), nous dirons que **les rendements sont décroissants**

Exemple numérique :

Tableau N° 3: détermination de la nature des rendements d'échelle

K/L	L=1	L=2	L=3
k=1	20	25	30
k=2	25	40	45
k=3	30	45	60

Source : Etabli par l'auteur.

Ce tableau indique des rendements **d'échelle constants**. En doublant les facteurs K et L (nous doublons simultanément les quantités k et l), la fonction de production passe de f(1K,1L)=f(1,1)= 20 à f(2K,2L) =40= 2f(1K,1L) =2(20)=40. Quand les quantités de facteurs triplent f(3K,3L)=3 f(3,3)= 3(20)=60, nous remarquons que pour $a \in R_*^+$, f(ak,al) = a f(k,l).

2. Les fonctions de production homogènes

Une fonction de production P = f (K, L) est dite **homogène de degré (λ)** , ($\lambda \in R$) si :

$$\forall\, a \in R^+ - \{0\}\text{ , on a : } f(ak, al) = a^\lambda \cdot f(k, l) = a^\lambda . p$$

Cette homogénéité signifie que lorsque nous multiplions les facteurs de production K et L simultanément par un nombre réel positif et non nul « a », la fonction est elle-même multipliée par a^λ.

Cas 1 : Lorsque nous multiplions les facteurs de production K et L simultanément par un nombre réel positif et non nul « a », la fonction est multipliée par $a^\lambda > a$ (c'est-à-dire **λ>1) alors** les rendements d'échelle sont dits **croissants**. Nous obtenons une production plus que proportionnelle.

Exemples numériques:

- Pour λ = 2. Si l'entrepreneur triple les facteurs de production soit a=3, alors f(3K,3L)= a^λ P = 3^2= 9P. La production est multipliée par 9 (c'est plus que proportionnelle c'est-à-dire plus que le triple). En pourcentage c'est l'équivalent de 800% (9p-p /p)*100).
- Pour λ = 2. Si l'entrepreneur double les facteurs de production soit a=2, alors f(2K,2L)= a^λ P = 2^2= 4P. la production est multipliée par 4. En pourcentage c'est l'équivalent de 300% (4p-p /p)*100).
- Pour λ = 2. Si l'entrepreneur augmente simultanément les facteurs de production de 30% alors a=1, 3 (Soit (30/100)+1)= 0,3+1= 1,3 alors f(1,3K,1,3L)= a^λ P = $1{,}3^2$=1,69P. La production est multipliée par 1,69. En pourcentage c'est l'équivalent de 69%.

Cas 2 : Lorsque nous multiplions les facteurs de production K et l simultanément par un nombre réel positif et non nul « a », la fonction est multipliée par $a^\lambda < a$ (c'est-à-dire **λ<1) alors** les rendements d'échelle sont dits décroissants. Nous obtenons une production moins que proportionnelle.

Exemple numérique :

- Pour λ = 0,5. Si l'entrepreneur triple les facteurs de production soit a=3, alors f(3K,3L)= a^λP = $3^{0,5}$= 1,732 P. La production est multipliée par 1,732 (c'est moins que proportionnelle). En pourcentage c'est l'équivalent de 73,2%.

- Pour λ = 0,5. Si l'entrepreneur augmente simultanément les facteurs de production de 70% alors a=1, 7 (Soit (70/100)+1= 0,7+1= 1,7) alors f(1,7K,1,7L)= a^{λ} P = $1,7^{0,5}$= 1,3 P. La production est multipliée par 1,3. En pourcentage c'est l'équivalent de plus de 30%

Cas 3: Lorsque nous multiplions les facteurs de production K et L simultanément par un nombre réel positif et non nul « a », la fonction est multipliée par a^{λ} = a (c'est-à-dire **λ=1) alors** les rendements d'échelle sont dits constants. Nous obtenons une production dans la même proportion. Exemple : pour λ = 1. Si l'entrepreneur triple les facteurs de production soit a=3, alors f(3K,3L)= a^{λ} P = 3^1= 3 P. La production est multipliée par 3. En pourcentage, c'est l'équivalent de 200%.

Exemple numérique :

- Pour λ = 1. Si l'entrepreneur augmente simultanément les facteurs de production de 45% alors a=1,45 alors f(1,45K, 1,45L)= a^{λ} P = $1,45^1$= 1,45 P. la production est multipliée par 1,45. En pourcentage c'est l'équivalent de 45%.

Cas 4: Pour λ = 0 (c'est-à-dire **λ<1**) **alors** les rendements d'échelle sont dits décroissants. Nous obtenons une production moins que proportionnelle. Exemple : pour λ = 0. Si l'entrepreneur triple les facteurs de production soit a=3, alors f(3K,3L)= a^{λ} P = 3^0= 1 P. la production est multipliée par 1. Il s'agit d' un cas particulier des fonctions de production à rendements décroissants (fonction de production homogène de degré :**λ < 1**).

Tableau N° 4: nature des rendements d'échelle

Degré	Nature des Rendements d'échelle
$\lambda > 1$	Rendements d'échelle **croissants**
$\lambda = 1$	Rendements **constants**
$\lambda < 1$	Rendements **décroissants**

Source : Etabli par l'auteur.

Exemple numérique :

Discutez de la nature des rendements d'échelle (du degré d'homogénéité) des fonctions de production données par :

Exemple 01 : soit P=f(k,l)= $2K^{0.2}L^{0,4}$

Pour vérifier l'homogénéité de cette fonction P=f(K,L)= $2K^{0.2}L^{0,4}$. Nous devons calculer :

P=f(ak,al). Remplaçant les facteurs K et L par (aK) et (aL) : $P=f(aK,aL)= 2(aK)^{0.2} (aL)^{0,4} = 2\ a^{0.2}\ k^{0.2}\ \ a^{0.4}\ L^{0,4}$. Déplaçant les « a » à gauche alors $P=f(ak,al)= a^{0.2}\ a^{0.4}\ \ 2\ k^{0.2}\ \ L^{0,4} = a^{0.6}\ 2\ k^{0.2}\ \ L^{0,4} = a^{0.6}$ P sous forme de a^{λ} P tel que $\lambda = 0,6 <1$ (rendements d'échelle décroissants).

Exemple 02 : soit $P=f(k,l)= \frac{1}{3} K^{0.5}L^{0,9}$

$P=f(ak,al)= \frac{1}{3} (aK)^{0.5} (aL)^{0,9} = \frac{1}{3} a^{0.5} k^{0.5}\ \ a^{0.9}\ L^{0,9}$.

$P=f(ak,al)= a^{0.5}\ a^{0.9}\ \ \frac{1}{3}\ k^{0.5}\ \ L^{0,9} = a^{1.4}\ \ \frac{1}{3}\ k^{0.5}\ \ L^{0,9} = a^{1.4}$ P sous forme de a^{λ} P ($\lambda = 1,4>1$: rendements d'échelle croissants).

3. Les propriétés des fonctions de production homogènes

La réaction de la production à un accroissement simultané de tous les facteurs de production (K et L) dans une même proportion implique :

Propriété 1 : Les fonctions homogènes de degré **λ** admettent des dérivées partielles qui se présentent-elles - mêmes sous la forme de fonctions de production homogènes de degré **(λ -1)**. Si une fonction de production **P= f(K, L)** est homogène de degré **λ =2**, les dérivées partielles (productivités marginales PmgK et PmgL) sont, dans ce cas, des fonctions homogènes de degré **λ =2 - 1 = 1.**

Exemple : $P=f(K,L)= \frac{1}{3} K^{0.5}L^{0,9}$

Nous avons montré que cette fonction est homogène de degré **λ =1,4 .** Ses dérivées Pmg K et Pmg L seront homogènes de degré **(λ -1=1,4-1) =0,4.**

Démonstration :

Nous avons : $PmgK = F'_K (K , L) =\frac{1}{3} (0,5)\ K^{-0,5}L^{0,9}= \frac{0,5}{3}\ K^{-0,5}L^{0,9}$

$$PmgL = F'_L (K , L) =\frac{1}{3} (0,9)\ K^{0,5}L^{-0,1}=\frac{0,9}{3}\ K^{0,5}\ L^{-0,1}$$

Nous calculons f(ak,al) pour chaque productivité marginale:

<u>Pour Pmg_k:</u>

$P=f(aK,aL)= \frac{0,5}{3} (aK)^{-0.5} (aL)^{0,9} = \frac{0,5}{3} a^{-0.5} K^{-0.5}\ \ a^{0.9}\ L^{0,9}$.

$P=f(ak,al)= a^{-0.5}\ a^{0.9}\ \ \frac{0,5}{3}\ k^{-0.5}\ L^{0,9} = a^{0.4}\ \ \frac{0,5}{3}\ k^{-0.5}\ L^{0,9} = a^{0.4}$ P (Pmg_k est sous forme de a^{λ} P, λ=0,4).

<u>Pour Pmg_L :</u>

$P=f(aK,aL) =\frac{0,9}{3} (a\ K^{0,5}) (aL^{-0,1}) =\frac{0,9}{3}\ a^{0.5}\ K^{0,5}\ a^{-0,1}\ L^{-0,1} = a^{0.5}\ a^{-0,1}\ \frac{0,9}{3}\ k^{0.5}\ L^{-0,1} =a^{0.4}$ P (PmgL est sous forme de a^{λ} P (λ = 0,4).

Propriété 2 : Les fonctions de production homogènes obéissent à **la règle d'Euler** qui s'énonce comme suit : $\lambda.f(K, L) = K.f'(K, L) + L.\ f'(K, L) \Rightarrow \lambda p = K.\ Pmg_k + L.\ Pmg_l$

Autrement dit, une fonction de production est homogène de degré **(λ)** lorsque la multiplication des facteurs par une constante **(a)** entraîne la multiplication de la fonction par la valeur **(a^{λ})**. Pour P= f(K, L) fonction de production homogène de degré $\lambda = 1$, nous aurons: $p = k.\ Pmg_k + l.\ Pmg_l$ (puisque $\lambda p = p$).

Cette identité exprime la règle de **« l'épuisement de la production »**. Elle implique que pour toute rémunération des facteurs $\mathbf{R_f}$ égale à la productivité marginale (Prix des facteurs remplacés respectivement par les productivités marginales), la production **(P)** serait exactement égale aux quantités K et L de facteurs utilisés (rémunérés par leurs productivités marginales).

a - La rémunération des facteurs de production serait supérieure à la quantité produite de P lorsque la fonction de production est homogène de degré $\boldsymbol{\lambda > 1}$.

b - A l'inverse la rémunération des facteurs de production serait inférieure à la quantité produite de P lorsque la fonction de production est homogène de degré $\boldsymbol{\lambda < 1}$.

Tableau N° 5: Rémunération des facteurs

Degré	Nature des Rendements d'échelle	Rémunération des facteurs R_f
$\lambda > 1$	Rendements d'échelle **croissants**	$R_f > P$
$\lambda = 1$	Rendements **constants**	$R_f = P$
$\lambda < 1$	Rendements **décroissants**	$R_f < P$

Source : Etabli par l'auteur.

4. La fonction de production « Cobb – Douglas »

Il s'agit d'une fonction de production homogène qui porte le nom des deux économistes américains Cobb Charles et Douglas Paul(1928) qui l'ont proposé et testé. Ces derniers ont analysé l'effet de l'augmentation des quantités des facteurs K et L dans une même proportion. La fonction de production Cobb-Douglas tient sa particularité de sa formule mathématique donnée par : $P= f(L, K) = \beta\, l^{\alpha}\, k^{1-\alpha}$

Avec : α et β deux constantes telles que : $0 < \alpha < 1$ et $\beta > 0$. **La fonction Cobb - Douglas est une fonction homogène de degré λ =1.** L'augmentation des quantités de facteurs dans une même proportion implique une multiplication de L et K par le même nombre a.

$f(aL,aK)=\beta(aL)^{\alpha}.\ (aK)^{1-\alpha} = \beta\, a^{\alpha}\, L^{\alpha}\, a^{\alpha-1}\, K^{1-\alpha} = a^{\alpha}\, a^{\alpha-1}\, \beta\, L^{\alpha}\, K^{1-\alpha} = a^{1}.\ P = aP$

En appliquant la propriété 1 des fonctions homogènes, les dérivées partielles (Pmg_K et Pmg_L), elles - mêmes sont des fonctions homogènes de degré **λ = (1-1)=0**.

Nous calculons les dérivées partielles (Pmg_K et Pmg_L)

$Pmg_L = \beta\alpha L^{\alpha-1}.K^{1-\alpha}$ et $Pmg_K = \beta L^{\alpha} (1-\alpha)K^{-\alpha}$

<u>Pour Pmg_L :</u>

$f(aL,aK)=\beta\ \alpha\ (aL)^{\alpha-1}. (aK)^{1-\alpha} = a^{\alpha-1} a^{1-\alpha}\ \ \beta\alpha L^{\alpha-1}.K^{1-\alpha} = a^0 Pmg_L$ (d'ou le résultat).

<u>Pour Pmg_K :</u>

$f(aL,aK)=\beta\ (1-\alpha)\ (aL)^{\alpha}. (aK)^{-\alpha} = a^{\alpha} a^{-\alpha}\ \ \beta L^{\alpha} (1-\alpha)K^{-\alpha}= a^0 Pmg_K$ (d'ou le résultat).

En appliquant la propriété 2 : $\lambda p = \lambda f(k, l) = L. Pmg_L + K.Pmg_K$, nous obtenons :

P=$\beta\ l^{\alpha}\ k^{1-\alpha} = L. [\beta\alpha L^{\alpha-1}.K^{1-\alpha}] + K. [\beta L^{\alpha} (1-\alpha)K^{-\alpha}]$. En développant la partie droite de la formule, nous déduisons : $\beta\ L^{\alpha}\ K^{1-\alpha} = \alpha. (\beta\ L^{\alpha}\ K^{1-\alpha}) + (1-\alpha).(\beta\ L^{\alpha}\ K^{1-\alpha})$

$$= p= \alpha p + (1-\alpha)p$$

La rémunération des facteurs de production selon leur productivité marginale respective implique que le produit (la production en valeur) est totalement réparti entre les facteurs dans les proportions α pour le travail et $(1-\alpha)$ pour le capital. Par ailleurs, nous attribuons aux coefficients α et $1-\alpha$ respectivement l'élasticité de (p) par rapport aux facteurs L et K.

5. Notions de courbe d'offre, d'élasticité d'offre et de substitution factorielle

5.1 L'offre individuelle et l'offre globale

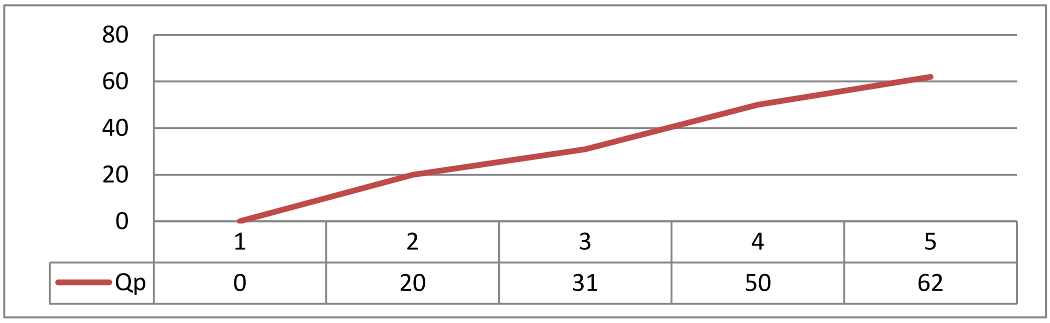
La quantité vendue par un producteur I_1 sur le marché de P représente la « part » de l'offreur I_1sur le marché de P. Elle est fonction du prix unitaire de vente de P soit (P_X). **L'offre individuelle** du producteur I_1 sur le marché de P sera donnée par la relation : $O_p = Q_p = f(P_X)$. Cette relation est croissante du prix. Plus le prix (P_x) augmente, plus l'offre de I_1 est importante.

Tableau N°6 : la fonction d'offre individuelle de I_1

Px	5	4	3	2	1
Q_p	**62**	**50**	**31**	**20**	**0**

Source : Etabli par l'auteur.

GraphiqueN°2 :Courbe d'offre individuelle



Source : Etabli par l'auteur.

D'une manière agrégée, l'offre de marché désignée par l'offre globale (O_G) du produit P mise sur le marché par **l'ensemble des producteurs** de P serait égale à la somme arithmétique de toutes les offres individuelles (O_i) de tous les producteurs I_i qui vendent le produit P. Elle est donnée par l'équation par $O_G = \sum O_i$

Exemple numérique :

Un marché est composé de trois firmes dont les fonctions d'offre sont les suivantes :

$Q_{I1} = 22 + 2P$

$Q_{I2}= 16 + 3P$

$Q_{I3} = 12 + 5p$

1- Quelle est la fonction d'offre du marché?

Solution :

L'offre de marché est la somme des offres individuelles $Q_o= Q_{I1} + Q_{I2} + Q_{I3}= 50 + 10 P$

5.2 Notions d'élasticité d'offre et d'élasticité des facteurs de production

On appelle coefficient d'élasticité de l'offre du produit P par rapport à son prix (P_u) l'indice $E_{o/p}$ qui mesure la variation relative de la quantité offerte sur une période donnée, induite par une variation relative de (P_u). Ce coefficient d'élasticité est donné par l'expression :

$E_{o/p} = [dO_G/O_G]/[dP_u/P_u] = [dO/dP_u]/[P_u/O]$

Il s'agit de la dérivée première de la fonction d'offre par rapport à son prix multipliée par le rapport du prix à l'offre de marché.

