Maths 04

Université A.MIRA de Béjaia
Faculté de la Technologie
Département de Technologie-2$^{\text{ème}}$ Année

® 04 Octobre 2011

Rattrapage de Probabilités et Statistiques

Exercice 1 (13.00 points) :
Une étude réalisée dans 50 hôpitaux a donné les résultats suivants concernant le nombre de personnes contaminées par une maladie infectueuse :

30	30	38	50	64	42	70	60	64	42
74	60	64	64	50	64	42	64	50	42
60	42	64	50	64	50	60	50	38	64
64	70	74	64	64	60	50	74	74	70
64	30	42	74	74	70	64	60	30	50

Partie I :

1. Donner le tableau statistique et la représentation graphique de cette série.
2. Représenter graphiquement les fréquences cumulées croissantes.
3. Calculer le Mode, la Médiane, les quartiles, la Moyenne et l'Écart-type.

Partie II :
Le regroupement en classe des données précédentes est donné dans le tableau suivant :

Classes	[25, 35[	[35, 45[	[45, 55[	[55, 65[	[65, 75[
Effectifs	4	8	8	20	10

1. Donner le tableau statistique et la représentation graphique de cette série.
2. Représenter graphiquement les fréquences cumulées croissantes.
3. Calculer le Mode, la Médiane, les quartiles, la Moyenne et l'Écart-type.

Exercice 2 (07.00 points) :
Pour étudier la taille Y et l'âge X chez un certain poisson, on considère un échantillon de 100 individus. En prennant comme origine le point (A, B) avec, $A = 20$ mois et $B = 100$ cm, on donne : $\sum_i n_{i\bullet}(x_i - A) = -20$, $\sum_i n_{i\bullet}(x_i - A)^2 = 404$,
$\sum_j n_{\bullet j}(y_j - B) = 40$, $\sum_j n_{\bullet j}(y_j - B)^2 = 1616$, $\sum_i \sum_j n_{ij}(x_i - A)(y_j - B) = 648$.

1. Calculer le coefficient de corrélation ρ_{XY}. Conclure.
2. Déterminer les droites de régression de Y en X et de X en Y.
3. Quel sera l'âge d'un poisson de taille 105 cm ?
4. Quelle sera la taille d'un poisson d'âge 20 mois ?

Bon Courage

2010 - 2011

Corrigé de Rattrapage
Maths 04

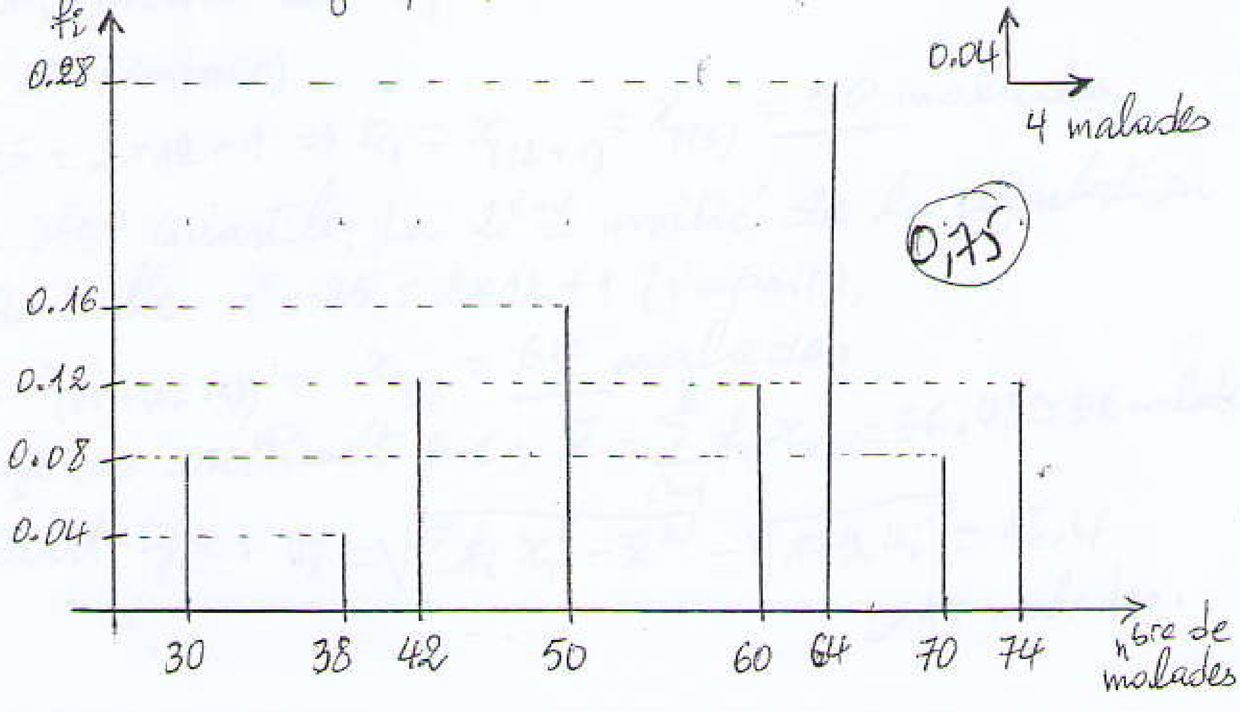
Exercice N° 1 (13 pts)

