Séance 1 (semaine du 9 au 13 avril 2017)

Q1 - La base 2 est utilisée car :

- ✓ **La conception des circuits numériques est basée sur cette base**
- ☐ Elle n'est composée que de deux chiffres
- ✓ **Les ordinateurs codent, stockent et traitement l'information en se basant sur cette base**
- ☐ C'est la plus simple

Q2 - Indiquez l'ensemble des chiffres de la base 12

- ○ 0, 1
- ○ 0, 1, 2, 3, 4, 5 , 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
- ○ 0, 1, 2, 3, 4, 5 , 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
- ✓ **0, 1, 2, 3, 4, 5 , 6, 7, 8, 9, A, B**

La base 12 comporte 12 chiffres englobant tous les chiffres de la base décimal et incluant deux chiffres de la base hexadécimale : « A » et « B ».

Q3 - Indiquez l'ensemble des chiffres de la base 5

- ○ 0, 1,2
- ○ 0, 1, 2,3
- ✓ **0, 1, 2,3, 4**
- ○ 0, 1, 2, 3, 4, 5 , 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Q4 - Au sein de l'ordinateur on se sert de quelle base pour représenter les nombres? **Réponse : base 2**

Toutes les informations stockées, traitées et transférées au sein de l'ordinateur sont codées en binaires sous forme de successions de « 1 » et de « 0 ».

Q5 – $(22,7)_8 = (22,7)_{10}$ ☐ Vrai ou ✓ Faux ?

(justifiez votre réponse)

La position des chiffres a une influence sur la valeur des nombres. Dans l'exemple de la question, le chiffre « 2 » le plus à gauche a un poid de 8^1 dans le cas de la base 8, mais le meme chiffre possède un poid de 10^1 dans le cas de la base 10 !

Q6 - En système binaire, les chiffres sont :

- ☐ 0, 1 et 2
- ✓ **0 et 1**
- ☐ 1 et 2

On sous entend par système binaire le système en base 2. Nous avons vu dans le cours qu'un système en base B possède B chiffre de 0 à B-1. Dans le cas du système binaire nous avons les chiffres de 0 à 1 (c'est-à-dire de 0 à 2-1)

Q7 - En système hexadécimal, les lettres utilisées :

- ☐ « A » à « E »
- ✓ **« A » à « F »**
- ☐ « A » à « Z »

Il faut noter que ces chiffres correspondent au nombre allant de 10 à 15 en décimal. Ainsi le chiffre « A » correspond au nombre 10 (en décimal), le chiffre « B » à $(11)_{10}$ et ainsi de suite jusqu'au chiffre « F » qui correspond au nombre $(15)_{10}$.

Q8 - Le nombre qui suit le nombre **1F** en base **16** est :

- ☐ 11
- ☐ A0
- ✓ **20**

Remarque :

- $(1F)_{16} = 1 \times 16^1 + (15)_{10} \times 16^0 = (31)_{10}$
- $(31)_{10} + 1 = (32)_{10} = 2 \times 16^1 + 0 \times 16^0$
- **Ce qui donne :** $(20)_{16}$

Q9 - Le nombre qui suit le nombre 6 en base 7 est :

- ✓ **10**
- ☐ 8
- ☐ 11

Remarque :

- $(6)_7 = (6)_{10}$
- $(6)_{10} + (1)_{10} = (7)_{10} = 1 \times 7^1 + 0 \times 7^0$
- **Ce qui donne :** $(10)_7$

Q10 – Si on rencontre les chiffres de A à F, dans quel système de numération est-on ? **Hexadécimal**

<u>Remarque</u> : En réalité, toutes les bases supérieures à 16 englobent les chiffres de « A » à « F » !