- Si $E_{o/p} >1$, l'offre de P est élastique.
- Si $E_{o/p} <1$, l'offre de P est inélastique
- Si $E_{o/p} = 1$, l'offre de P est unitaire

Exemple numérique :

Soit Qo = 15 + 3P avec P=5 DA . Nous avons Qo = 15 + 3P = 15 + 3(5)= 30 Unités, $[dO/dp] = (Qo)' = 3 \Rightarrow E_{o/p} = [dO/dp]/[p/O] = (Qo)'_P\ P/ Qo= 3 (5/30) = 0,5$. Quand le prix P augmente de 1%, l'offre Qo augmente de 0,5%. Etant donné que $E_{o/p}$ <1, l'offre de P est alors inélastique.

En microéconomie, on appelle élasticité de la production (l'élasticité de substituions entre les facteurs ou élasticité de substitution factorielle), le rapport entre le pourcentage de variation de la production (P : production d'une entreprise) et le pourcentage de variation d'un facteur de production (K ou L). Sa formule mathématique est donnée par :

- Par rapport au facteur capital K : $E_{dQ/dK} = [dQ/Q]/[dK/K] = [dQ/dK]/[K/Q]$
- Par rapport au travail L : $E_{dQ/dL} = [dQ/Q]/[dL/L] = [dQ/dL]/[L/Q]$

Exemple numérique (calcul d'élasticité factorielle) :

$P=f(k,l)= 3 K^{0.5}L^{0,9}$

-Par rapport au facteur capital K : $E_{dQ/dK} = [dQ/dK]/[K/Q] = 3 (0,5) K^{-0.5}L^{0,9} K/3 K^{0.5}L^{0,9}$

Eliminant les valeurs communes au numérateur et dénominateur :

$E_{dQ/dK} = (0,5) K^{-0.5} K/ K^{0.5} = (0,5) K^{0.5}/ K^{0.5} =$ **0,5**

Par rapport au facteur travail L : $E_{dQ/dl} = [dQ/dl]/[l/Q] = 3 (0,9) K^{0.5} L^{-0.1} L/3 K^{0.5}L^{0,9}$

- $E_{dQ/dl} = (0,9) L^{-0.1} L/ L^{0.9} = (0,9) L^{0.9}/ L^{0.9} =$ **0,9**

Nous obtenons : $E_{dQ/dK=}$ 0,5. Ce résultat signifie qu'une augmentation de K de 1% se traduit par une augmentation de la production de 0,5%. Si nous cherchons l'effet d'une augmentation (baisse) du facteur K sur le niveau de production, il suffit d'appliquer la règle de trois. L'effet d'une augmentation de K de 10% sur la production serait de 5% soit (10% (0,5)/1% = 5%).

- $E_{dQ/dL}$ = 0,9. Ce résultat signifie qu'une augmentation de L de 1% se traduit par une augmentation de la production de 0,9%. L'effet d'une baisse de L de 7% sur la production serait de -6,3% donc une baisse (soit -7% *0,9/1% = -6,3%).

L'objectif ultime d'un producteur rationnel consiste à maximiser son profit. Il produit à l'aide des facteurs de production, un produit P destiné à la vente sur le marché et devient un offreur de produit P sur le marché. Le profit réalisé par ce producteur sera fonction de la quantité « vendue Q_p» du bien P sur le marché. La maximisation de son profit dépendra de sa capacité d'optimisation des ressources qu'il engage et de sa stratégie de positionnement sur le marché.

Chapitre III : L'équilibre du producteur

Comme tous les autres biens économiques, les facteurs de production ont un prix déterminé sur le marché. Cependant, le producteur ne peut pas agir sur le niveau des prix (la concurrence pure et parfaite est la base de la théorie néoclassique). Par contre, il peut modifier les quantités de facteurs utilisés en cherchant la combinaison de facteurs de production optimale. Un producteur rationnel est celui :

a- Qui cherche à vendre ou à produire P de telle sorte à réaliser une recette R maximale (Max R).

b- Qui cherche à minimiser ses dépenses occasionnées par l'achat des inputs K et L c'est-à-dire à minimiser le coût total de production (Min CT).

1. Equation de coût total ou ligne iso - coût (dépenses ou droite budgétaire)

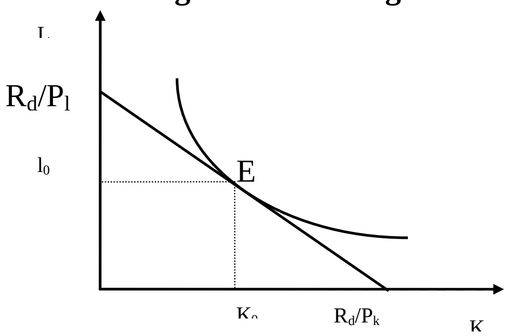
Nous supposons que le producteur utilise une capacité de production fixe ou déjà installée et deux facteurs de production variables notés K pour le capital et L pour le travail. Les prix unitaires P_l et P_k sont respectivement, les prix d'acquisition de quantités de facteurs k et de l indispensables à la production de P. Les coûts d'utilisation de chacun des facteurs de production seraient notés C_l=l P_l et C_k=k P_k . Si nous désignerons les coûts des capacités de production déjà installées (coûts fixes) par $C_{f.}$ alors l'équation du coût total serait égale à la somme des coûts fixes et variables CT =C_v+C_f avec $C_v = C_l + C_k$ =l P_l + k P_k .

Le coût total d'acquisition des quantités des deux facteurs de production dépend largement de la consistance des ressources disponibles (R_d) que l'entrepreneur consacre à la production. Le problème de minimisation du coût de production est soulevé et se rapporte à la recherche de combinaison optimale de facteur (meilleure combinaison possible) permettant d'agir de façon rationnelle sur le niveau de cette dépense occasionnée par la production. Nous avons C_v = CT- C_f = R_d= $C_l + C_k$ =l P_l + k P_k. Alors Rd= $C_l + C_k$ =l P_l + k P_k est appelée la ligne iso-coût ou la contrainte budgétaire. Par raisonnement analogue à celui du consommateur, cette contrainte aura comme coordonnées (0,R_d/ P_l) et (R_d/ P_k,0) car si le producteur utilise ses ressources disponibles et les consacrent uniquement à l'achat de l alors Rd=l P_l + 0 donc k=0 et l= R_d/ P_l. Dans le cas contraire, Rd= 0+ k P_k, donc pour l=0, k= R_d/ P_k. Pour tracer la droite iso-coût, il suffit de relier les deux points donnés par les coordonnées (0,R_d/ P_l) et (R_d/ P_k,0) qui représentent les points d'intersection avec les deux axes. Tout comme la droite budgétaire du consommateur, la ligne iso-coût représente l'ensemble des combinaisons de facteurs l et k provoquant le même coût. C’est une ligne décroissante. Sa pente est négative. En effet, nous savons que R_d = l. p_l + k. p_k. De cette équation, nous pouvons ressortir la valeur de cette pente de la ligne d’iso - coût en opérant l’écriture suivante:

$$l\ p_l = R_d - k.\ p_k \Rightarrow l = -\ k.\ (p_k/\ p_l) + (R_d/\ p_l).$$

Alors l’expression $l = -\ k.\ (p_k/\ p_l) + (R_d/\ p_l)$ représente l’équation d’une droite de forme y = ax + b avec comme pente le coefficient directeur a. Par procédé analogue, nous retenons $a=[-\ (p_k/\ p_l)]$ comme valeur de cette pente qui est égale au rapport des prix. son signe est négatif.

Figure N° 3: **La ligne iso - coût**



Source : Etablie par l’auteur

2. Formalisation du problème d’équilibre du producteur

L’équilibre du producteur correspond à la valeur de l’output Q et des facteurs k et l traduisant un niveau maximum de profit. Le programme du producteur peut se traduire par deux démarches qui généralement aboutissent aux mêmes résultats. Une première approche désignée par le programme primal et fondée sur la maximisation de profit. Dans la seconde approche, la résolution du problème du producteur consiste à minimiser le coût de production (programme dual).

L’équilibre du producteur se présente sous la forme de programmes liés (sous contrainte) formalisés comme suit :

Programme primal : $\begin{cases} \text{Max. } p = f\ (k,l) \\ \text{s/c } Rd = Ct - Cf = k.\ p_k + l.\ p_l \end{cases}$

Programme dual : $\begin{cases} \text{Min. } Rd = Ct - Cf = k.\ p_k + l.\ p_l \\ \text{s/c } p = f\ (k,l)=Q_0 \end{cases}$

Pour le premier programme, le producteur qui cherche à mesurer son profit (le maximiser) va déterminer la combinaison optimale de facteurs k_0 et l_0 en tenant compte de sa contrainte budgétaire (respecter la contrainte de minimisation de coûts). Le second programme consiste à déduire une solution optimale du premier programme. Autrement dit, en fixant un niveau de production optimum (MaxP=Q_0), le producteur va déterminer le niveau du coût de production minimum permettant d'atteindre son objectif. La résolution de ces deux programmes se fait à l'aide d'un Lagrangien. Par ailleurs, la résolution graphique du problème d'équilibre du producteur a montré un point d'intersection permettant de coïncider la ligne iso-coût à la courbe d'iso-quant de niveau le plus élevé. Ce point d'intersection E, égalise la valeur des pentes de la ligne iso-coût **(a =- P_k/P_l)** et celle de la courbe d'iso - produit (**TMST=-dl/dk).** La condition d'optimalité peut être mathématiquement formalisée par :

$$-dl/dk = - P_k/P_l \Rightarrow dl/dk = P_k/P_l \Rightarrow \mathbf{TMST}_{\mathbf{l\,à\,k}} = \mathbf{P_k/P_l = Pmg_l/Pmg_k}$$

Cette formulation signifie qu'à l'équilibre, le taux marginal de substitution technique entre les facteurs donné par le rapport des productivités marginales est égal au rapport des prix des facteurs.

Rappel (méthode de Lagrange)

<u>Programme primal</u>

$$\begin{cases} \text{Max. } p = f(k, l) \\ \text{s/c } Rd = k.\, p_k + l.\, p_l \end{cases}$$

a- Ecriture de la contrainte budgétaire sous forme g(k,l)=0

$$\mathbf{Rd - l.\, p_l - k.\, p_k = 0}\text{-------------------------}\mathbf{2}$$

b- Écriture de la fonction de Lagrange notée **F(k,l,λ)** avec introduction du multiplicateur de Lagrange **λ.**

$$\mathbf{F(k, l, \lambda) =} f(k, l) + \mathbf{\lambda(Rd - l.\, p_l - k.\, p_k)}\text{----------------}\mathbf{1}$$

c- Développement de la fonction de Lagrange (équation 1)

$$\mathbf{F(k, l, \lambda) =} f(k, l) + \mathbf{\lambda Rd - \lambda l.\, p_l - \lambda k.\, p_k}\text{----------------}\mathbf{1}$$

d- Envisager la solution qui maximise la fonction de Lagrange (l'équation 1). Il convient de chercher les quantités optimales de k et de l vérifiant les conditions suivantes (toutes les dérivées s'annulent en même temps)

$$\begin{cases} \mathbf{F_l' = 0} \Rightarrow f_l'(k,l) - \lambda\, p_l = 0 \Rightarrow Pmgl - \lambda\, p_l = 0 \Rightarrow Pmgl = \lambda\, p_l \Rightarrow \lambda = Pmgl\, /\, p_l \text{--------I} \\ \mathbf{F_k' = 0} \Rightarrow f_k'(k, l) - \lambda\, p_k = 0 \Rightarrow Pmgk - \lambda\, p_k = 0 \Rightarrow Pmgk = \lambda\, p_k \Rightarrow \lambda = Pmgk\, /\, p_k \text{---II} \\ \mathbf{F\lambda' = 0} \Rightarrow \mathbf{Rd - l.\, p_l - k.\, p_k} = 0\text{------------III} \end{cases}$$

En égalisant l'équation I et II nous concluons que :

$$\mathbf{\lambda = Pmgl\, /\, P_l = Pmgk\, /\, P_k}\text{-------------}\mathbf{condition\ d'optimalité}$$

L'application de la condition d'optimalité, permet de ressortir la relation entre k et l. Pour obtenir les quantités optimales K_0 et L_0 qui maximisent la fonction de production, nous remplacerons la relation mathématique entre k et l dans l'équation III (la contrainte budgétaire).

<u>Programme dual</u>

$$\begin{cases} \text{Min. } Rd = k.\, p_k + l.\, p_l \text{ ----------------1} \\ \text{s/c } p = f(k, l) = Q_0 \text{ -----------------------------------2} \end{cases}$$

a- Ecriture de l'équation 2 sous forme g(k,l)=0

$p = f(k, l) - Q_0 = 0$**--------------------------2**

b- Écriture de la fonction de Lagrange notée **F(k,l, λ)** avec introduction du multiplicateur de Lagrange **λ.**

$$\mathbf{F(k, l, \lambda) =} \; k.\, p_k + l.\, p_l + \lambda\, (f(k, l) - Q_0)$$

c- Développement de la fonction de Lagrange

$$\mathbf{F(k, l, \lambda) =} \; k.\, p_k + l.\, p_l + \lambda\, f(k, l) - \lambda Q_0 \text{----------------}\mathbf{1}$$

d- Envisager la solution qui minimise la fonction de Lagrange (l'équation 1). Il convient de chercher les quantités optimales de k et de l vérifiant les conditions suivantes (toutes les dérivées s'annulent en même temps)

$$\begin{cases} \mathbf{F_l' = 0} \Rightarrow P_l - \lambda\, Pmg_l = 0 \Rightarrow \lambda Pmgl = P_l \Rightarrow \lambda = p_l / Pmgl \text{ --------I} \\ \mathbf{F_k' = 0} \Rightarrow P_k - \lambda\, Pmg_k = 0 \Rightarrow \lambda Pmgk = P_k = 0 \Rightarrow \lambda = P_k / Pmgk \text{---II} \\ \mathbf{F\lambda' = 0} \Rightarrow f(l, k) - Q_0 = 0 \Rightarrow f(l, k) = Q_0 \text{----------III} \end{cases}$$

En égalisant l'équation I et II nous concluons que :

$$\boldsymbol{\lambda = P_l / Pmgl = P_k / Pmgk} \text{ -------------}\textbf{condition d'optimalité}$$

L'application de la condition d'optimalité, permet de ressortir la relation entre k et l. Pour obtenir les quantités optimales K_0 et L_0 qui minimisent la fonction de coût de production nous remplacerons la relation mathématique entre k et l dans l'équation III.

Exemple numérique récapitulatif :

Une entreprise fabrique un produit P. Sa fonction de production est donnée par l'équation suivante : $P = f(k,l) = \frac{1}{4} K^{0,25} L^{0,45}$. Les prix unitaires des facteurs de production sont $P_k = 9$ Da et $P_l = 27$ Da. Les ressources disponibles sont d'une valeur monétaire de Rd=3780 Da.

<u>Partie 1 :</u>

a- Donnez l'expression mathématique du TMST k à l et sa valeur pour k= 30 unités et l=50 unités ?

b- Si le producteur diminue la quantité du facteur travail de 25 unités, quelle serait la variation du facteur capital lui permettant de garder le même niveau de production précédent ?

c- Calculez les quantités optimales k_0 et l_0 qui maximisent la quantité produite en utilisant les deux solutions (Lagrange puis du TMST).

d- Quelle serait la variation nécessaire des ressources disponibles pour pouvoir augmenter la production de 0,22 unités produites ? calculez la valeur des ressources disponibles ?

Partie 2 :

a- Calculez les coefficients d'élasticité des deux facteurs de production ?

b- Quelle serait la variation de la production totale lorsque la quantité du facteur travail augmente de 30% (Toutes choses est égales par ailleurs) ?

c- La fonction de production est elle homogène ?

d- Quelle serait la variation de la production totale lorsque les quantités des deux facteurs k et l sont multipliées par 6 ?

Solution :

$P=f(k,l)=\frac{1}{4}K^{0,25}L^{0,45}$

a- TMST k à l =Pmgk/Pmgl = $\frac{1}{4}0,25K^{-0,75}L^{0,45} / \frac{1}{4}0,45K^{0,25}L^{-0,55}$

TMST k à l = $0,25L^{0,45}L^{0,55} / 0,45K^{0,25}K^{0,75}$

TMST k à l = 25 L / 45 K =5L/9K

TMST k à l = 5L/9K; Pour k= 30 unités et l=50 unités :

TMST k à l = 5(50)/9(30)= 250/270=25/27

b- Le producteur diminue la quantité du facteur travail de 25 unités. La lecture du TMST k à l calculé en 1 montre qu'une baisse de la quantité utilisée de facteur L de 25/27 unités se traduit par une augmentation de l'utilisation du facteur capital d'une seule unité. La variation du facteur capital permettant de garder le même niveau calculé en 1 est donnée par l'application de la règle de trois comme suite :

ΔK = 25/(25/27)=27 unités ΔK = 27 unités

c- Le calcul des quantités optimales k_0 et l_0 qui maximisent la quantité produite en utilisant les deux solutions (Lagrange puis la méthode graphique :TMST=Pk/Pl).