Partie I.

1°/ ⊛ Tableau statistique :

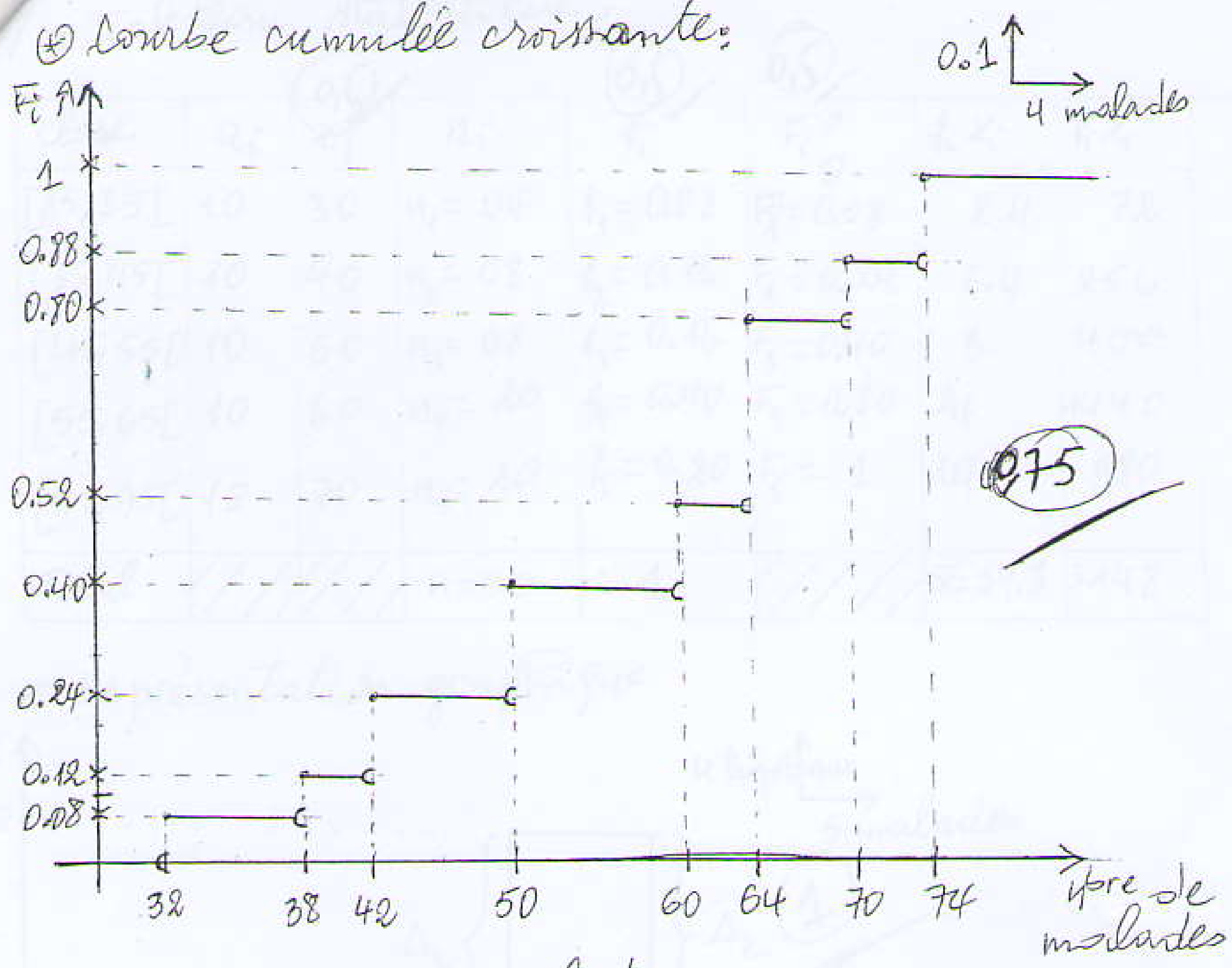
n^{bre} de malades (x_i) (0,5)	n_i (0,5)	f_i (0,5)	$F_i \uparrow$ (0,5)	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
$x_1 = 30$	$n_1 = 04$	$f_1 = 0.08$	$F_1 = 0.08$	2.40	72.00
$x_2 = 38$	$n_2 = 02$	$f_2 = 0.04$	$F_2 = 0.12$	1.52	57.76
$x_3 = 42$	$n_3 = 06$	$f_3 = 0.12$	$F_3 = 0.24$	5.04	211.68
$x_4 = 50$	$n_4 = 08$	$f_4 = 0.16$	$F_4 = 0.40$	8.00	400.00
$x_5 = 60$	$n_5 = 06$	$f_5 = 0.12$	$F_5 = 0.52$	7.20	432.00
$x_6 = 64$	$n_6 = 14$	$f_6 = 0.28$	$F_6 = 0.80$	17.92	1146.88
$x_7 = 70$	$n_7 = 04$	$f_7 = 0.08$	$F_7 = 0.88$	5.60	392.00
$x_8 = 74$	$n_8 = 06$	$f_8 = 0.12$	$F_8 = 1$	8.80	657.12
Total	$n = 50$	1		$\bar{x} = 56.48$	3369.44