Q11 : Indiquez la bonne formule permettant de trouver combien vaut en décimal le nombre $(3A)_{16}$

- ☐ $3 + 10 = (13)_{10}$
- ☐ $3 \times 16 + 1 \times 16 = (64)_{10}$
- ✓ $\mathbf{3 \times 16^1 + 10 \times 16^0 = (58)_{10}}$
- ☐ $3 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = (63)_{10}$

Remarque : Ici on a procédé à une conversion d'un nombre d'une base B (ici 16) vers la base 10. Vous avez vu, dans le cours, qu'on peut appliquer la formule de développement suivante :

$$(N)_B = c_{n-1} B^{n-1} + c_{n-2} B^{n-2} + \ldots + c_1 B^1 + c_0 B^0 + c_{-1} B^{-1} + c_{-2} B^{-2} + \ldots \; c_{-p+1} B^{-p+1} + c_{-p} B^{-p}$$

$$(N)_B = \sum_{i=-p}^{n-1} c_i B^i$$

N : notre nombre

B : notre base

c_i : chiffres (attention $c_i < B$)

B^i : poids des chiffres

Q12 : A la valeur binaire **$(1011)_2$** correspond la valeur décimale trouvée comme suit :

- ☐ $(1011)_2 = 1 + 0 + 1 + 1 = (3)_{10}$
- ☐ $(1011)_2 = 1x2 + 0x2 + 1x2 + 1x2 = (6)_{10}$
- ✓ $(1011)_2 = 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0$
  $= 1x8 + 0x4 + 1x2 + 1x1 = 8 + 2 + 1 = (11)_{10}$

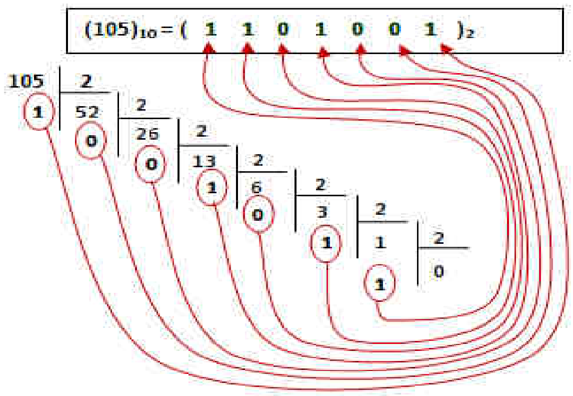
Remarque : Ici on a procédé à une conversion d'un nombre d'une base B (ici 2) vers la base 10. Vous avez vu, dans le cours, qu'on peut appliquer la formule de développement suivante :

$(N)_B = c_{n-1}\, B^{n-1} + c_{n-2}\, B^{n-2} + \ldots + c_1\, B^1 + c_0\, B^0 + c_{-1}\, B^{-1} + c_{-2}\, B^{-2} + \ldots\ c_{-p+1}\, B^{-p+1} + c_{-p}\, B^{-p}$

$(N)_B = \sum_{i=-p}^{n-1} c_i B^i$

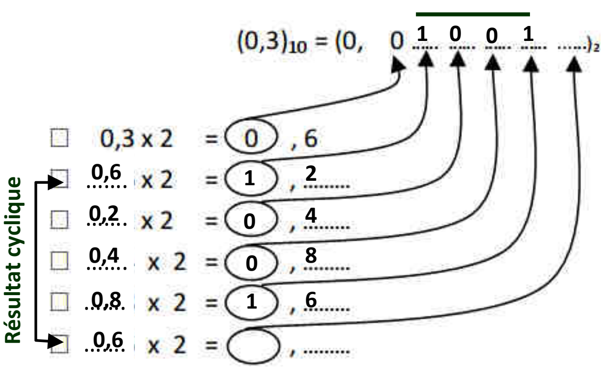
N : notre nombre
B : notre base
c_i : chiffres (attention $c_i<B$)
B^i : poids des chiffres

Q13 : En utilisant la méthode des divisions successives, complétez le calcul permettant de trouver en binaire la valeur **$(105)_{10}$**.



On déduit que : $(105)_{10}$ = (**1 1 0 1 0 0 1**)$_2$

Q14 : En utilisant la méthode des multiplications successives, complétez le calcul permettant de trouver, en binaire, la valeur de **$(0,3)_{10}$**.



Ce qui donne : $(0,3)_{10}$ = (**0 , 0 $\overline{\text{1 0 0 1}}$**)$_2$.

Que remarquez-vous ?