2.1 La méthode de Lagrange

$$\begin{cases} \text{Max. } p = f(l, k)=\frac{1}{4}K^{0,25}L^{0,45} \text{-------------------}1 \\ \text{s/c } 3780 = 27\,l+ 9\,k\text{----------------------------}2 \end{cases}$$

$3780 - 27\,l - 9\,k = 0$----------------------------2

$$\begin{cases} \mathbf{F(l,k,\lambda)} = \frac{1}{4} K^{0,25} L^{0,45} + \boldsymbol{\lambda}(3780 - 27\,l - 9\,k) \text{----------------}\mathbf{I} \\ \mathbf{F(l,k,\lambda)} = \frac{1}{4} K^{0,25} L^{0,45} + 3780\lambda - 27\lambda l. - 9\lambda k \text{ ---------------}\mathbf{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{F_l' = 0} \Rightarrow \frac{1}{4} 0{,}45\, K^{0,25} L^{-0,55} - 27\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4} 0{,}45\, K^{0,25} / 27\, L^{0,55} \text{ --------I} \\ \mathbf{F_k' = 0} \Rightarrow \frac{1}{4} 0{,}25\, K^{-0,75} L^{0,45} - 9\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4} 0{,}25\, L^{0,45} / 9K^{0,75} \text{ ----------------II} \\ \mathbf{F\lambda' = 0} \Rightarrow 3780 = 27\,l + 9\,k = 0 \text{------------III} \end{cases}$$

En égalisant l'équation I et II:

$$\begin{cases} \frac{1}{4} 0{,}45\, K^{0,25} / 27\, L^{0,55} = \frac{1}{4} 0{,}25\, L^{0,45} / 9K^{0,75} \\ 0{,}45\, K^{0,25} / 27\, L^{0,55} = 0{,}25\, L^{0,45} / 9K^{0,75} \end{cases}$$

Appliquant le produit des extrémités par les moyennes. Nous obtenons :

$$0{,}45\,(9)\, K^{0,25}\, K^{0,75} = 0{,}25\,(27)\, L^{0,45}\, L^{0,55} \Rightarrow 4{,}05\, K = 6{,}75\, L \Rightarrow K = 6{,}75\, L/4{,}05$$

Remplaçant $K=6{,}75\, L/4{,}05$ dans l'équation III : $3780 = 27\,l + 9\,(6{,}75\, L/4{,}05) = 0$

III$\Rightarrow 3780 = 27\,L + 15L \Rightarrow L = 3780/42 = 90$ unités. $L=90 \Rightarrow K = 6{,}75\,(90)/4{,}05 = 150$ unités donc les quantités optimales $(K_0, L_0) = (150{,}90)$

- $P_{max} = \frac{1}{4} 150^{0,25}\, 90^{0,45} = 6{,}627$ unités

2.2 La méthode graphique

A l'équilibre la pente de la courbe iso-produit est égale à la pente de la ligne iso-coût :

TMST $_{l\,à\,k}$ **=** $\mathbf{Pmg_l/Pmg_k}$ = $\mathbf{P_l/P_k}$ **=** $\Rightarrow \frac{1}{4} 0{,}45\, K^{0,25} L^{-0,55} / \frac{1}{4} 0{,}25\, K^{-0,75} L^{0,45} = 27/9$

$\Rightarrow 0{,}45\, K^{0,25} K^{0,75} / 0{,}25\, L^{0,45} L^{0,55} = 27/9 \Rightarrow 0{,}45\, K / 0{,}25\, L = 27/9$

$\Rightarrow 45\, K / 25\, L = 27/9 \Rightarrow 0{,}45\,(9)\, K / 0{,}25\,(27)\, L \Rightarrow 4{,}05\, K = 6{,}75\, L \Rightarrow K = 6{,}75\, L/4{,}05$

Remplaçant $K=6{,}75\, L/4{,}05$ dans l'équation III :

III$\Rightarrow 3780 = 27\,L + 15L = 0 \Rightarrow L = 3780/42 = 90$ unités. $L=90 \Rightarrow K = 6{,}75\,(90)/4{,}05 = 150$ unités donc les quantités optimales $(K_0, L_0) = (150{,}90)$

d- La variation nécessaire des ressources disponibles pour pouvoir augmenter la production de 0,22 unités produites :

$$\lambda = \frac{1}{4} 0{,}45\, K^{0,25} / 27\, L^{0,55} \text{ --------I .}$$

Il suffit de remplacer les facteurs k et l par les quantités optimales :

$$\lambda = \frac{1}{4} 0{,}45\,(150)^{0,25} / 27\,(90)^{0,55} = 0{,}001$$

Nous savons que $\boldsymbol{\lambda = \Delta P/\Delta Rd}$ (le multiplicateur de lagrange est donné par le rapport de la variation de la production consécutive à une variation unitaire des ressources disponibles).

Avec λ=+0,22/ΔRd = 0,001 alors **ΔRd =0,22/0,001= 220 Da.**

La valeur totale des ressources disponibles sera de : **Rd'**=3780+220 = 4000 Da.

Partie 2 :

a- Le calcul des coefficients d'élasticité des deux facteurs de production :

$E_{dQ/dK}$ = [dQ/dK]/[K/Q]=$\frac{1}{4}$ 0,25 $K^{-0,75}$ $L^{0,45}$ K / $\frac{1}{4}$ $K^{0,25}$ $L^{0,45}$

Après élimination, nous obtenons $E_{dQ/dK}$=0,25 $K^{-0,75}$ K / $K^{0,25}$ = 0,25 $K^{0,25}$ / $K^{0,25}$ = 0,25

$E_{dQ/dL}$ = [dQ/dL]/[L/Q]= $\frac{1}{4}$ 0,45 $K^{0,25}$ $L^{-0,55}$ L/ $\frac{1}{4}$ $K^{0,25}$ $L^{0,45}$= 0,45 $L^{-0,55}$ L/ $L^{0,45}$

=0,45 $L^{0,45}$ / $L^{0,45}$ = 0,45.

b- La variation de la production totale lorsque la quantité du facteur travail augmente de 30% (Toutes choses est égales par ailleurs) ?

$E_{dQ/dL}$ = 0,45. Ce résultat signifie qu'une augmentation de L de 1% se traduit par une augmentation de la production de 0,45%. Une augmentation de L de 30% se traduira par une augmentation de P=(30*0,45=13,5%) (application de la règle de trois).

c- La fonction de production est elle homogène ?

Il suffit de vérifier que f(ak,al))= a^{λ} P $\Rightarrow$ f(ak,al)=$\frac{1}{4}$ $(aK)^{0,25}$ $(aL)^{0,45}$

$\Rightarrow$ f(ak,al)=$\frac{1}{4}$ $a^{0,25}$ $K^{0,25}$ $a^{0,45}$ $L^{0,45}$ =$a^{0,25}$ $a^{0,45}$ $\frac{1}{4}$ $K^{0,25}$ $L^{0,45}$ = $a^{0,70}$ P sous forme a^{λ} P

avec λ = 0,7<1. Les rendements d'échelle sont décroissants.

d- La variation de la production totale lorsque les quantités des deux facteurs k et l sont multipliées par 6. En multipliant les deux facteurs simultanément par un nombre a=6 on obtient : f(6k,6)= $6^{0,70}$ P = 3,505 P. La production s'est multipliée par 3,505.

Exemple numérique (Programme dual : Min CT)

La production d'un bien P est assurée à l'aide de deux facteurs de production K et L, la relation existant entre P, K, L est la suivante : P=f(k,l)= 2 $K^{1/2}$ $L^{1/2}$. Notant que le producteur connaît l'équation de son coût total qui est de la forme mathématique suivante CT=Rd=9L+4K. Sachant que le producteur est supposé rationnel, déterminez la valeur des quantités demandées de chaque facteur pour mettre en œuvre une production P=100 unités.

Solution

Le producteur se fixe l'objectif d'atteindre un volume de production de P=100 unités. Notant P=f(k,l)= 2 $K^{1/2}$ $L^{1/2}$ = Q_0 = 100 unités. En fixant un niveau de production jugé optimal, le producteur doit agir sur le niveau de ses dépenses en minimisant le coût total de production.

$$\begin{cases} \text{Min. } Rd = 9L+4K \text{ ---------------}1 \\ \text{s/c } p = f(l, k)= 2\, K^{1/2} L^{1/2} = 100 \text{---------------------------------}2 \end{cases}$$

a- Ecriture de l'équation 2 sous forme g(k,l)=0

$2\quad K^{1/2} L^{1/2} -100= 0$**--------------------------2**

b- Écriture de la fonction de Lagrange notée **F(l,k, λ)** avec introduction du multiplicateur de Lagrange **λ.**

F(l,k, λ) = $9L+4K + \lambda\, (2\, K^{1/2} L^{1/2} -100)$

c- Développement de la fonction de Lagrange

F(l,k, λ) = $9L+4K + \lambda\, 2\, K^{1/2} L^{1/2} - \lambda 100$**----------------1**

d- Envisager la solution qui minimise la fonction de Lagrange (l'équation 1). Il convient de chercher les quantités optimales de k et de l vérifiant les conditions suivantes (toutes les dérivées s'annulent en même temps).

$$\begin{cases} \mathbf{F_l'} = \mathbf{0} \Rightarrow 9-\lambda\, 2\, (1/2)\, K^{1/2} L^{-1/2} = 0 \Rightarrow \lambda\, K^{1/2} L^{-1/2} = 9 \Rightarrow \lambda = 9\, L^{1/2} / K^{1/2} \text{ --------I} \\ \mathbf{F_k'} = \mathbf{0} \Rightarrow 4-\lambda\, 2\, (1/2)\, K^{-1/2} L^{1/2} = 0 \Rightarrow \lambda\, K^{-1/2} L^{1/2} = 4 = 0 \Rightarrow \lambda = 4\, K^{1/2} / L^{1/2} \text{ ---II} \\ \mathbf{F\lambda'} = \mathbf{0} \Rightarrow 2\, K^{1/2} L^{1/2} -100= 0 \text{----------III} \end{cases}$$

En égalisant l'équation I et II nous concluons que :

$$\lambda = 9\, L^{1/2} / K^{1/2} = 4\, K^{1/2} / L^{1/2}$$

Donc $9L^{1/2} / K^{1/2} = 4\, K^{1/2} / L^{1/2} \Rightarrow 9L^{1/2} L^{1/2} = 4\, K^{1/2} K^{1/2} \Rightarrow 9L = 4\, K$

Remplaçant L =4 K/9 dans l'équation III $\Rightarrow 2\, K^{1/2} (4K/9)^{1/2} -100= 0$

III $\Rightarrow 2\, K^{1/2} (4)^{1/2} K^{1/2} / 9^{1/2} = 100 \Rightarrow 2\, (4)^{1/2}\, K^{1/2} K^{1/2} / 9^{1/2} = 100$

$\Rightarrow 4\, K/ 3 = 100 \Rightarrow K= 300/4= 75$ unités et $L=4\, K/9=4(75)/4=33{,}33$ unités

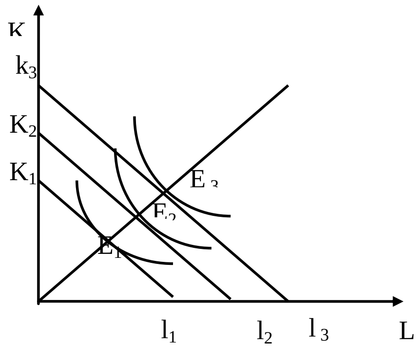
Les quantités optimales de facteur sont (K_0, L_0) =(75, 33,33) et Min CT=9(33,33)+4(75)=600 DA.

3. Le sentier d'expansion de l'entreprise

Le sentier d'expansion d'une entreprise a pour forme **d'une droite[3] passant par l'origine et reliant l'ensemble des points d'équilibre.** Cette droite peut être déterminée mathématiquement par la formule suivante : TMST k à l =Pmgk/Pmgl = Pk/Pl

[3] Dans le cas d'une fonction de production homogène.

figure N° 4: le sentier d'expansion de producteur



Source : Etablie par l'auteur

Le sentier d'expansion ou courbe d'échelle est l'ensemble des combinaisons optimales (k^*,l^*) qui permettent de minimiser le coût total lorsque le niveau de production change. Il exprime la dépense minimale à engager pour chaque niveau de production. Il s'agit d'une représentation graphique des différents points d'équilibre (E_1, E_2, $E_{3,...}$) correspondant à des points de tangence entre les courbes iso-produit (donné par le TMST) et les lignes iso-coût (donné par le rapport des prix). Chaque point du sentier représente une situation d'optimalité du producteur.

La théorie néoclassique suggère qu'en concurrence pure et parfaite, les producteurs sont des preneurs de prix. Entant qu'agent parfaitement rationnel et bien informé, le producteur est soucieux de mettre en place un plan de production efficace, lui permettant, d'atteindre son équilibre sur le marché. Cet objectif correspond graphiquement à faire coïncider la courbe iso-produit de la valeur la plus élevée à la ligne iso-coût correspondant à un coût total donné qui ne s'écarte pas généralement du coût minimum.

Deuxième Partie : Approche économique par les fonctions de coût et analyse dynamique de l'équilibre du producteur

La notion du coût de production se rapporte à la somme des dépenses occasionnées par le processus de production. La théorie néoclassique suggère par la rationalité, axiome fondamental de l'individualisme méthodologique, que les producteurs chercheraient intuitivement, à maximiser leurs gains en tenant compte du niveau des coûts comptables de production (coûts explicites) mais également du coût d'opportunité (coûts implicites) afin d'en tirer un gain absolu.

Sur le plan économique, il serait pré-judicieux pour un entrepreneur de bien pronostiquer ses coûts implicites (coût d'opportunité) afin d'aboutir à une meilleure utilisation de son stocks de ressources et d'atteindre son optimum de production.

Dans cette deuxième partie, nous présenterons une analyse microéconomique fondée sur deux approches. Une approche économique par l'analyse des fonctions de coûts de production et une approche théorique inspirée de l'équilibre général de marché (l'équilibre parétien).

Chapitre IV : La notion de courbe de possibilité de production et des choix optimaux

La courbe de possibilité de production correspond à la courbe des planifications de production. Elle constitue une projection des différentes combinaisons optimales de production(X et Y) se rapportant à une affectation optimale des ressources. En disposant de plusieurs alternatifs d'emploi de ses ressources, il convient à chaque producteur de bien apprécier sa courbe de possibilité de production afin d'évaluer l'ampleur de ses coûts d'opportunité[4](coûts alternatifs de production) sur le niveau de son profit. Il devra alors choisir parmi toutes les valeurs de production, celle qui correspond à une meilleure utilisation alternative de ses ressources. Cependant, pour la production de deux biens équivoques X et Y, l'entrepreneur aurait le choix, dans l'hypothèse d'une utilisation rationnelle de ses ressources, de sacrifier le bien X en faveur de la production du bien Y. Dans ce cas, la production optimale pour cette période de temps de planification, serait alors Qy_{0max}avec Qx=0. Dans le cas, où il choisit de produire uniquement X, la valeur maximale de la quantité produite serait Qx_{0max}avec Qy=0. Lorsque, l'entrepreneur opte pour une production de combinaison des deux biens, il lui reviendra de déterminer la situation où le transfert de ressources de la production d'un bien vers l'autre, l'entraîne à l'équilibre au sens de Pareto. On cherchant à maximiser son profit, l'entrepreneur détournera ses potentialités de production d'une branche vers l'autre au fur et à mesure que chaque unité de ressources transférée lui rapporte encore plus de gains du fait d'une adaptation plus spécialisée dans la production de l'un des deux biens par rapport à l'autre. Ce qui revient à une augmentation de la production de l'un des deux biens. Plus est importante cette production, plus est grande la quantité de l'autre bien à renoncer. De ce fait, les coûts de production seront évalués en tenant en compte non seulement des coûts explicites engendrés par la production en question mais également de ceux qui auraient pu être dépensés dans l'autre branche c'est-à-dire les coûts de production dans la branche[5] correspondante au bien sacrifié[6] (c'est le coût implicite de production)[7].

---

[4] Ces derniers permettent de mesurer la valeur de la production d'un bien quelconque à sacrifier au détriment de la production d'un autre bien

[5] Les coûts par rapport à la quantité du bien sacrifié

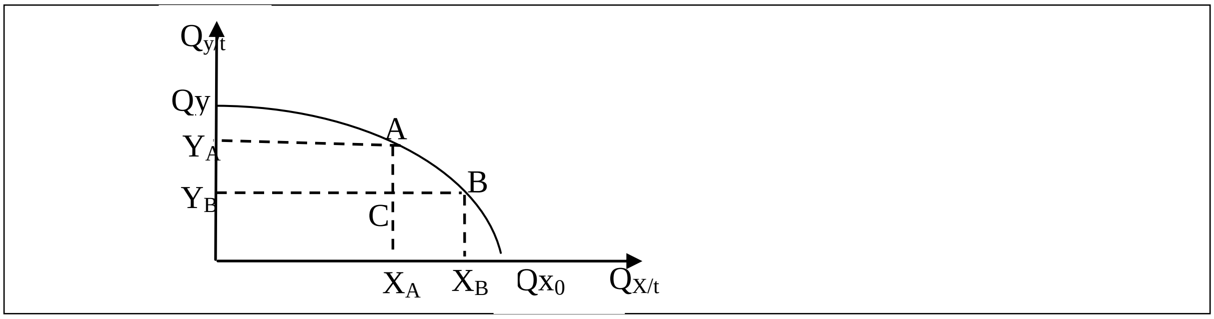
[6]Dominique C-R (1979), « Analyse microéconomique », Publication des presses de l'université de Laval, Québec, pp 217-220.

[7] Idem.

1. Notion du taux de transfert de ressources

Le taux de transfert de ressources d'une branche vers l'autre soit de A vers B est appelé le taux marginal de transfert $TMT_{X \text{ à } Y}$. Il correspond au nombre d'unités de production d'un bien soit Y qu'il faudrait renoncer pour produire une unité supplémentaire d'un autre bien soit X. Ce taux correspondant au taux d'échange entre les deux biens X et Y. Il mesure la pente de la courbe de possibilité de production en un point quelconque. Sa valeur est d'autant plus élevée, en se déplaçant du haut vers le bas de cette courbe (A vers B) du fait d'un transfert de ressources de la branche la moins adaptée soit Y vers la branche la plus adaptée X. Les premières unités transférées sont d'autant plus adaptables à X qu'à la production de Y. L'accroissement de la production de X et d'autant plus important que la diminution de la production de Y du fait que les facteurs les plus spécialisés et les plus adaptés dans la branche Y sont d'autant les moins adaptés dans la branche X ce qui signifie qu'il faudrait sacrifier autant de Y pour chaque accroissement supplémentaire de X. Ainsi le déplacement le long de la courbe soit du haut vers le bas signifie une augmentation du TMT. La croissance du TMT explique la forme concave de la courbe de possibilité de production[8].