⊛ Représentation graphique.



② Fréquences cumulées croissante (voir tableau stat.) ②P

② Courbe cumulée croissante:



3°/ ② Le mode: $M_o = 64$ malades.

(0,5) ② La médiane:

$n = 50 = 2 \times p = 2 \times 25$ (n est pair) $\Rightarrow M_e = \frac{x_{(25)} + x_{(26)}}{2} = 60$ malades.

(0,5) ② Le Quartile Q_1:

La 1ère moitié de la population est de taille

$n' = 25$ (impair)

$n' = 25 = 2 \times 12 + 1 \Rightarrow Q_1 = x_{(12+1)} = x_{(13)} = \underline{50 \text{ malades}}$.

(0,5) ② Le 3ème Quartile: La 2ème moitié de la population est de taille $n'' = 25 = 2 \times 12 + 1$ (impair),

$Q_3 = x_{(25+(12+1))} = x_{38} = \underline{64}$ malades.

(0,5) ② Moyenne arithmétique: $\bar{x} = \sum_{i=1}^{8} f_i x_i = 56.48 \simeq 56$ malades

(0,5) ② Ecart-type: $\sigma_X = \sqrt{\sum f_i x_i^2 - \bar{x}^2} = \sqrt{179.45} = 13.4$

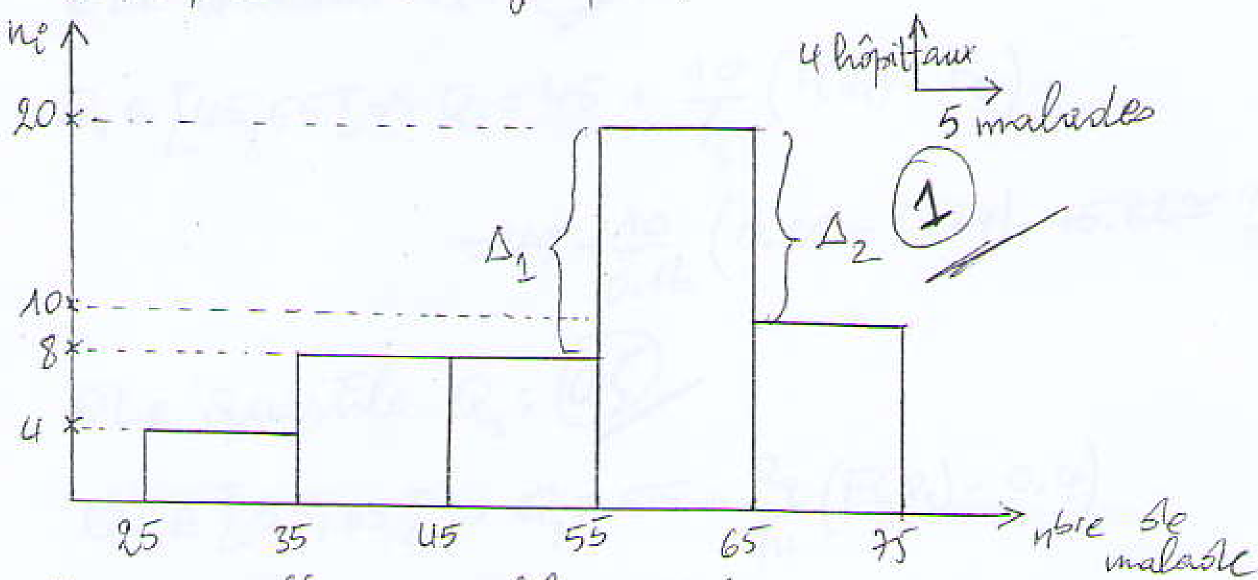
$\simeq 13$ malades.

II.

=1/ ⊗ Tableau statistique.

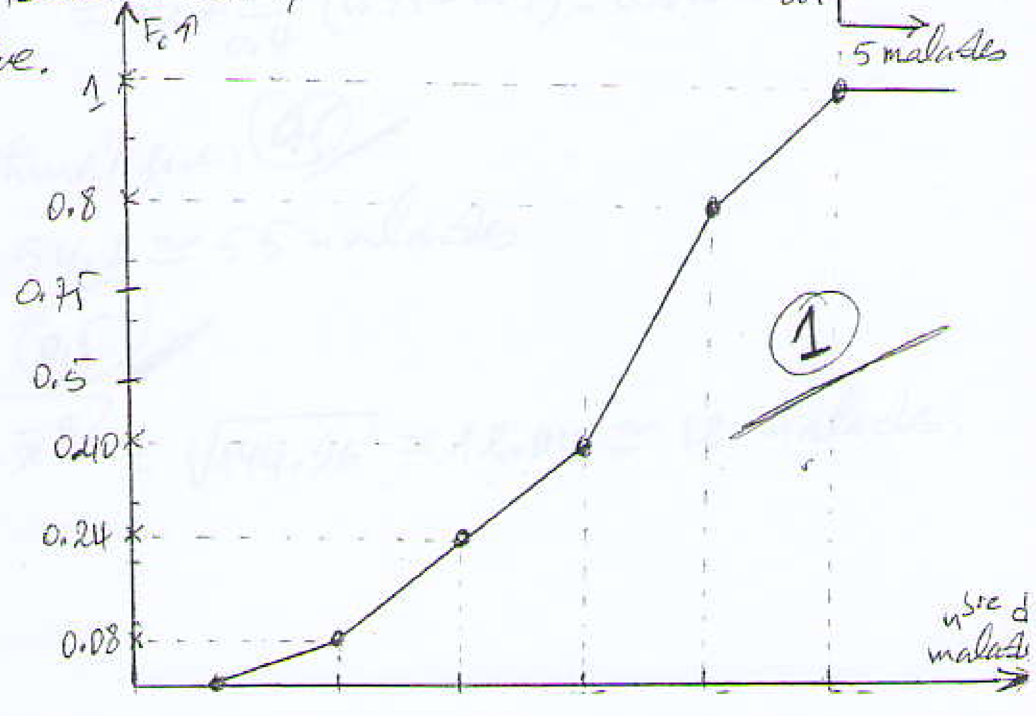
classe	a_i	x_i	n_i	f_i	$F_i \uparrow$	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
[25,35[	10	30	$n_1 = 04$	$f_1 = 0.08$	$F_1 = 0.08$	2.4	72
[35,45[	10	40	$n_2 = 08$	$f_2 = 0.16$	$F_2 = 0.24$	6.4	256
[45,55[	10	50	$n_3 = 08$	$f_3 = 0.16$	$F_3 = 0.40$	8	400
[55,65[	10	60	$n_4 = 20$	$f_4 = 0.40$	$F_4 = 0.80$	24	1440
[65,75[	10	70	$n_5 = 10$	$f_5 = 0.20$	$F_5 = 1$	14	980
Total	////	////	$n=50$	1	////	$\bar{x}=54.8$	3148