Les chiffres (1001) de la partie décimal se répètent à l'infinie En principe on doit s'arrêter lorsque qu'on trouve un résultat égal à 0. Dans le cas du calcul ci-dessus on s'est arrêté car on a trouvé un cycle répétitif étant donné que la seconde égalité est exactement la même que la dernière égalité. Donc la même suite de chiffres (1001) sera répétée indéfiniment. On écrira notre nombre comme suit :

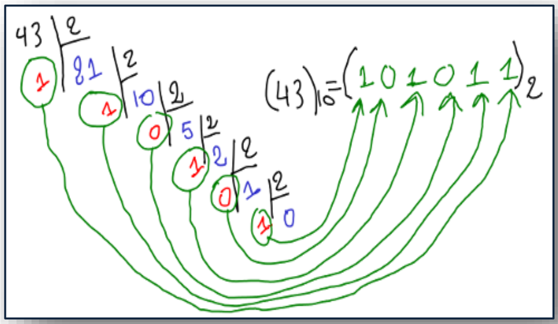
$(0,3)_{10} = (0,0100110011001\ldots)_2$

Ou simplement : $(0,0\overline{1001})_2$

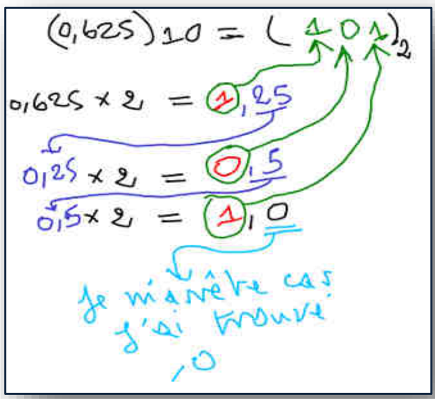
Q15 – trouvez la valeur binaire correspondant à $(43,625)_{10}$

Réponse : Procédons par divisions successives pour la partie entière et multiplications successives pour la partie décimale :

A – Partie entière : **$(43)_{10}$ = (?)$_2$**



B – Partie décimale : **$(0,625)_{10}$ = (?)$_2$**



Ce qui donne en définitif : (1 0 1 0 1 1 , 1 0 1)$_2$

Séance 2 (semaine du 16 au 22 avril 2017)

Q16 : Complétez les égalités suivantes :

- $(22)_3$ = $2x3^1+2x3^0$ = 8 = $2x4^1+0x4^0$ = **$(20)_4$**
- $(131)_8$ = **$(001\ 011\ 001)_2$**
- $(B20)_{16}$ = **$(1011\ 0010\ 0000)_2$**
- $(221)_8$ = $(0\ 1001\ 0001)_2$ = **$(91)_{16}$**
- $(100010)_2$ = **32 + 2 = $(34)_{10}$**
- $(100010)_2$ = **$(42)_8$**
- $(100010)_2$ = $(0010\ 0010)_2$ = **$(22)_{16}$**
- $(100111{,}101)_2$ = **$(39{,}625)_{10}$**

Q17 - En supposant que le nombre « **1 110101010** » est en **S+VA** (signe + valeur absolue) sur *10 bits* quelle est sa valeur en décimal, en C1 et en C2 ?

<u>**Réponse**</u> **:** Le nombre étant négatif, on doit trouver la valeur de **110101010** (sans le bit de signe) en décimale en effectuant le développement:
$1x2^8+1x2^7+0x2^6+1x2^5+0x2^4+1x2^3+0x2^2+1x2^1+0x2^0$

Ce qui donne en décimal : **- (426 $)_{10}$**

Pour la méthode de représentation C2, je vous renvoi au cours. En C_2, la réponse est : **$(1\ 001010110\ )_{C2}$**

Pour la méthode de représentation C1, il suffit d'inverser bit à bit le nombre en S+VA (sans le bit de signe qu'il faut conserver), ce qui donne : **$(1\ 001010101\ )_{C1}$**

Q18 - En supposant que le nombre « **1 110101010** » est en **complément à 2** sur *10 bits* quelle est sa valeur en décimal, en C1 et en S+VA ?

Réponse :

1 - D'abord trouvant la valeur de ce nombre en décimal :

$(N)_{10}$ = **$(1\ 110101010)_{C2}$** représente un nombre négatif étant donné que le bit de signe est à « 1 ». Pour trouver son équivalent en décimal, il faut trouver son opposé, puis effectuer une conversion du binaire (sans signe) vers le décimal.