Figure N°5 : **courbes de possibilité de production ou de transfert des produits**



Source : Dominique C-R (1979), « Analyse microéconomique », Publication des presses de l'université de Laval, Québec, p 219.

Après avoir pronostiqué son profit économique, l'entrepreneur prendra en compte dans son calcul, le coût de production total comportant les coûts implicites et les coûts explicites. Il assignera pour chaque dépense effectuée dans l'achat des facteurs de production, une meilleure affectation alternative de la ressource en la coïncidant le plus au mieux aux coûts d'opportunité. D'un point de vue comptable, les coûts implicites n'engendrent pas de dépenses c'est-à-dire de sortie d'argents pour l'entreprise (dépenses

[8]Dominique C-R (1979), « Analyse microéconomique », Publication des presses de l'université de Laval, Québec, p 218.

cachées). De ce fait, dans le calcul du profit, le comptable ne les retiendra pas en compte. Seuls les coûts engendrés par la production (les coûts explicites) qui seront retenus comme coûts totaux de production.

1.1 Fonction de coût de production de courte et de longue période

L'examen des fonctions de coûts de production, nécessite le discernement des conditions[9] sous lesquelles s'opèrent les choix optimaux et les allocations efficientes des ressources rares. Dans la vision néoclassique, l'environnement économique de l'entreprise devrait constituer une condition idyllique subjuguant aux mêmes règles de transparence et de parité, les convoitises des entrepreneurs emmenées par leurs intuitions rationalistes. L'environnement de concurrence pure et parfaite est une condition infaillible de quintessence dans la mesure où la structure du marché délègue pour l'ensemble des intervenants une information complète et harmonieuse favorisant dans un état permanent de compétition et de rivalité, l'équilibre au sens de Pareto (optimum économique). La théorie néoclassique accorde une grande importance à cette vision idéaliste qu'exerce le marché par ses jeux d'offre et de demande dans la formation des prix.

Les mécanismes d'autorégulation du marché font des agents économiques des preneurs de prix impuissants pour parvenir individuellement à modifier leur structure. Ils sont suffisamment nombreux pour que chacun d'entre eux ne puissent agir par leurs propres intérêts afin d'exercer une tyrannie de marchés (atomicité du marché) et ils sont sciemment libres et dans la persuasion de l'intérêt que porte leur autonomie dans leurs prises de décisions. Ils sont dans la liberté de vouloir choisir de renoncer ou de pénétrer un marché quand ses conditions tournent pour ou contre à leur encontre. Les facteurs de production et les ressources doivent être parfaitement mobiles pour pouvoir les transférer d'une branche vers l'autre sans délais ni coûts supplémentaires recourant à leur nécessité de conversion. Les biens et les produits échangés sur le marché doivent être de qualités semblables de manière est ce que les offreurs et les demandeurs ne soient indifférents de reconnaitre leurs co-échangeurs. Lorsque cet ensemble de conditions s'unissent sans n'en compromettre aucune de ses règles, la concurrence pure et parfaite régit le marché en raidissant les choix rationnels vers un optimum de Pareto[10].

---

[9] Il s'agit des conditions (hypothèses) de concurrence pure et parfaite.
[10] Dominique C-R (1979), « Analyse microéconomique », publication des presses de l'université de Laval, Québec, pp 218-220.

1.2 Analyse des fonctions de coût de production en courte et longue période en concurrence pure et parfaite

Dans la courte période, on distingue les fonctions de coûts totaux et des coûts moyens de production (coûts unitaires) [11]:

-Le coût variable total ou le coût opérationnel (CVT) : ce sont l'ensemble des dépenses qui évoluent avec les quantités fabriquées (dépenses ou coûts liés directement au processus de production tels que les salaires des travailleurs, la matière première, etc.). Ils sont plus au moins proportionnels aux quantités d'output. Leur équation est de forme : $CVT=f(Q)=P_l l$ (avec P_l le prix du facteur variable et l la quantité employée du facteur variable L).

-Le coût fixe Total ou charges de structures CFT: ce sont des dépenses indépendantes du volume de production. Ces coûts correspondent aux charges de structure (les investissements durables : immobilisations corporelles et incorporelles, loyer, charges administratives, etc.). L'équation des coûts fixes est : $CFT= P_K\, k$ = constante, avec P_k le prix du facteur Fixe et k la quantité employée de ce facteur K).

-Le coût total de production CT: il s'agit de l'ensemble des coûts de production (coûts opérationnels ou CVT et charges de structures CFT) nécessaires à la mise en œuvre d'un volume de production donné $CT = CVT+CFT =f(Q)+CF= P_l\, l+ P_K\, k$.

-Le coût fixe Moyen CFM : représente le coût fixe par unité produite: $CFM= CF/Q= P_K\, k/Q = P_K/PPM_K$ avec PPM_K la productivité physique moyenne de K).

Le coût variable Moyen CVM : c'est le coût variable engedré par chaque unité produite : $CVM=CV/Q = P_l\, l/Q = P_l/PPM_l$ avec PPM_l la productivité physique moyenne de L).

-Le coût total moyen CTM: c'est le coût global par unité ou la dépense totale engendrée par chaque unité produite. $CTM=(CFT+CVT)/Q = CFM+CVM=P_K/PPM_K+ P_l/PPM_l$.

-Le coût marginal Cm: c'est le supplément de coûts engendré par chaque unité supplémentaire produite ou s'est la dérivée prmière de la fonction de coût par rapport à l'output Q . $Cm=dCT / dQ = (CT)'= f'(Q)$.

[11]Dominique C-R (1979), « Analyse microéconomique », publication des presses de l'université de Laval, Québec, pp 224- 227.

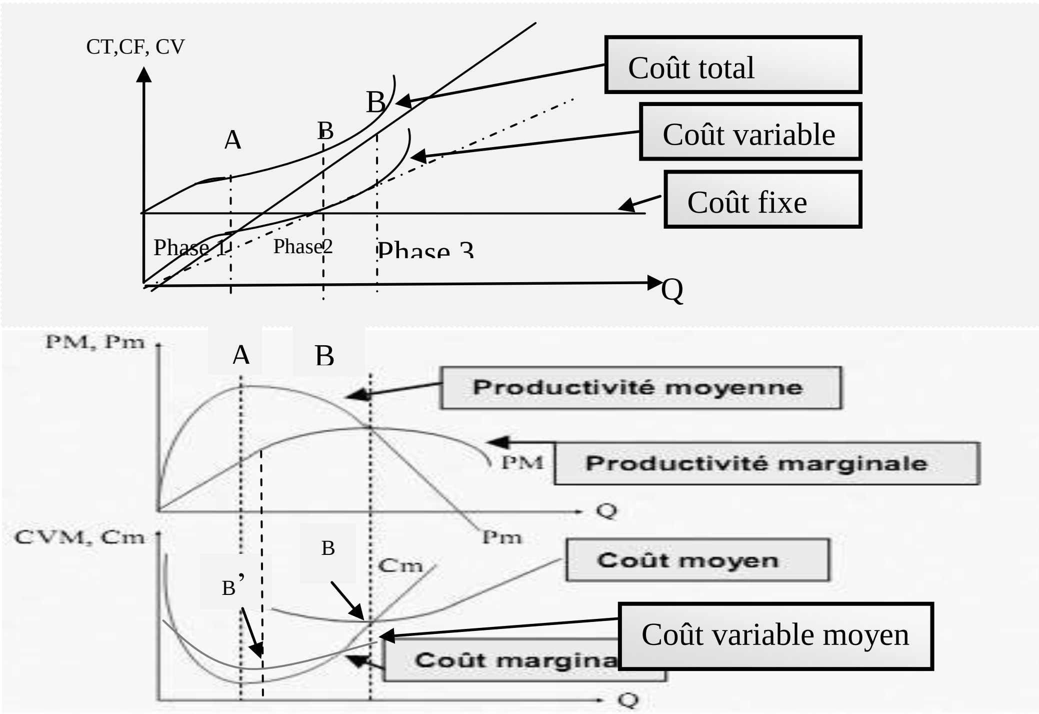
Le coût total de production est décomposé en un coût fixe et un coût variable. Ce coût met en relation les quantités produites et les coûts d'emploi des faceurs de production :
$CT = P_l\ l + P_K\ k$. Dans la courte période, la forme de la coube du coût total interpréte la manière avec laquelle évolue la production et les dépenses qu'elle génére. La figure N°6, indique que le coût total n'est que le coût variable décalé vers le haut par le montant du coût fixe. Sa courbe n'est qu'une « image réfléchie »[12] de la courbe de productivité physique totale[13]. Etant donné, que les charges de structures (coûts fixe) restent contantes, l'augmentation de la production obtenue à l'aide d'un seul facteur variable dépendra uniquement du taux d'utilisation de ce dernier. Les deux courbes représentatives des coûts totaux C_t et C_{vt} présentent chacune un point d'inflexion conformément à **la loi des rendements décroissants (** ce qui se traduit par l'allure de ces courbes). Ainsi, dans un premier temps, les coûts de production augmentent à un taux **plus que proportionnel** à l'augmentation de la quantité de facteurs de production utilisés, puis, à partir de ce point d'inflexion, l'augmentation des coûts de production s'effectue à un rythme **moins que proportionnel**. En effet, l'analyse de la contribution au coût total de chaque unité supplémentaire produite, indique la présence de trois phases[14]de production. Dans une première phase (phase 1 : rendements croissants), l'accroissement de l'input L entraine une augmentation plus que proportionnelle de l'output Q. Dans ce cas, le supplément de prodution est croissant alors que le coût total par unité est décroissant. La diminution du coût total moyen CTM=CFM+CVM s'interprète par la baisse du coût fixe et du coût variable pour chaque unité produite puisque le coût fixe unitaire évolue au sens inverse de l'output Q (CFM=CF/Q) et le coût variable unitaire varie à l'inverse de la productivité moyenne (CVM= CV/Q= P_l/PPML). Autrement dit, la quantité du travail nécessaire pour mettre en œuvre une unité d'output est en baisse. Quand les quantités produites augmentent, les rendements des travailleurs augmentent (dextérité des travailleurs) et leurs salaires augmentent mais de façon non proportionnelle. A partir d'un certain point soit A

---

[12]Dominique C-R (1979), « Analyse microéconomique », Publication des presses de l'université de Laval, Québec, p 237.
[13] Idem.
[14]Dans la courte période, la fonction de production montre deux phases distinctes. Une première phase représentant des rendements croissants puis une seconde montrant une décroissance des rendements. C'est la loi des rendements marginaux décroissants qui s'énonce lorsque l'on combine dans le processus de production des quantités d'inputs variables L à d'autres maintenus fixes soit K, il en résulte que dans un premier temps, l'accroissement de l'input L (variable) entraine un accroissement plus que proportionnel de la quantité d'output, ce qui engendre une augmentation des produits marginaux (rendemens croissants). A partir d'un certain point A, seconde phase, l'accroissement de l'input (variable), entraine la décroissance de la productivité additionnelle (un accroissement moins que proportionnel de l'output) car la capacité de prodution de l'entreprise est limitée par le stock de capital initial K supposé fixe.

(la phase 2: rendements décroissants), l'augmentation des quantités de l'input L (soit le nombre de travailleurs) entraine une augmentation moins que proportionnelle de l'output Q. Cette baisse du supplément de production se traduit par la diminution de la productivité du facteur travail (le rendement des travailleurs décroit). Quand le nombre de travailleurs augmentent sans que la taille de l'entreprise ne se modifie, leur productivité décroit et les coûts salariés augmentent. Cette situation engendrent des déséconomies d'échelle pour l'entreprise. Quand le coût moyen est minimun, nous constatons qu'il s'égalise au coût marginal (point B').

Figure N°6: **courbes des coûts totaux, des coûts moyens et des productivités**



Source : Figure établie par nos soins à partir de l'ouvrage Dominique C-R (1979), « Analyse microéconomique », publication des presses de l'université de Laval, Québec, p 227.

La nature des rendements d'échelle (ratio S) dépend de l'évolution du coût total unitaire par rapport à l'accroissement du supplément de production. Ce ratio est mesuré par le rapport du coût moyen au coût marginal et se définit par l'inverse de l'élasticité du coût total par rapport à la quantité produite Q : $S=CM/Cm=1/(Cm/CM)=1/(\delta CT/\delta Q/(CT/Q) = 1/(\delta CT/\delta Q)Q/CT) \Rightarrow S=1/E(CT,Q)$. Quand le coût total augmente dans la même proportion de l'output Q, l'élasticité E(CT,Q) devient unitaire $E(CT,Q)=1 \Rightarrow S=1/E(CT,Q) =1$ alors les rendements d'échelles sont constants. Quand le coût total augmente moins vite que la production, l'élasticité devient inférieure à l'unité E(CT,Q) <1 ⇒ S>1 et les rendements d'échelle sont alors croissants (phase 1). Inversement, quand le coût total augmente plus vite que la production, l'élasticité devient supérieure à l'unité E(CT,Q) >1⇒S<1et les rendements sont décroissants (phase 2).

Exemple numérique (calcul des différentes catégories de coûts) :

Exemple 1 : Compléter le tableau et déduire la nature des rendements d'échelle de la firme

Tableau N°7 : Calcul des différentes catégories de coûts de production

p	Coût fixe (C_f)	Coût variable (C_{vt})	Coût total (C_t) = (C_f) +(C_{vt})	Coût fixe moyen (C_f/p)	Coût variable moyen (C_{vt}/p)	Coût total moyen (C_t/p)	Coût marginal Cmg = (dC_t/dp)
1	180	120	300	180	120	300	-
2	180	140	320	90	70	160	20
3	180	159	339	60	53	113	19
4	180	190	370	45	47.5	92.5	31
5	180	230	410	36	46	82	40
6	180	321	501	30	53.5	83.5	91

Source : Etabli par l'auteur

-Nature des rendements d'échelle : De P=1 à 5, le coût total moyen est décroissant. Les rendements d'échelle sont croissants (il y'a Economie d'échelle). De 5 à 6, le coût moyen est croissant. Les rendements d'échelle devient décroissants (il y'a déséconomies d'échelle).

Exemple 2 :

Une entreprise fabrique un produit chimique « Q=P » en très petites quantités (Centilitres). La fonction du coût total est donnée par l'équation mathématique suivante :

$$CT= \frac{1}{3}Q^3 - \frac{1}{4}\ Q^2 + 0{,}75\ Q$$

Les valeurs des coûts de production sont exprimées en Milliers de DA.

a- Donnez l'expression mathématique du coût marginal en fonction de Q. Quelle est la valeur de la production qui minimise le coût marginal?

b- Donnez l'expression mathématique du coût moyen en fonction Q. Quelle est la valeur de la production qui minimise ce coût en utilisant les deux méthodes ?

c- Quelle est la valeur du coût fixe qu'on peut déduire à travers l'équation du coût total ?

Solution :

a- L'expression du coût marginal (Cm): Cm= $(CT)'$-------------dérivée du coût total par rapport à Q

$$Cm = (CT)' = \frac{1}{3}(3)\,Q^2 - \frac{1}{4}\,(2)\,Q + 0{,}75 = Q^2 - \frac{1}{4}\,(2)\,Q + 0{,}75$$

$$Cm = Q^2 - \frac{1}{2}Q + 0{,}75$$

La valeur de la production qui minimise le coût marginal : (En mathématique, une fonction est à son point minimum (ou maximum) implique que sa dérivée est nulle).

Cm est minimum $\Rightarrow (Cm)' = 0 \Rightarrow (Cm)' = 2Q - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow 2Q = \frac{1}{2} \Rightarrow$ **Q = $\frac{1}{4}$ Centilitres**

b- L'expression mathématique du coût moyen en fonction Q

$$CM = CT/Q = (\frac{1}{3}Q^3 - \frac{1}{4}\,Q^2 + 0{,}75\,Q)/Q$$

$$CM = \frac{1}{3}Q^2 - \frac{1}{4}\,Q + 0{,}75$$

La valeur de la production qui minimise le coût moyen en utilisant deux méthodes :

Première méthode : Nous savons que la courbe du Cm coupe celle du CM en son point minimum (point B' :Figure 6) :

CM est Minimal $\Rightarrow$ CM= Cm$\Rightarrow Cm = Q^2 - \frac{1}{2}Q + 0{,}75 = \frac{1}{3}Q^2 - \frac{1}{4}\,Q + 0{,}75$

$Q^2 - \frac{1}{3}Q^2 + \frac{1}{2}Q - \frac{1}{4}\,Q = 0 \Rightarrow \frac{2}{3}Q^2 - \frac{1}{4}Q = 0 \Rightarrow \frac{2}{3}Q^2 = \frac{1}{4}Q \Rightarrow \frac{2}{3}Q = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow$ **Q = $\frac{3}{8}$ Centilitres** ;

Deuxième méthode : CM est minimum implique que sa dérivée est nulle

$CM_{min} \Rightarrow (CM)' = 0 \Rightarrow \frac{2}{3}Q - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow$ **Q = $\frac{3}{8}$ Centilitres**

c- La valeur du coût fixe qu'on peut déduire à travers l'équation du coût total : **CF=0.**

2. Les conditions d'équilibre du producteur

Théoriquement, le point B (Figure 7) correspond au point où le profit est positif. Il indique le seuil de rentabilité de l'entreprise (optimum technique). Ce point correspond à la valeur d'égalisation entre le coût du supplément de production Cm et celui du coût unitaire minimum CTM. A partir de cette valeur minimale de dépenses, l'entrepreneur optimise l'emploi de ses ressources et atteint son objectif de maximisation de profit. Mathématiquement, le seuil de rentabilité est atteint quand le profit est positif ($\Pi \geq 0$) donc quand l'écart entre les Recettes-Dépenses est supérieur ou égal à zéro :

Π= (P.Q – CT)≥0 ⇒(P.Q – CT)≥0⇒ (P.Q)≥ CT⇒P ≥ CT/Q⇒**P ≥ CTM** car (CT/Q= CTM)

Nous pouvons remarquer que l'entrepreneur atteindra **le seuil de rentabilité (P_R =Cm=CTM**) quand le prix de vente (le prix au seuil de rentabilité **P_R**) serait supérieur ou égal à son coût unitaire de production CTM . D'autre part, son profit sera bien évidemment maximiser, quand, ces deux conditions seront vérifiées (Max Π=P.Q – CT):

-La dérivée première est nulle :$\delta\Pi/\delta Q=0 \Rightarrow \delta(P.Q - CT)/\delta Q=0 \Rightarrow \delta(P.Q)/\delta Q - \delta CT/\delta Q=0$

$\Rightarrow \delta(P.Q)/\delta Q - \delta CT/\delta Q=0 \Rightarrow P-Cm=0$ car $(\delta CT/\delta Q=Cm) \Rightarrow$ **P=Cm**.