Trouvons donc l'opposé de N (qui est donc un nombre positif) :

$-(N)_{10}$ est le complément à 2 de (**1 110101010**) .

J'applique la technique présentée dans le cours et qui stipule que pour trouver le complément à 2 d'un nombre binaire, on parcoure ce nombre de la droite vers la gauche en recopiant tous les 0 situés à droite jusqu'à la rencontre du premier 1 qu'il faut recopier aussi. Ensuite il faut inverser tous les bits jusqu'au chiffre le plus à gauche. Ceci donne :

$-(N)_{10}$ = C2 (**1 110101010**) = $(0\ \mathbf{001010110})_{C2}$

$-(N)_{10}$ = **$1x2^6+0x2^5+1x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+0x2^0$**

$-(N)_{10}$ = 64 + 16 + 4 + 2 = **$(86)_{10}$**

Donc N = - $(86)_{10}$

2 - Trouvant la valeur de ce nombre en S+VA :

Nous avions trouvé ci-dessus que :

$-(N)_{10}$ = C2 (**1 110101010**) = $(0\ \mathbf{001010110})_{C2}$

Or les nombres positifs ont la même représentation en C1, C2 et S+VA :

$(0\ \mathbf{001010110})_{C2}$ = $(0\ \mathbf{001010110})_{S+VA}$

Donc : N = $-(0\ \mathbf{001010110})_{S+VA}$ = $(1\ \mathbf{001010110})_{S+VA}$

2 - Trouvant la valeur de ce nombre en C1 :

$-(N)_{10}$ = C2 (**1 110101010**) = $(0\ \mathbf{001010110})_{C2}$

Or les nombres positifs ont la même représentation en C1, C2 et S+VA :

$(0\ \mathbf{001010110})_{C2}$ = $(0\ \mathbf{001010110})_{C1}$

Donc : N = $-(0\ \mathbf{001010110})_{S+VA}$ = $(1\ \mathbf{110101001})_{S+VA}$

Q19 - En supposant que le nombre « **1 110101010** » est en **complément à 1** sur *10 bits* quelle est sa valeur en décimal, en C2 et en S+VA ?

<u>**Réponse**</u> : N = **$(1\ 110101010)_{C1}$**

N étant négatif, je complémente à 1 pour trouver son opposé (donc un nombre positif) :

- N = $(0\ 001010101)_{C1}$ = $(0\ 001010101)_{S+VA}$

Pour trouver N en S+VA, il suffit d'inverser le bit de –N, donc :

$\boxed{N = (1\ 001010101)_{S+VA}}$

En décimal :

$-N = (0\ 001010101)_2$

$= 2^6+2^4+2^2+2^0$

$= 64+16+4+1$

$= (85)_{10}$

Ce qui donne

$\boxed{N = -(85)_{10}}$

En C2 :

pour trouver le C2(-N) il faut

(1) recopier les 0 à droite

(2) recopier le 1er "1"

(3) inverser le reste :

$-N = (0\ 001010101)_2$

$\boxed{N = (1\ 110101011)_{C2}}$

Q20 – Complétez les égalités suivantes :

- $(-120)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{S+VA}$

Sur 8 bits, les valeurs possibles que je peut représenter en S+VA et C1 sont dans l'intervalle :
$[-(2^{n-1}-1), 2^{n-1}-1]$, ce qui donne :
$[-(2^{8-1}-1), 2^{8-1}-1] = [-2^7+1,+2^7] = [-127, +127]$
En C2 l'intervalle est $[-2^n, 2^{n-1}-1]=[-128, +127]$

La valeur $(-120)_{10}$ est dans ces 2 intervalles, je peux donc la représenter sur 8 bits en S+VA, en C1 et en C2.