-La second dérivées et inférieure ou égale à 0 ⇒ :$\delta^2\Pi/\delta^2 Q \leq 0 \Rightarrow \delta(P-Cm)/\delta Q \leq 0$

$\Rightarrow \delta P/\delta Q - \delta Cm/\delta Q \leq 0 \Rightarrow 0-\delta Cm/\delta Q) \leq 0 \Rightarrow - \delta Cm/\delta Q) \leq 0 \Rightarrow +$**$\delta Cm/\delta Q \geq 0$**

La condition d'optimisation du profit correspond à l'égalité du prix de marché à son coût marginal mais dans sa partie croissante (phase 3). Graphiquement, l'optimum de production (optimum économique) est représenté par la droite B'B où (Cm ≥ CTM). Il est situé au **dessus du seuil de fermeture**[15] (point B') et au dessous du seuil de rentabilité (point B).

Nous pouvons conclure que l'entrepreneur continuera de produire tant que le prix de vente serait supérieur ou égal à son coût unitaire minimum (RT>CT). Au-dessous du seuil de fermeture P_F, (prix de vente inférieur au coût variable minimum : **P_F =Cm=CVM)**, l'entrepreneur dégagera des pertes et il sera évincé du marché et au-dessus de ce seuil (fermeture), il réalisera des bénéfices et dégagera des revenus positifs lui permettant de couvrir ses coûts de production.

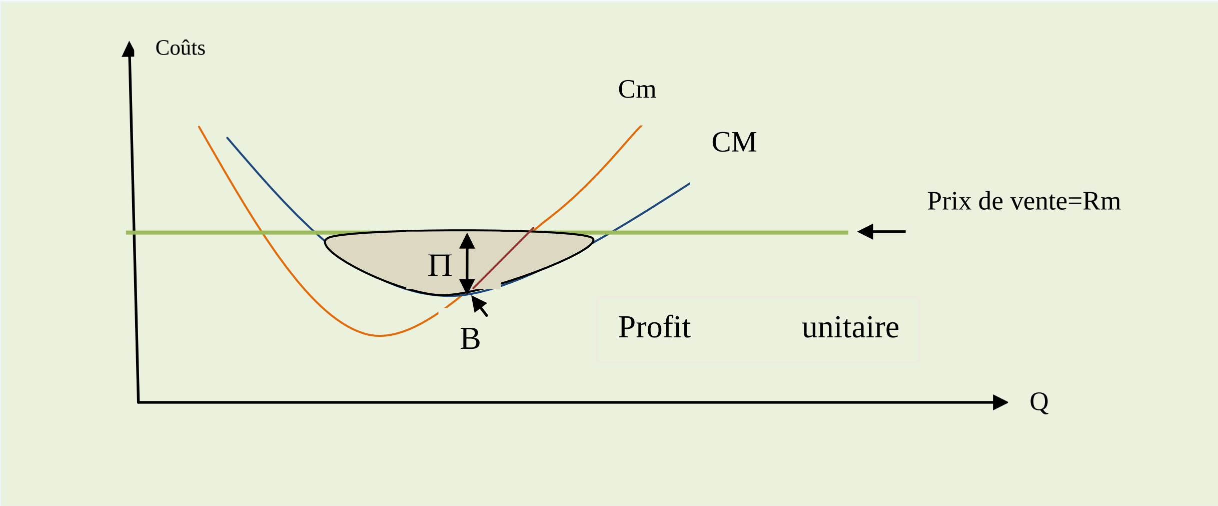
En courte période, le prix de vente P s'égalise à la valeur de la recette marginale Rm et de la recette moyenne RM (P=Rm= RM). On sait que la Recette totale Rt=P.Q ⇒Rm= δRT/δQ=δ (P.Q)/δQ⇒Rm= P et RM= RT/Q= (P.Q)/Q=P

L'équilibre du producteur serait atteint quand le prix de marché correspondra au coût marginal **P=Cm=Rm** avec Cm croissant (sachant que Cm ≥ CTM). Tans que la recette marginale dépassera le coût marginal Rm>Cm, l'entrepreneur continuera de produire jusqu'au point d'égalisation du coût marginal au coût moyen. **La valeur maximale du profit, sera alors égale à la recette moyenne (P=Rm=RM) diminuée du coût moyen minimum.**

---

[15] Minimum du coût variable moyen.

Figure N°7 : Zone de rentabilité (profit positif) et profit unitaire maximum



Source : Etablie par l'auteur

Exemples numériques d'application de la règle de maximisation du profit en CCP[16] (P=Cm=Rm) et équilibre de marché :

Exemple 1 :

Soit la fonction de coût total d'une firme donnée par l'équation $CT = 20 + ¼ Q^2$

a- Pour un prix de marché P =10 Da, Quel prix devrait exiger la firme?

b- Quelles sont les quantités qui permettent de maximiser les profits de la firme?

c- Calculer le niveau de ces profits?

Solution :

a- En concurrence pure et parfaite les producteurs sont des preneurs de prix donc la firme ne peut pas choisir son prix et doit s'aligner en vendant au prix de marché P=10 Da.

b- La quantité qui maximise les profits Π : application de la règle de maximisation **P=Cm**

$\Rightarrow$ nous avons $Cm = Cmg= (CT)'_Q = ½\ Q \Rightarrow$ **P=Cm**$\Rightarrow 10= ½Q \Rightarrow Q^* =20$ unités.

c- Profits Π est donné par la différence entre les recettes RT et dépenses CT $\Rightarrow$ Π=RT – CT

Les recettes CT= Prix de vente unitaire multiplié par les quantités vendues soient :

$RT=P\ Q^* = 10*20 = 200$ et $CT=20+¼(20)^2 =120$

$\Rightarrow \Pi = (10*20) – [20+¼(20)^2] =200-120 = 80$

Profits = 80 Da

Exemple 2 :

Soit la fonction de coût total suivante : **CT = 150 + ½Q2**

---

[16] Concurrence pure et parfaite.

a- Pour un prix de marché de 15 Da, quelle quantité produire afin de maximiser le profit ou de minimiser ses pertes?

b- Quel sera le profit (perte) si la firme prend une décision optimale?

Solution :

a- La quantité qui maximise le profit Π : application de la règle de maximisation **P=Cm** $\Rightarrow$ nous avons Cm = Cmg= $(CT)'_Q$ = Q $\Rightarrow$ **P=Cm**$\Rightarrow$15=Q$\Rightarrow$ **Q^* =15 unités**.

b- Π=RT –CT = (15*15)- (150+½ $(15)^2$ = 225 – 262,5 = - 37,5. Il s'agit d'**une perte** de 37,5 Da.

Exemple 3 (calcul de la recette totale R_T, marginale R_m) :

a- Soit RT= 200 Q- $4Q^2$. Donnez l'équation de la recette moyenne puis marginale.

b- Complétez le tableau en calculant :

- La recette totale RT.
- La recette moyenne RM.
- La valeur de la recette maximale RT_{max}.

Solution :

RT =20 Q- $4Q^2$$\Rightarrow$ **RM**=RT/Q = 20 Q- $4Q^2$/ Q $\Rightarrow$ **RM** = 20 – 4Q

Rm = (RT)'=20-8Q.

Recette maximale RT_{max} = 25. Par ailleurs, RT est maximale $\Rightarrow$ (RT)'=0

$\Rightarrow$ (RT)'=20 -8Q=0$\Rightarrow$ 20 =8Q$\Rightarrow$ Q=20/8 =2,5 unités

Tableau N° 8: Calcul de l'équilibre du producteur

Q	**RT=**20 Q- $4Q^2$	**RM =RT/Q**
1	**16**	**16**
2	**24**	**12**
2,5	**25**	**10**
3	**24**	**8**
4	**16**	**4**
5	**0**	**0**

Source : Etabli par l'auteur

Exemple 4 (équilibre de marché) :

Les fonctions de demande et d'offre de marché sont les suivantes :

Qd = 340 – 2p----------------Demande de marché.

Qo = 120 + 3p----------------Offre de marché.

Soit l'équation du coût total de la firme I donnée par : CT = 12 + 8Q +4 Q^2

a- Quelle sera la quantité que doit produire la firme I pour maximiser son profit ? Donnez son profit.

b- Combien de firmes compte le marché?

c- Donnez les seuils de rentabilité et de fermeture ?

d- Comment le marché s'ajustera-t-il à long terme? Combien y aura-t-il de firmes?

Solution :

a- Calcul du prix et de la quantité d'équilibre du marché ?

- En CPP, l'équilibre s'établit quand l'offre égale à la demande Qo = Qd

$\Rightarrow$Qo = Qd$\Rightarrow$120 + 3P =340 – 2P$\Rightarrow$340-120=3P+2P$\Rightarrow$220=5$\Rightarrow$ **P^*=44 Da**.

Le prix d'équilibre s'établit à 44 Da pour cette industrie. La quantité d'équilibre sera de Qd=Qo= 340-2(44)=120+3(44)= 252 unités $\Rightarrow$ **Q^*=252 unités.**

La quantité que doit produire la firme I pour maximiser son profit : Cm=P^*.

- Cm=$P^*$$\Rightarrow$ $(CT)'$ =$P^*$$\Rightarrow$8+8Q=$44^*$$\Rightarrow$8Q=44-8=36$\Rightarrow$**$Q_I$=36/8= 4,5 Unités.**

Profit Π= RT-CT =P^* Q_I – CT. Nous avons CT=12+8(4,5)+4$(4,5)^2$ = 129 Da et RT=44(4,5)=198$\Rightarrow$ **Profit Π=198 – 129 = 69 Da**

b- Le nombre de firmes présentent sur le marché.

L'offre de marché est donnée par Q^*=252 unités et l'offre de la firme I est de Q_I= 4,5 Unités. Avec un prix d'équilibre qui s'établit à **P^*=44 Da** alors le nombre de firmes (part de marché égale) sera donné par Q^*/ Q_I =252 /4,5 = 56 firmes.

c- les seuils de rentabilité et de fermeture :

(CT = 12 + 8Q +4 Q^2)

- **Au seuil de rentabilité** : **Cm =CTM**

$\Rightarrow$ $(CT)'$=CT/Q$\Rightarrow$ 8+8Q=(12 + 8Q +4 $Q^{2)}$/Q

$\Rightarrow$8+8Q=$\frac{12}{Q}$ + 8 +4 Q$\Rightarrow$8Q-$\frac{12}{Q}$ - 4 Q = 0 $\Rightarrow$4Q - 12/Q=0$\Rightarrow$4Q^2= 12$\Rightarrow$$Q^2$= 3$\Rightarrow$Q= $\sqrt{3}$

$\Rightarrow$**Q_R= 1,732 unités.** $\Rightarrow$Au seuil de rentabilité **P_R=Cm=CTM $\Rightarrow$$P_R$ = 8 + 8(1,732)**

P_R = 21,85 DA (Au seuil de rentabilité le prix de vente s'établit à P_R = 21,85 DA)

- **Au seuil de fermeture** : **Cm =CVM**

CT = 12 + 8Q +4 Q^2 = CFT+CVT $\Rightarrow$ CFT= 12 et CVT = 8Q +4 $Q^2$$\Rightarrow$ CVM= CVT/Q

$\Rightarrow$ CVM= CVT/Q=8Q +4 Q^2 /Q = 8+4Q

$\Rightarrow$ Au seuil de fermeture **P_F=Cm=CVM** $\Rightarrow$8+8Q=8+4Q $\Rightarrow$8Q -4Q =0 $\Rightarrow$**Q_f= 0 unités.**

$\Rightarrow$Au seuil de rentabilité **P_F=Cm=CVM$\Rightarrow$ P_F=Cm$\Rightarrow$** P_F = 8 + 8(0)=8 $\Rightarrow$ **P_F= 8(Au seuil de fermeture le prix de vente s'établit à P_F = 8 DA).**

d- Comment le marché s'ajustera-t-il à long terme? Combien y aura-t-il de firmes?

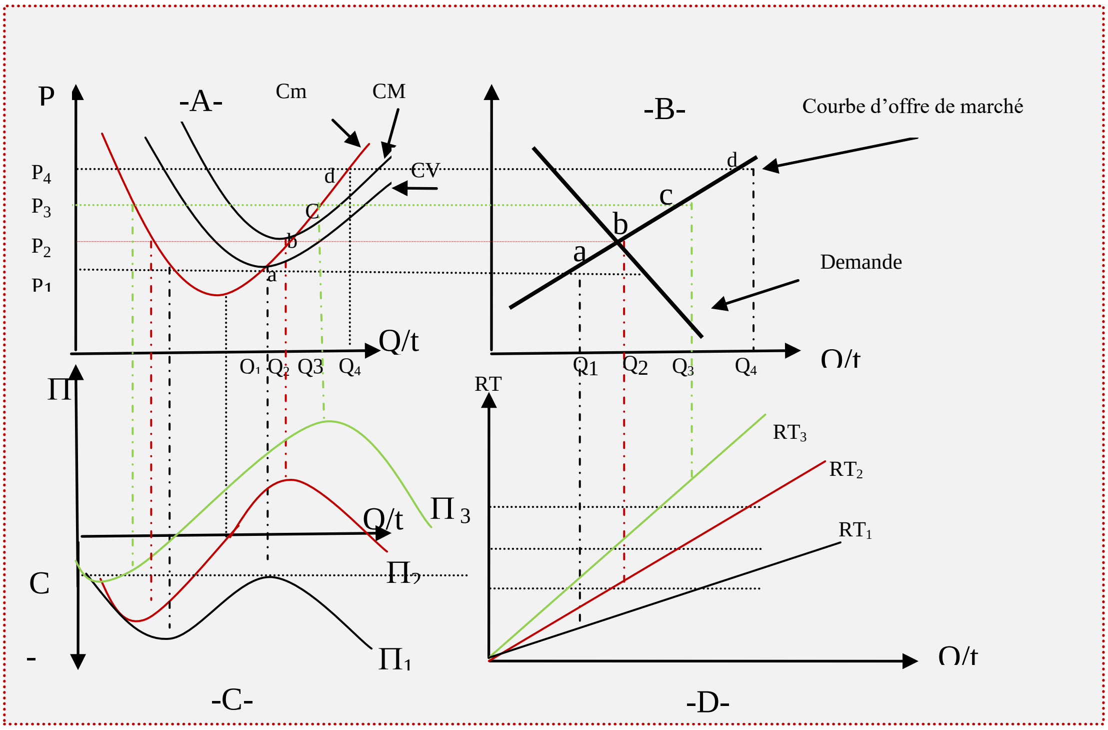
La présence de profit positif (**Profit Π de 69 Da**) va attirer de nouvelles firmes sur le marché. Ce profit indique le seuil de rentabilité de l'entreprise (optimum technique). A long terme, le prix de marché s'établira au seuil de rentabilité (**P_R = 21,85 DA)** et l'offre de marché à : Qo = 120 + 3p = 120 + 3(21,85) = 185,55 unités.

Le nombre de firmes sur le marché sera de **Q_0/ Q_R** =185,55/1,732 = 107,13 entreprises.

3. L'équilibre en courte et longue période (analyse dynamique de l'équilibre)

En courte période, chaque entreprise est incitée à produire pour tout prix de marché égalisant sa courbe de coût marginal en sa partie supérieure. Dans ce cas, le coût marginal devrait alors s'ajuster au coût moyen minimum (point B) pour que le profit soit maximum. Cependant, la courbe d'offre individuelle de l'entreprise est formée par cette partie croissante de la courbe du coût marginal (les points abcd). Elle correspond aux quantités d'output obtenues pour toutes combinaisons optimales de facteur de production. L'agrégation des courbes d'offres individuelles permet d'obtenir la fonction d'offre de l'industrie (offre de marché : fonction d'offre globale).

Figure N°8 : La variation de l'équilibre du producteur



Source : Figure établie par nos soins à partir de l'ouvrage Dominique C-R (1979), « Analyse microéconomique », Publication des presses de l'université de Laval, Québec, p259.

Les figures -A-B-C-D indiquent la variation de l'équilibre du producteur pour de différents niveaux de prix de marché. La confrontation de l'offre et de la demande indique un prix d'équilibre unique égalisant les deux fonctions d'offre et de demande. Lorsque le prix de marché d'équilibre (P_2), croise le coût marginal de production, les producteurs sont incités à produire plus, puisque le coût unitaire de production est à sa valeur minimale. Cette situation, indique que les offreurs et les demandeurs sont en jeux de contrat d'achat et de vente. La recette totale dégagée par la vente au prix d'équilibre P_2 indique un accroissement du revenu (recette totale) proportionnellement au prix de vente $P_{2.}$ Chaque unité supplémentaire produite coûte le coût marginal et rapporte le prix de marché donc la recette marginale R_m et moyenne R_M s'établissent au prix de marché $R_m= R_M=P_{2.}$ Le producteur continuera de produire tant que son prix de vente s'établit au-dessus du coût variable minimum, il cessera de produire pour un prix qui lui y inférieur. Il réalisera un profit positif quand son prix de vente s'établit au-dessus du coût moyen. Le profit est croissant et négatif quand le coût marginal est décroissant (avec $Cm< Rm=P_2$). Jusqu'au point T, le premier point d'intersection entre le prix d'équilibre et le coût marginal, le profit (perte) est à sa valeur minimale et il est croissant et positif quand le coût marginal est croissant ($Rm>Cm$ avec Cm croissant). Le profit atteint sa valeur maximale au point d'égalisation entre le coût marginal et le prix de marché ($R_m=Cm=CM_{Min}=P_2$ avec Cm croissant). A partir de ce point, le coût marginal est croissant et supérieur au prix de vente ($Rm< Cm$ avec Cm croissant). Le profit décline quand le coût du supplément de production devient plus cher est rapporte une recette marginale (un prix de vente) qui lui y inférieure. Le profit décroit quand la recette marginale s'établit au-dessous du coût du supplément de production.

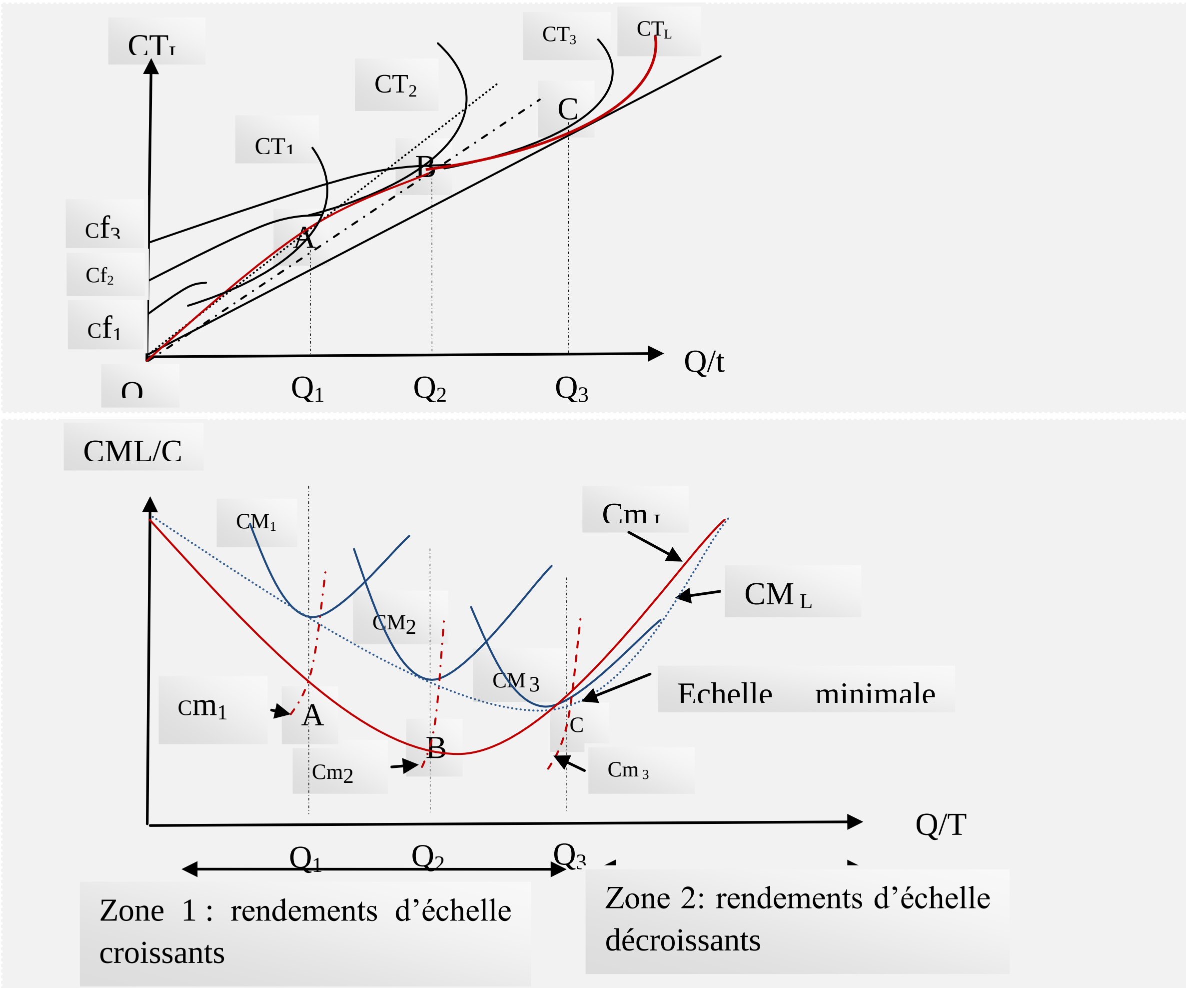
Quand les forces de marché placent le prix de vente au-dessous du prix d'équilibre soit P_1, le producteur voit sa recette totale déclinée (de $RT_{2\text{ à }}RT_1$). L'entreprise ne peut dégager de profit positif du fait que le prix de vente est tellement faible qu'il ne puisse lui couvrir ses coûts de production). Pour toutes quantités se situant entre $Q=0$ et $Q=Q_{1,}$ le profit négatif (perte) dégagé est tellement faible qu'il s'établit au dessous de la valeur des coûts fixes. Quand le prix de vente P_1 s'établit au-dessous du prix de fermeture (coût variable unitaire minimum) et le coût marginal se place au dessus du prix de marché $P_{1,}$ l'entreprise dégagera des pertes supérieures aux charges de structure (les coûts fixes ne peuvent être récupérés). Quand la recette moyenne couvre le coût variable unitaire (en produisant Q_1), le producteur arrivera à peine à couvrir ses charges opérationnelles. Pour un prix $P_{1,}$ toutes les entreprises subissent des pertes tel au point où certaines préféreraient de quitter le marché et d'autres resteraient en se contentant d'une production située au niveau de Q_1. La sortie temporaire de certaines entreprises baisserait l'offre totale et ramènerait le prix à l'équilibre.

Pour un prix de marché P_3 se situant au-dessus du prix d'équilibre, les entreprises se voient dégager un profit supérieur au profit normal puisque leur revenu net s'amplifiera par la hausse du prix de vente. La recette totale se décalera vers le haut de façon proportionnelle au prix de vente. La présence d'un profit élevé attirera de nouvelles entreprises qui contribueront ainsi à relever l'offre de marché. L'accroissement de l'offre totale ramènera le prix à l'équilibre.

La longue période est l'horizon de planification pendant lequel les entrepreneurs projettent leurs activités de production. Elle correspond à une lignée de projection des différentes stratégies d'optimisation résultant de l'augmentation du taux d'activité dans une unité de production. A chaque variation de l'échelle de production, l'entrepreneur rationnel choisira efficacement un niveau d'output concordant aux coûts minimums de production (Cf. figure N°9). La projection de ces différents choix optimaux (les points équilibres successifs de différentes courtes périodes A,B,C), aligne le producteur sur un même sentier d'expansion. Analyser les fonctions de production et de coûts de longue période revient à examiner le sentier d'expansion du producteur.

Si nous supposons qu'à chaque échelle de production, l'entrepreneur effectuera des calculs de coûts économiques optimisant sa fonction de production, nous retiendrons, en temps T_1 un niveau de production Q_1correspondant à un coût total de production CT_1. Le producteur ayant déjà installé l'usine1 dont la dimension des équipements correspondant à une production optimale Q_1, présentera des charges de structures notées CF_1.L'équation du coût total de production s'écrira $CT_{1=}\ CV_{1+}CF_1$. Le producteur atteindra l'optimum quand son profit est maximum c'est-à-dire quand son prix de vente P_1 correspondra au coût marginal dans sa partie croissante P_1=Cm_1 avec $Cm\ _1\geq$ CM_1(le coût marginal Cm_1 doit être supérieur au égal au coût moyen CM_1). Suite à une forte variation de la demande qui excède le niveau de sa production Q_1, le producteur jugera utile d'agrandir son usine (ou de modifier la dimension de son équipement soit usine 2) si son coût unitaire est d'autant moins élevé en augmentant sa production de Q1 à Q_2 c'est-à-dire que les coûts fixes devraient être inférieurs à cet accroissement de l'output. La construction de l'usine 2 engendrera de nouvelles charges de structures soit $CF_{2>}CF_{1.}$L'équation du coût total s'écrira CT_2= $CF_{2+}CV_2$. Le producteur atteindra l'optimum pour un prix de vente ($P_{2=}Cm_2$ avec $Cm\ _2\geq$ CM_2). Le taux d'utilisation du facteur fixe dépendra des coûts appropriés à chaque nouveau changement de production. Pour chaque nouvelle production plus élevée, le producteur construira de nouvelles usines (modifiera la dimension de son équipement) tant qu'il pourra encore baisser son coût unitaire($CM_{1(minimum)}<CM_{2(minimum)}<CM_{3(minimum)}$).

Figure N°9 : Les fonctions de coûts de longue période et l'équilibre du producteur



Source : Figure établie par nos soins à partir de l'ouvrage Dominique C-R (1979), « Analyse microéconomique », Publication des presses de l'université de Laval, Québec, p 227.

La figure N°9 indique que la courbe du coût total de long période CT_L(courbe OABC) est donnée par le sentier d'expansion du producteur. Elle est formée par un ensemble de tangentes en chacun de ses points à celles des valeurs minimales des courbes de coûts de courtes périodes. Cette courbe qui marque le cheminement du producteur vers la longue période est l'entoure de tous les coûts totaux de courtes périodes. En faisant varier la dimension de son entreprise, le producteur obtient sa courbe du coût Moyen de longue période (courbe de planification) tel que : $CM_{T=}CT_L/Q$. Cette courbe représente l'enveloppe de tous les coûts moyens minima de courtes périodes (courbe bleue en forme U). A mesure que la production augmente en passant de Q_0 à Q_3, le coût unitaire de longue période décroit[17](pente négative). Cette décroissance est assignable à l'effet de la planification (augmentation de la taille de l'entreprise) sur les rendements d'échelle de l'entreprise. Selon A Marshall, « un accroissement du volume total de la production d'une marchandise a ordinairement pour effet d'augmenter l'importance de cette maison type et par suite aussi les économies internes qu'elle peut faire; que ce même accroissement a toujours pour effet d'augmenter les économies externes dont bénéficie une maison de ce genre: elle peut donc produire avec une somme de travail et de peine proportionnellement moindre qu'auparavant. L'action de la nature dans la production montre une tendance au rendement décroissant, l'action de l'homme montre une tendance au rendement croissant. La loi du rendement croissant peut être exprimée ainsi : une augmentation de capital et de travail mène d'ordinaire à une organisation meilleure, qui accroît l'efficacité du capital et du travail»[18].

Le choix et la gestion efficace des moyens de production et l'amélioration de l'efficacité organisationnelle (spécialisation, une bonne coordination, apprentissage, formation et recherches, etc.) font profiter à l'entreprise d'importantes économies internes d'échelle (les rendements d'échelle sont alors dits croissants : zone 1). Par ailleurs, ces rendements d'échelle croissants peuvent être attribués aux effets des économies externes d'échelles[19]. La baisse du coût de planification peut être reliée à une expansion au niveau de la branche ou de l'industrie toute entière (activités externes à l'entreprise). Certaines entreprises appartenant à une même branche peuvent par exemple, obtenir des économies d'échelle par le biais de l'exercice de leur pouvoir sur un marché ou par un développement fortuit, lui, contribuant à une création de valeur et ce en dehors de ses propres

---

[17]Quand le coût moyen à long terme est décroissant, la production augmente plus vite que l'utilisation des inputs, les rendements d'échelles de l'entreprise sont dits croissants. Quand ils sont constants, la production évolue dans la même proportion des quantités de facteurs utilisés. Un accroissement du coût moyen signifie une augmentation moins vite des quantités produites par rapport aux quantités d'inputs employés.

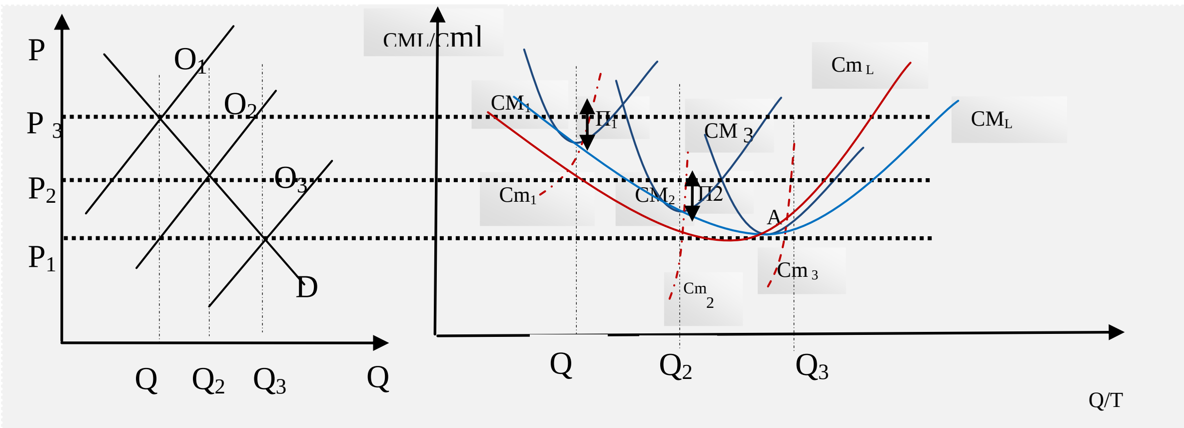
[18]Marshall A. (1906), Livre IV chapitre 13, traduit par F. Sauvaire-Jourdan, « principes d'économies politiques », p 154.

[19] Dans son œuvre principes d'économie politique, Alfred Marshall a été le premier concepteur des notions d'économies d'échelle internes et externes. Selon l'Auteur, ces dernières ont été réparties en deux classes « celles qui résultent du développement général de l'industrie et celles qui tiennent aux ressources de chaque entreprise, et à l'habileté de sa direction » et il a souligné également que les économies externes « résultent du développement de branches d'industrie corrélatives qui s'aident mutuellement les unes les autres, soit qu'elles se trouvent peut-être groupées dans les mêmes localités et profitent des progrès de l'industrialisation tels que les progrès du machinismes, des progrès des connaissances techniques et humaines (qualification de la mains d'œuvre) ou soit parce qu'elles bénéficient des avantages offerts en termes de facilités spéciales par les moyens de services de communication, de réseau ou de transport et autres.etc. » . (cf. Marshall A (1906), Livre IV chapitre 13, traduit par F. Sauvaire-Jourdan, « principes d'économies politiques », pp 152-154.

agissements[20]. Ces externalités qui proviennent « du développement de l'industrie dans son ensemble »[21] profitent les entreprises de tailles optimales (maison type) tandis qu'elles mettent en péril les profits des firmes de tailles plus réduites qui génèrent ainsi des déséconomies d'échelle.

L'équilibre de longue période correspond au point d'intersection entre les courbes de coût marginal de longue période et de coût de planification en son point minimum (point C). Le prix d'équilibre de longue période devrait être égalisé par son coût marginal P_L=Cm3 tel que $Cm_3 \geq CM_3$. La courbe de coût marginal de longue période est soutirée en projetant les segments passant par les points d'égalisation des courbes marginales de courte période à celles des coûts unitaires minima. Elle peut être obtenue par la variation du coût total de longue période par rapport à celle des quantités produites. La taille optimale que devrait ajuster le producteur à fin d'entier un profit maximum serait de niveau Q_3 correspondant à l'usine 3. A ce niveau de coût minimum de longue période CM_3, le producteur est en équilibre de courte et de longue période. L'entreprise aura alors atteint sa taille minimale d'efficience car elle a atteint le niveau de coût unitaire le plus bas $CM_{3(minimum)}$. Au-delà, les coûts de production augmentent avec la taille de l'entreprise. Tout accroissement de la production, engendrerait des rendements d'échelle décroissants car le coût du supplémentent de production devient supérieur au coût unitaire de production (zone 2).

Figure N°10 : **l'équilibre du producteur en longue période**



Source : Figure établie par nos soins à partir de l'ouvrage Dominique C-R (1979), « Analyse microéconomique », Publication des presses de l'université de Laval, Québec, p 262.

---

[20]Marshall A. (1906), Livre IV chapitre 13, traduit par F. Sauvaire-Jourdan, « principes d'économies politiques », p 152.
[21] Idem.

En situation initiale, le prix dicté par le marché s'établit au niveau P_3, la firme choisit un équipement1 (usine 1) qui lui engendre un coût unitaire de CM_1 et un coût marginal Cm1. La production optimale correspondante au coût unitaire minimum est de $Q_{1.}$ Cette situation ($P_{3=}$ Rm_3>Cm_1) engendre pour l'entreprise un profit économique unitaire $\Pi_1$donné par la partie ascendante du coût marginal au-delà du point d'intersection des deux courbes Cm_1et CM_1 minimum. En espérant bénéficier de coût décroissant pour réaliser des économies d'échelle et s'emparer d'avantage de profits, l'entreprise engage l'équipement 2 (usine2) correspondant à une production optimale Q_2. La présence de profit économique dans l'industrie va attirer de nouvelles entreprises qui s'alignent sur le même niveau de production donné en $Q_{2.}$ Ces entreprises vont déboucher sur une augmentation de l'offre globale qui se décalera vers $O_{2.}$ Compte tenu de la demande de marché, l'accroissement de l'offre totale va aboutir à un abaissement du prix de marché qui passera à P_2. Pour ce niveau de prix $P_{2,}$ le plan de production donné en Q_2 donnera un profit positif Π_2 sans être le plus grand ($P_{2=}$ Rm_2>Cm_2). L'entreprise aura donc intérêt à ajuster sa taille de production de façon à obtenir une recette marginale s'égalisant à son coût unitaire minimum de longue période. Pour engager une production optimale minimisant son coût unitaire et aboutissant à un niveau de profit maximum, l'entreprise opte pour un plan de production donné en $Q_{3.}$ Cette quête de profit, ramènera l'offre de marché en $O_{3.}$ L'accroissement de l'offre de marché va induire une baisse du prix de vente qui passera à P_1. Face à ce nouveau prix qui égalise la recette marginale au coût unitaire de longue période en sa valeur minimale, le profit serait à sa valeur maximale donnée au point A (A est le point d'équilibre de longue période). L'entreprise aura acquis sa taille d'efficience minimale correspondante au coût moyen minimum de longue période. Au point d'équilibre A, (P_3=D=Rm3=$Cm_{3=}$ CM_{3min}=$CM_{L\ min}$), le profit dégagé est nul pour l'ensemble des entreprises de l'industrie de telle sorte que pour ce niveau de coût unitaire minimum aucune d'entre elles ne puissent dégager de profit supérieur qu'à celui d'équilibre (profit normal). Au-dessus, de cette taille idéale, toute entreprise s'engageant dans la production subira des pertes et finira par quitter le marché.