$N = -(120)_{10} = (?)_{S+VA}$
① Il faut trouver la VA
② mettre le bit de signe à "1"
* Trouvons la VA :
On peut utiliser au moins 2 méthodes :
→ Divisions successives
→ décomposition en puissances de 2

$120 = 64+32+16+8$
$= 2^6+2^5+2^4+2^3$
ce qui donne sur 8 bits
$(0\ 1111000)_{S+VA}$
Donc
$\boxed{(-120)_{10} = (1\ 1111000)_{S+VA}}$

- $(-120)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{C1}$

$N = -(120)_{10} = (?)_{C1}$
① Il faut trouver la VA
② Inverser tous les bits :
Nous avons déjà trouvé la VA
$-N = (0\ 1111000)_{S+VA}$
$N = (1\ 0000111)_{C1}$
Donc
$\boxed{(-120)_{10} = (1\ 0000111)_{C1}}$

- $(-120)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{C2}$

① Il faut trouver la VA
② Complémenter à 2 la VA :
* recopier les "0" à droite
* recopier le premier "1"
* inverse le reste
Nous avons déjà trouvé la VA
$-N = (0\ 1111000)_{S+VA}$
$N = (1\ 0001000)_{C2}$
Donc
$\boxed{(-120)_{10} = (1\ 0001000}$

- $(1\ 0010110)_{S+VA}$ = **$(-22)_{10}$**
- $(1\ 0010110)_{S+VA}$ = **$(1\ 1101001)_{C1}$**
- $(1\ 0010110)_{S+VA}$ = **$(1\ 1101010)_{C2}$**
- $(1\ 0010110)_{C1}$ = **$(1\ 0010111)_{C2}$**

Q21 – Donnez la représentation en C2 de **$(-34)_{10}$** :

- Sur 8 bits :

$(34)_{10} = 32+2 = 2^5+2^1 =$
ce qui donne en binaire sans signe :
$(00100010)_2$
Donc $(34)_{10} = (00100010)_2=(00100010)_{C2}$
Pour trouver sa représentation en C2 de $(-34)_{10}$, il suffit de complémenter à 2 la représentation en binaire de $(+34)_{10}$:
Je pars donc de $(00100010)_2$ que je complémente à 2
Tout en allant vers la gauche :
1 - Je recopie les « 0 » à droite
2 - Je recopie le premier « 1 »
3 - J'inverse le reste

Ceci donne : $(-34)_{10} = (1\ 1011110)_{C2}$

- Sur 10 bits :

$(-34)_{10} = (1\ 111011110)_{C2}$

Peut-on représenter ce nombre sur **6 bits** (justifier votre réponse) ? **Non car en C2 sur 6 bits on peut représenter uniquement les valeurs allant de -2^{6-1} jusqu'à $2^{6-1}-1$, ce qui donne l'intervalle : [-32, +31].**

Je rappel que pour n bits l'intervalle est $[-2^{n-1}, 2^{n-1}-1]$

Séance 3 (semaine du 23 au 29 avril 2017)

Q22 – En supposant que l'on réserve 3 bits pour la partie décimale, donnez la représentation en complément à 2 du nombre **$(-34,75)_{10}$** :

- ☐ Sur un total de 10 bits : ....
- ☐ Sur un total de 12 bits : ....

Peut-on représenter ce nombre sur 9 bits sachant que 3 bits parmi ces 9 sont dédiée à la partie décimale (justifier votre réponse) ?

Réponse :

A - Représentation de $(-34,75)_{10}$ en complément à 2 sur 10 bits dont 3 pour la partie décimale

1- **Avant de commencer, il faut savoir que je sais convertir les nombres positifs (binaire pur), mais pas les nombres négatifs. Donc je dois, à chaque fois me ramener vers des nombres positifs pour procéder à des conversions (*attention, ne pas oublier que le nombre d'origine est négatif* !).**

Trouvons d'abord la valeur de $(34,75)_{10}$ en binaire pur :
La partie entière sur 7 bits :
$34 = 32+2 = 1x2^5+0x2^4+0x2^3+0x2^2+1x2^1+0x2^0$
ce qui donne sur 7 bits : $(0100010)_2$
La partie décimale sur 3 bits :
$(0,75)_{10} = 0,5 + 0,25 = 1x2^{-1}+1x\ 2^{-2}= (0,11)_2$
Ce qui donne sur 3 bits : $(0,110)_2$
Donc sur 10 bits dont 3 pour la partie décimale :