Chapitre V : La théorie de l'équilibre Parétien

Dans la théorie néoclassique, les actions individuelles sont en partie guidées par des intuitions opportunistes et des incitations rationalistes poussant les individus à contrebalancer pour chacune de leurs actions les avantages attendus des coûts à supporter. Cependant, le gain tiré d'une action devrait être au moins égal au coût supplémentaire qu'engendre cette même décision. De manière subséquente, le plan des calculs individuels dissimule des actions altruistes aboutissant à l'intérêt général source du bien être de la collectivité toute entière.

1. L'équilibre au sens de Pareto et la boite d'Edgeworth

L'équilibre au sens de Pareto apparait comme l'une des propriétés caractéristiques de l'utilitarisme où l'ophélimité optimale au sens de Pareto désigne un état ou il n'existe aucune autre alternative procréant aux individus une situation encore plus meilleure. Ainsi, qu'un critère d'efficacité peut se ramener à cet état d'équilibre où l'ophélimité dont jouit un individu ne peut d'avantage s'améliorer sans adultérer celle dont jouit l'autrui ou encore aucune autre possibilité n'est envisageable pour accroitre l'indice d'ophélimité dont jouit la collectivité. Le maximum d'ophélimité résulte de la théorie de l'équilibre des goûts pour les consommateurs et des obstacles pour les producteurs[22].

Dans son manuel d'économie politique, Pareto précisait « que les membres d'une collectivité jouissent, dans une certaine position, du maximum d'ophélimité, quand est **impossible** de trouver un moyen de s'éloigner très peu de cette position, de telle sorte que l'ophélimité dont jouit chacun des individus de cette collectivité augmente ou diminue. C'est-à-dire que tout petit déplacement à partir de cette position a nécessairement pour effet d'augmenter l'ophélimité dont jouissent certains individus, et de diminuer celle dont jouissent d'autres : d'être agréable aux uns, désagréable aux autres »[23].

Pareto indiquait que l'équilibre économique résulte d'une confrontation rigoureuse entre les choix (goûts) des hommes et les obstacles qui empêchent leur procréation. Le bien être des hommes est délivré aux conditions d'ophélimités, ceux des producteurs (les obstacles) à « des considérations de quantités de marchandises »[24] c'est à dire des conditions

[22]PARETO V. (1909), «Manuel d'économie politique », traduit par l'édition italienne par Alfred Bonnet, GALLICA, Paris, p 354.
[23]Idem.
[24]Idem, p179

d'échanges (conditions de production : l'offre)[25]. De manière analogue, il démontre que le prix d'équilibre sur un marché concurrentiel s'obtient quand le gain net de la collectivité est maximisé et s'établit quand le coût marginal des producteurs est adapté au maximum d'ophélimité des consommateurs. Ce prix d'équilibre procure aux producteurs les mêmes gains marginaux à produire et aux consommateurs, les mêmes bénéfices marginaux à consommer[26].

Pareto est l'un des ingénieux économistes ayant perfectionné la théorie de l'efficacité de l'échange dans un système d'économie d'échange pur. L'échange est Pareto efficient, si l'équilibre se produisant entre deux coéchangistes ne peut aboutir à une autre possibilité de réallocation des biens échangeables sans que l'un n'engendre des pertes pour l'autre « L'équilibre correspond en un point où un sentier parcouru par les individus qui contractent est tangent aux courbes d'indifférence de ces individus »[27].

L'une des plus importantes représentations analytiques de l'optimum de Pareto figurait dans les travaux d'Edgeworth à travers son fameux diagramme appelé la boite d'Edgeworth. Ce diagramme permet de ressortir l'ensemble des échanges avantageux concordant au critère d'efficacité au sens de Pareto.

La boite d'Edgeworth est une représentation graphique de deux cartes d'indifférence (l'une d'autre elle se situe dans le sens à l'envers de l'autre) de deux individus rationnels I_1 et I_2. Ces deux individus qui détiennent deux types de biens X et Y s'engagent par des opérations d'échange pour tirer d'avantage de gains en améliorant leur satisfaction. Selon Pareto, les deux contractants I_1 et I_2 effectueront des échanges avantageux améliorant leur situation jusqu'au point où il n'y ait plus d'autres échanges mutuels bénéfiques qui ne puissent améliorer la situation de l'un sans détériorer l'état de l'autre[28]. Par conséquent, si l'on suppose que les deux individus partaient avec une dotation initiale (un stock de biens initial : $Sx=X_F+X'_F$ et $Sy=Y_F+Y'_F$) tel situé au point F, c'est-à-dire, l'individu I_1 possédait X_F quantité du bien X et Y_F du bien Y tandis que l'individu I_2 détenait X'_F quantité de X et Y'_F de quantités de Y alors la dimension de cette boite serait de Sx pour les abscisses et de Sy pour les ordonnées. Les indices des courbes d'indifférence sont notés selon que le niveau de satisfaction augmente de 1 jusqu'à un niveau plus élevé 4. Pour l'individu I_1

[25] L'équilibre se produit quand les actions des individus guidées par des considérations d'ophélimités sont empêchés par des obstacles ou inversement.

[26] PARETO V. (1909), «Manuel d'économie politique », traduit par l'édition italienne par Alfred Bonnet, GALLICA, Paris, p179

[27] Idem, p189.

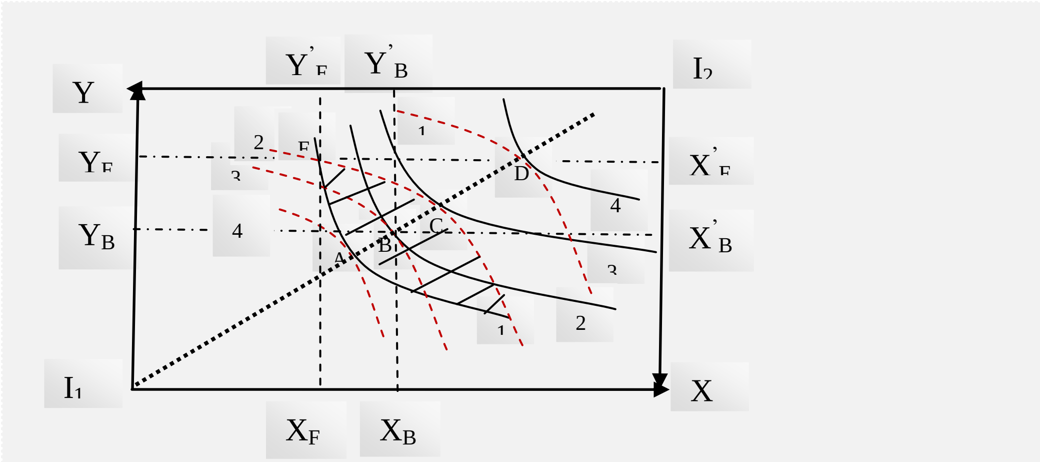
[28] Long D. (2006), « De la boîte d'Edgeworth à la courbe des contrats », Conférence de méthodes d'économie, IPE de Toulouse, pp 1-2.

(courbe noire) le niveau augmente du bas (sud Ouest : origine 0) vers le haut (Nord Est) et pour l'individu I_2(courbe rouge avec lignes discontinues) le niveau augmente du haut (Nord Est) vers le bas (sud Ouest). En situation F, les deux individus ont une dotation initiale en chacun des deux biens égale à la quantité totale dont dispose les deux individus diminuée de la quantité détenue par l'autre. On remarque qu'au point F, l'individu I_1 est mieux doté que l'individu I_2. s'ils veulent mutuellement améliorer leur satisfaction c'est-à-dire de passer d'un niveau initial de U_1 pour l'individu I_1 et U_2 pour l'individu I_2 à un niveau plus élevé, ils devraient parcourir un chemin les orientant vers n'importe quel point se situant à l'intérieur de la partie hachurée sous forme de lentille délimitée par ces deux courbes (U_1 de l'individu I_1et U_2 de l'individuI_2). La satisfaction à l'intérieur de cette lentille est d'autant plus importante pour les deux individus conjointement qu'à son extérieur où elle augmente pour l'un et diminue pour l'autre. La rationalité des individus (esprit de maximisation), les amènera à effectuer des échanges, dans ce cas, l'individu I_1 échangera du bien X contre Y et l'individu I_2 du bien Y contre X jusqu'au point où il n'ait plus d'échanges mutuels préférables pour les deux individus. A la suite des échanges avantageux améliorant conjointement leur niveau, les deux individus peuvent parvenir au point B où leur situation est beaucoup mieux améliorée, par exemple le niveau de satisfaction de l'individu I_1 passera de U_1 en F à U_2 en B ($U_2>U_1$) et pour l'individu I_2, elle passera de U_2 à U_3 avec ($U_3> U_2$). En parcourant la lentille, il y'aurait autant de point comme B qui peuvent procurer simultanément aux deux individus des états plus préférables. Quant aux parties extérieures de la lentille, les points se situant à droite augmentent la satisfaction de l'individu I_1 mais diminuent celle de l'individu $I_{2.}$ Les points se situant à gauche baissent la satisfaction de l'individu I_1 tandis qu'ils améliorent celle de l'individu $I_{2.}$ Pour ces deux parties, les échangent seront « bloqués» par l'individu qui rejette le contrat du fait des pertes qu'il va subir. Ces allocations ne sont pas Pareto-efficient du fait qu'ils n'améliorent pas l'état des deux individus simultanément. Tous les points se trouvant à l'intérieur de la lentille sont des optima de Pareto ou des états réalisables (possibles). La figure 11 montre un ensemble de points de tangences entre deux courbes d'indifférences dont l'une appartient à la carte d'indifférence de l'individu I_1 et l'autre de l'individu I_2 (les points ABC)[29].

---

[29] BIALES CH. (2013), « Une schématisation de la théorie microéconomique néoclassique : la mise en boite du système Walraso-Paretien », Université Montpelier, France. PP 8-10

Figure N°11 : les cartes d'indifférences et la courbe de contrat



Source : Figure établie par nos soins à partir du document de BIALES CH. (2013), « Une schématisation de la théorie microéconomique néoclassique : la mise en boite du système Walraso-Paretien », Université Montpelier, France. P 11.

Nous pouvons remarquer que selon la dotation initiale, qu'il y'a une infinité d'optima de Pareto qui correspondent graphiquement à l'égalité pour les deux individus de leur TMS_{xy}. Toutes les allocations (les optima de Pareto) améliorant simultanément la satisfaction des deux individus, peuvent être représentées graphiquement par une même courbe appelée courbe des contrats OABCD (noyau ou cœur). Cette courbe relie toutes les allocations préférables, c'est à dire tous les échanges mutuels avantageux améliorant simultanément l'utilité des deux individus quelque soit leurs dotations initiales.

2. Les critères d'efficacité de Pareto et l'équilibre simultané des deux sphères consommation-production (l'équilibre général)

L'utilisation du critère d'efficacité de Pareto dans le cas d'économie d'échange pur a montré que les conditions d'optimalité correspondent aux différents points d'égalisation entre les TMS_{XY} des deux consommateurs. Puisque par définition, le TMS_{XY} qui mesure la pente de la courbe d'indifférence donnée par le ratio d'échange Y/X est égal au rapport des utilités marginales des deux biens X et Y alors pour tout point se situant sur la courbe des contrats : le TMS_{XY} de l'individu I_1 ($TMS1_{XY}=Um_{(Sx\text{-}X)}/Um_y$) est égal au TMS_{XY} d'individu I_2 ($TMS2_{XY}=Um_Y/Um_{(Sy\text{-}y)}$) qui sont tous deux donnés par la valeur de la pente Y/X .

Pour les deux individus, les échanges seraient efficients si le rapport de leur satisfaction marginale serait inversement proportionnel au ratio de leur échange. Ce ratio d'échange est donné par le rapport des prix, car selon Walras, les systèmes d'échanges se matérialisent par des **ratios d'échange (des équivalences en valeurs d'échange) exprimant les raretés**

relatives. Les prix sont définis par le rapport des valeurs d'échange ou valeurs relatives (rapport entre la quantité X du bien 1 a échangé en contrepartie d'une quantité Y du bien 2) [30]:

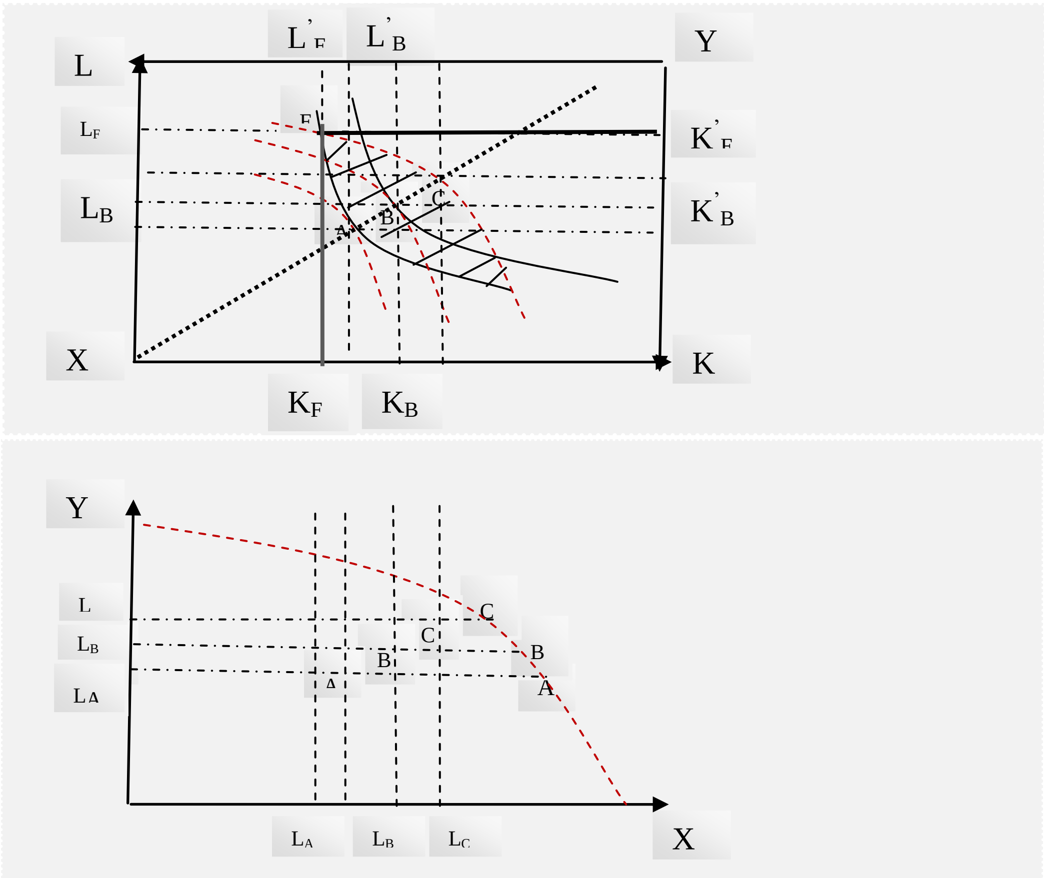
Les optima de Pareto dans la sphère de consommation $\Rightarrow (Um_{(Sx-X)}/Um_y) = (Um_Y/Um_{(Sy-y)})_= (Y/X) = Py/Px$.

Dans le cas des économies de production pure, le critère d'efficacité de Pareto sera rapporté à la recherche d'échange Pareto efficient dans une sphère de production pure. La boite d'Edgeworth de production sera définie par la mise en rencontre de deux producteurs assurant la production des deux biens X et Y à l'aide de combinaison de facteur (K, L). Les dotations initiales en quantités de facteur S_K et S_L sont données par les stocks en facteurs détenus par le producteur 1 et le producteur 2 : $S_K=S_{1K}+S_{2K}$ et $S_L=S_{1L}+S_{2L}$. On raisonnant de la même manière développée pour les deux consommateurs, les producteurs qui expriment des demandes nettes en quantités de facteur K et L seront ramenés à la recherche de combinaison de facteur améliorant simultanément leur niveau de production (le niveau de leur profit). La rationalité du producteur, poussera l'un des producteurs exprimant une rareté relative due à sa dotation initiale a échangé des quantités de L contre K ou inversement K contre L avec l'autre producteur. Ces échanges se multiplieront dans la limite de la lentille où leurs états réalisables sont d'autant plus préférables et s'abstiendront en dehors de cette limite où les échanges de facteurs de production impliquent une amélioration du niveau de production de l'un des deux producteurs en détériorant le niveau de l'autre[31]. A l'intérieur de la lentille, les optima de Pareto sont donnés par les points d'égalisation entre deux courbes iso-produit dont l'une appartient à la carte des isoquants du producteur 1 et l'autre du producteur2.

[30] Dominique C-R (1979), « Analyse microéconomique », Publication des presses de l'université de Laval, Québec, pp 250-251.

[31] BIALES CH. (2013), « Une schématisation de la théorie microéconomique néoclassique : la mise en boite du système Walraso-Paretien », Université Montpelier, France. PP 16-19.

Figure N°12 :la boite d'Edgeworth de production et construction de la courbe de possibilité de production



Source: Figure établie par nos soins à partir du document de BIALES CH. (2013), « Une schématisation de la théorie microéconomique néoclassique : la mise en boite du système Walraso-Paretien », Université Montpelier, France. PP 16-18.

Les conditions d'optimalité d'échange de facteur de production impliquent l'égalité des pentes des isoquants des deux producteurs. Cette pente qui est mesurée par le taux marginal de substitution technique sera donnée par le rapport d'échange des facteurs L/K. En fonction de la dotation initiale en facteur de production, un ensemble d'optima de Pareto serait défini par tous les points se localisant sur la courbe des contrats de production vérifiant la condition suivante :le $TMST_{KL}$ du producteur 1 ($TMST1_{KL}=Pm_{(Sk-K)}/Pm_L$) est égal au $TMST_{KL}$du producteur 2 ($TMST2_{KL}=Pm_L/Pm_{(SL-L)}$ qui sont tous les deux donnés par la valeur de la pente L/K définie par le rapport des prix des deux facteurs[32].

Étant donné, que le producteur 1 produit le bien X et le producteur 2 produit Y à toute optimalité le TMST pour la production de X serait égal au TMST pour la production de Y

[32]BIALES CH. (2013), « Une schématisation de la théorie microéconomique néoclassique : la mise en boite du système Walraso-Paretien », Université Montpelier, France. PP 16-19.

avec le TMST (K, L) pour la production du bien X est égal au rapport des productivités marginales Pm_K /PmL et le TMST (K, L) pour le bien Y sera égal au rapport des productivités marginales Pm_K /PmL. Le choix efficient des quantités de facteurs employés conduit les producteurs à une redistribution de leurs ressources en réallouant les facteurs de production de manière efficiente en augmentant la production de l'un des deux biens au détriment de l'autre. Les différentes quantités produites du bien X et Y obtenues par les différents points d'optima de Pareto de production (voir les points ABC) nous évoquent la courbe de possibilité de production (frontière des possibilités de production). Elle représente l'ensemble des optima de production dans une économie de production à deux biens X et Y. Elle correspond graphiquement à une projection de la boite notée par F, KF, K'F qui prend en considération uniquement l'ensemble des optima de Pareto de production. Le déplacement d'un point se situant sur cette courbe vers l'autre indique le nombre d'unités qu'il ne faudrait pas produire de Y (unités de Y à sacrifier) si l'on envisage de réallouer les quantités optimales de facteur K et L à la production d'une unité marginale de X tout en restant à un optimum de Pareto. La pente de cette courbe qui est donnée par le ratio Y/X correspond au taux marginal de transformation du produit TMTxy c'est également le taux auquel le bien y peut être transformé en bien X.

En mettant en interaction les deux sphères constituées de deux consommateurs I_1 et I_2 qui consomment les deux biens X et Y et les deux producteurs 1 et 2 qui produisent les deux biens X et Y à l'aide de deux facteurs K et L alors les producteurs maximisent leurs profits compte tenu des niveaux des prix des biens X et Y (Px et Py) et des facteurs de production (Pk et Pl) tel que :**MaxΠ= Max (Recettes totale -Coût total de production des deux biens)**

$\Rightarrow$Max (Px.X+Py.Y-Pk.K–Pl.L)[33]:

Considérons B* le point d'équilibre des producteurs, L* et K* les quantités optimales de facteurs de production correspondant à un profit maximum Π^*et(X*, Y*) les quantités maximales produites

A l'équilibre le profit optimum correspond à $\Pi^* = Px.X^* + Py.Y^* - Pk.K^* - Pl.L^*$

$\Rightarrow Py.Y^* = \Pi^* - Px.X^* + Pk.K^* + Pl.L^* \Rightarrow Y^* = (\Pi^* - Px.X^* + Pk.K^* + Pl.L^*)/Py$

$\Rightarrow Y^* = \Pi^* /Py - Px.X^*/Py + (Pk.K^* + Pl.\ L^*)/py$

Soit $D^* = Pk\ K^* + Pl\ L^*$ tel que D^* représente le Coût minimum de production alors :

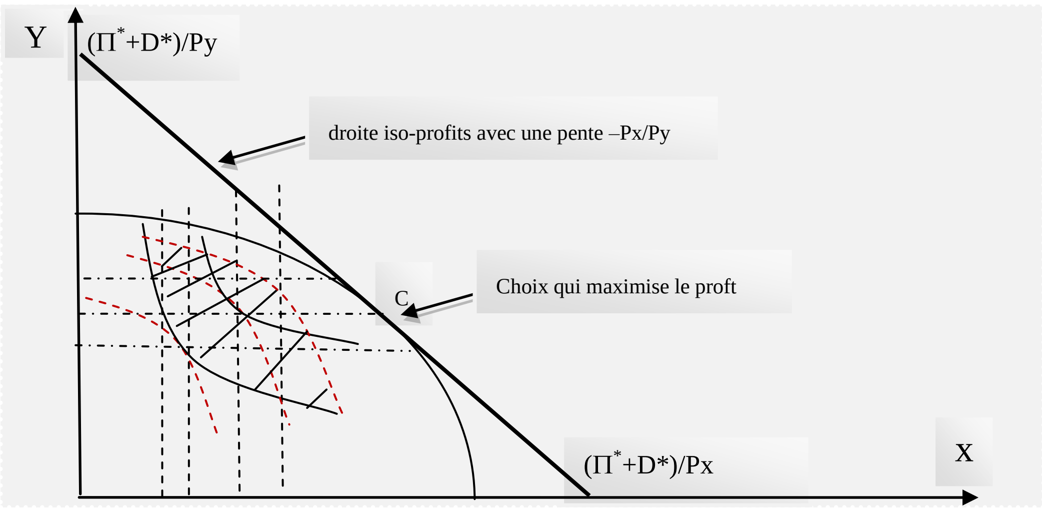
---

[33] Variant R-H (2014), « Introduction à la microéconomie moderne », traduction de la 9éme édition américaine par Bernard THIRY, Edition Boeck, pp 704-707.

$Y^*= \Pi^* /Py – Px.X^*/Py+D^*/Py \Rightarrow$ $\mathbf{Y^*= (- Px/Py)\ X^* + (\Pi^* + D^*)/Py}$

Cette droite qui s'écrit sous forme Y=aX+b s'appelle l'équation iso-profits avec $b=(\Pi^*+D^*)/Py$ point d'intersection avec l'axe des ordonnées[34]et a= -Px /Py est la pente de la droite. Finalement, l'équilibre du producteur (maximisation du profit) est donné par un point d'équilibre obtenu par une mise en tangence de la pente de courbe de transformation du produit et la pente d'iso-profit. A l'équilibre, le taux de transformation du produit TMT mesurant la pente de la courbe de possibilité de production serait égal au rapport Px/Py donc TMTxy=Y/X=Px/Py. Par ailleurs, ce taux qui nous indique le transfert de ressource d'une production vers l'autre est donné par le rapport des coûts marginaux de production des deux biens $TMT_{YX}= Y/X=Py/Px=Cm_X/Cm_Y$.

Figure N°13: Maximisation du profit



Source : Variant R-H (2006), « Introduction à la microéconomie moderne », traduction de la 6éme édition américaine par Bernard THIRY, Edition Boeck, p 653.

Maximiser le profit Π revient à maximiser l'équation suivante :MaxΠ= Max (Recettes totale– Coût total de production des deux biens). On sait que, la recette totale est constituée des revenus de la vente du bien X (Prix unitaire de X multiplié par les quantités vendues (Px. X) et des revenus de la vente du bien Y (Py. y). Le coût total de production est constitué du coût total de production du bien X et du bienY ⇒

$$\text{Max } (Px.X+Py.Y-CT_{(X,Y)}) \text{ ---------------1}$$

[34] Quand le producteur décide de produire uniquement $Y^* \Rightarrow X^*=0$donc $Y^*= (- Px/Py)\ 0 + (\Pi^* +D^*)/Py \Rightarrow Y^*=(\Pi^* +D^*)/Py$

Maximiser le profit revient à vérifier deux conditions :

-La dérivée première est nulle $\Rightarrow \delta\Pi/\delta Q_x=0 \Rightarrow Px+0-\delta CT_x/\delta Q_x=0 \Rightarrow \delta\Pi/\delta Q_x=0 \Rightarrow Px=Cm_X$ et $\delta\Pi/\delta Q_y=0 \Rightarrow 0=Py-\delta CT_y/\delta Q_y=0 \Rightarrow \delta\Pi/\delta Q_y=0 \Rightarrow Py=Cm_y$

-La second dérivée≤ 0 $\boldsymbol{\Rightarrow \delta^2\Pi/\delta^2 Q_x \leq 0 \Rightarrow 0-\delta^2 CT_x/\delta^2 Q_x \leq 0 \Rightarrow -\delta^2 CT_x/\delta^2 Q_x \leq 0 \Rightarrow + \delta^2 CT_x/\delta^2 Q_x \geq 0}$ le coût marginal de X doit être croissant.

$\Rightarrow \delta^2\Pi/\delta^2 Q_y \leq 0 \Rightarrow 0-\delta^2 CT_y/\delta^2 Q_y \leq 0 \Rightarrow - \delta^2 CT_y/\delta^2 Q_y \leq 0 \Rightarrow + \delta^2 CT_y/\delta^2 Q_y \geq 0$ le coût marginal de Y doit être croissant.

Les optima de Pareto dans la sphère de production $\Rightarrow (Pm_{(Sk-K)}/Pm_L)=(Pm_L/Pm_{(Sl-L)})=$ (L/k)=(PL/Pk) Avec TMT=Cm(x)/Cm(y)

La courbe de transformation des produits nous indique toutes les quantités optimales (x,y) dont la sphère de production pourrait fournir à la sphère de consommation. L'équilibre général correspondra à l'égalité entre l'offre de la sphère des productions et la demande de la sphère des consommations. Dans la sphère de production, le TMST d'une combinaison de facteurs de production K et L devrait être identique pour l'ensemble des producteurs. Dans la sphère de consommations, le TMS pour une combinaison de bien X et Y doit être le même pour l'ensemble des consommateurs. L'équilibre général simultané entre les deux sphères se réalise pour tout équilibre production-consommation c'est à dire le taux de renonciation à la consommation de Y pour accroitre la consommation de X d'une unité supplémentaire devrait être en parité au taux de transformation du produit qui devrait fournir à la sphère de consommation cette même unité supplémentaire de X mais tout en renonçant à la production de Y du même taux. Dans le cas où le TMS et le TMT sont inégaux, le marché serait en déséquilibre car les producteurs produiraient une unité de moins (plus) en un bien soit X et créeraient des quantités de plus (de moins) en l'autre bien soit Y[35].

L'équilibre général simultané est Pareto-optimal$\Rightarrow$ $TMS_{xy}=Y/x= Py/Px=Umx/Umy$ Or le $TMT_{xy}=Y/x= Py/Px=Cm_x/Cm_y \Rightarrow TMS_{xy}=TMT_{xy}$.

Les producteurs sont en équilibres, quand, leur prix de marché s'égalise à leur coût marginal et les consommateurs quand le rapport de leurs satisfactions marginales s'égalise au rapport des prix des biens consommés. L'équilibre simultané se réalise par l'équilibre simultané production (offre)-consommation (demande) tels que $\mathbf{TMS_{xy}=TMT_{xy}}$

---

[35] Si par exemple, le TMSxy=4 et le TMTxy=2 alors les consommateurs seront prêts à renoncer à 4 unités de Y pour avoir une unité de X alors que la sphère de production leur offrirait 1 unité de X en sacrifiant 2 unités de Y donc pour obtenir unité de X, ils n'auront qu'a donné 2 de Y au lieu de 4 unités.

Conclusion générale

L'analyse microéconomique du comportement du producteur considère la décision de production de quantités optimales comme un objectif ultime d'un producteur rationnel. Cette décision lui rapporte un niveau de profit maximum. En étant incité par la production de quantités maximales, l'objectif d'optimisation de l'emploi des facteurs de production suggère l'élimination de toutes les sources de gaspillage. Cette règle technique d'or est d'autant plus importante dans la mesure où elle permet d'appréhender le niveau des rendements d'échelle. En effet, le choix rationnel et la gestion efficace des moyens de production assurent au producteur à court terme un niveau de coût unitaire minimum et à long terme, d'importantes économies d'échelle. La condition de maximisation du profit correspond alors à une égalisation entre le coût marginal et le coût unitaire minimum. Cette situation correspond à l'optimum économique du producteur (c'est l'optimum de Pareto).

La théorie néoclassique accorde une grande importance à la vision idéaliste qu'exerce le marché dans la détermination du niveau des prix (c'est la théorie de la concurrence pure et parfaite). Par ses mécanismes d'autorégulation, les prix sont fixés par les jeux d'équilibre d'offre et de demande. Cette loi place les agents économiques comme des preneurs de prix impuissants pour parvenir individuellement à modifier leur structure.

Dans la réalité économique, la théorie de la concurrence pure et parfaite est d'autant moins plausible que les préceptes économiques l'utilisent comme outil méthodologique référentiel. Ils existent autant de situations de sous optimalité de Pareto qui évoque des situations de concurrence à outrance. Le contexte conflictuel des choix individuels, l'état limitatif des ressources, la nature des biens (collectif ou privé), la nature des rendements d'échelle, la présence d'externalité et le monopole naturel sont parmi ces facteurs qui témoignent de la présence de structures de marchés tourmentés ou défaillants[36].

[36] Barrère A. (1981), « L'économie imparfaite : le marché et le circuit », Revue économique Persée volume 32, n°2. PP 408-417.

Bibliographie

1- Ainouche M.C. (1998), « Cours de Microéconomie », Université de Bejaia.

2- BIALES CH. (2013), « Une schématisation de la théorie microéconomique néoclassique : la mise en boite du système Walraso-Paretien », Université Montpelier, France.

3- Barrère A. (1981), « L'économie imparfaite : le marché et le circuit », Revue économique Persée volume 32, n°2.

4- Dominique C.R (1979), « Analyse microéconomique », Publication des presses de l’université de Laval, Québec.

5- Dilts D. (2004), « Introduction to Microeconomics », Université Purdue. Indiana.

6- Long D. (2006), « De la boîte d’Edgeworth à la courbe des contrats », Conférence de méthodes d’économie, IPE de Toulouse.

7- Marshall A. (1906), Livre IV chapitre 13, traduit par F. Sauvaire-Jourdan, « principes d’économies politiques ».

8- PARETO V. (1909), «Manuel d’économie politique », traduit par l’édition italienne par Alfred Bonnet, GALLICA, Paris.

9- Percheron S. (2005), « Exercices de microéconomie », édition Economica. Paris.

10- Variant R-H (2014), « Introduction à la microéconomie moderne », traduction de la 9éme édition américaine par Bernard THIRY, Edition Boeck.

11- Variant R-H (2006), « Introduction à la microéconomie moderne », traduction de la 6éme édition américaine par Bernard THIRY, Edition Boeck.

Tables des matières

Avant propos

Sommaire

Introduction générale-- P 01

Première partie : La théorie du comportement du producteur (approche théorique, notions et calculs économiques)--- P 03

Chapitre I : Approche technique par les fonctions de production---------------------- P 04

1. La notion de fonction de production --- P 04

1.1 La courte et la longue période -- P 04

2. La fonction de production de courte période-- P 05

2.1 Les concepts de Productivité Physique totale PPT, Productivité Moyenne P_M et Productivité Marginale P_{mg}--- P 05

2.1.1 La Productivité Physique totale PPT --- P 05

2.1.2 La Productivité Moyenne P_M -- P 05

2.1.3 La Productivité Marginale P_{mg} -- P 05

3. Les courbes iso-produits ou isoquantes -- P 08

3.1 Propriétés des courbes isoquantes -- P 08

3.2 Calcul du TMST-- P 09

Chapitre II : La fonction de production de longue période------------------------------ P 10

1.Notion de rendement d'échelle --- P 11

2.Les fonctions de production homogènes-- P 12

3. Les propriétés des fonctions de production homogènes -------------------------------- P 14

4. La fonctions de production Cobb - Douglas --- P 15

5. Notions de courbe d'offre, d'élasticité d'offre et de substitution factorielle---------------- P 16

5.1 L'offre individuelle et l'offre globale--- P 16

5.2 Notions d'élasticité d'offre et d'élasticité de substitution factorielle------------------- P 17

Chapitre III : L'équilibre du producteur -- P 19

1. Equation de coût total ou ligne d'iso - coût -- P 19

2. Formalisation du problème d'équilibre du producteur-------------------------------------- P 20

2.1 La méthode de Lagrange -- P 23

2.2 La méthode graphique -- P 24

3. Le sentier d'expansion de l'entreprise--- P 26

Deuxième Partie : Approche économique par les fonctions de coût et analyse

dynamique de l'équilibre du producteur--- P 28
Chapitre IV : La notion de courbe de possibilité de production et des choix optimaux P 29
2. Notion du taux de transfert de ressources--- P 30
1.1 Fonction de coût de production de courte et de longue période---------------------------- P 31
1.2 Analyse des fonctions de coût de production en courte et longue période en concurrence pure et parfaite--- P 32
2. Les conditions d'équilibre du producteur-- P 36
3. L'équilibre en courte et longue période--- P 41
Chapitre V : La théorie de l'équilibre Parétien--- P 48
1. L'équilibre au sens de Pareto et la boite d'Edgeworth--- P 48
2. Les critères d'efficacité de Pareto et l'équilibre simultané des deux sphères Consommation-Production (l'équilibre général)--- P 51
Conclusion générale-- P 57
Bibliographie