$(34,75)_{10} = (0100010,110)_2$

2- **Nous savons que nous cherchons à trouver la représentation en *C2* de $(-34,75)_{10}$, donc il suffit de complémenter à 2 la valeur en binaire correspondant $(34,75)_{10}$ soit *C2*(0100010,110). Pour cela,**

- **je parcours mon nombre binaire de droite vers la gauche**
- **je recopie tous les zéros que je rencontre jusqu'au premier « 1 » tout en recopiant aussi ce « 1 »**
- **J'inverse le reste des bits**

Ce qui me donne :
***C2*(0100010,110) = $(1011101,010)_{C2}$**

Donc : $(-34,75)_{10} = (1\ 011101,010)_{C2}$

B - Représentation de $(-34,75)_{10}$ en complément à 2 sur 10 bits dont 3 pour la partie décimale

Nous avons sur 10 bits dont 3 pour la partie décimale :

$(34,75)_{10} = (0100010,110)_2$

Sur 12 bits dont 3 pour la partie décimale, ça donne :

$(34,75)_{10} = (000100010,110)_2$

En C2 sur 12 bits :

$(-34,75)_{10}$ = C2(000100010,110)

Ce qui me donne :

$(-34,75)_{10} = (1\ 11011101,010)_{C2}$

C – Peut-on représenter $(-34,75)_{10}$ en complément à 2 sur 9 bits dont 3 pour la partie décimale ?

La réponse est « oui ». En effet pour la partie entière sur 7 bits l'étendue des valeurs en C2 est $[-2^{7-1}, 2^{7-1}-1]= [-2^6, 2^6-1]$, ce qui donne : [-64, +63]. On voit bien que -34 est dedans !

Par ailleurs, on a vu dans notre réponse précédente que 0,75 est représentable sur 3 bits, donc, on peut affirmer :

Qu'on peut représenter $(-34,75)_{10}$ en complément à 2 sur 9 bits dont 3 pour la partie décimale

Q23 – En supposant que j'ai une machine représentant les nombres sur 10 bits. Donnez l'intervalle des valeurs que l'on pourra représenter dans cette machine si la représentation est :

- ☐ S+VA : ....
- ☐ C1 : ....
- ☐ C2 : ....
- ☐ Non signé : ....

Réponse :

Je rappel la formule générale de l'étendue des valeurs représentable sur n bits en binaire pur (non signé), S+VA, C1 et C2

Binaire pur	**$[0,2^n-1]$**
S+VA et C1	**$[-(2^{n-1}-1), (2^{n-1}-1)]$**
C2	**$[-2^{n-1}, (2^{n-1}-1)]$**

Sur 10 bits, ça donne :

Binaire pur	**$[0,2^{10}-1]$**	**[0,1023]**
S+VA et C1	**$[-(2^{10-1}-1), (2^{10-1}-1)]$**	**[-511,511]**
C2	**$[-2^{10-1}, (2^{10-1}-1)]$**	**[-512, 511]**

Je précise que : 2^{10} =1024 et 2^9 =512

Q24 – En binaire pur (sur 5 bits), donnez le résultat de la soustraction suivante **$(13)_{10}$ – $(7)_{10}$:**

$(13)_{10}$	0	1	1	0	1
$(7)_{10}$	0	0	1	1	1
		1	1		
$=(6)_{10}$	0	0	1	1	0

je vois bien que j'ai obtenu $(6)_{10}$

Q25 – En se servant d'une représentation en ***C_1*** sur 7 bits (bit de signe compris), faire la somme **[(35) - (27)]**

$(35)_{10} = 32 + 2 + 1$
$= 2^5 + 2^1 + 2^0$
$= 1\times2^5 + 0\times2^4 + 0\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0$
$= 100011$
ce qui donne sur 7 bits
$\boxed{(35)_{10} = (0100011)_2}$

$(27)_{10} = 16 + 8 + 2 + 1$
$= 2^4 + 2^3 + 2^1 + 2^0$
$= (0011011)_2$
en Complément à 1 cela donne :
$\boxed{(27)_{10} = (1100100)_{C1}}$

En décimal	Représentation en ***C_1***						
	1						
$(+35)_{10}$	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**
+ $(-27)_{10}$	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**
= $(+8)_{10}$	0	0	0	0	1	1	1
1							

En rajoutant la retenue j'obtiens :

0	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**