⊗ Représentation graphique



2=/ ⊗ F_i cumulés (voir tableau stat.)

⊗ Courbe cumulative.



- Le mode M_0 : 0,5

$$M_0 \in [55,65[\Rightarrow M_0 = 55 + a_i \frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}$$

$$= 55 + 10 \times \frac{20-8}{(20-8)+(20-10)} = 60.45 \simeq 60 \text{ malade}$$

- La médiane M_e : 0,5

$$M_e \in [55,65[\Rightarrow M_e = e_{i-1} + \frac{a_i}{f_i}\left(F(M_e) - F_{i-1}\right)$$

$$= 55 + \frac{10}{0.40}\left(0.5 - 0.40\right) = 57.5 \simeq 57 \text{ malai}$$

- Le Quartile Q_1 : 0,5

$$Q_1 \in [45,55[\Rightarrow Q_1 = 45 + \frac{10}{f_3}\left(F(Q_1) - F_2\right)$$

$$= 45 + \frac{10}{0.16}\left(0.25 - 0.24\right) = 45.62 \simeq 45 \text{ malades}$$

- Le Quartile Q_3 : 0,5

$$Q_3 \in [55,65[\Rightarrow Q_3 = 55 + \frac{a_4}{f_4}\left(F(Q_3) - 0.4\right)$$

$$= 55 + \frac{10}{0.4}\left(0.75 - 0.4\right) = 63.75 \simeq 64 \text{ malades}$$

- Moyenne arithmétique : 0,5

$$\bar{x} = \sum f_i x_i = 54.8 \simeq 55 \text{ malades}$$

- Ecar-type : 0,5

$$\sigma_x = \sqrt{\sum f_i x_i^2 - \bar{x}^2} = \sqrt{144.96} = 12.04 \simeq 12 \text{ malades.}$$

Exercice N°2 (7 pts) 5p

1°) la Coefficients de Corrélation

$$\rho_{xy} = \frac{Cov(x,y)}{\sigma_x \ \sigma_y}$$

$V(X) = V(X-A) = \frac{404}{100} - (0,2)^2 = 4$ 0,5

$V(Y) = V(Y-B) = \frac{1616}{100} - (0,4)^2 = 16$ 0,5

$Cov(x,y) = Cov(X-A, Y-B) = \frac{648}{100} - (0,2)(0,4) = 6,4$ 0,5

$$\rho_{xy} = \frac{6,4}{2 \times 4} = 0,8$$ 0,5

Il y a une Forte tendance Linéaire

2°) les Deux Droites de régression

Y en X : $y = ax + b$, Avec

$a = \frac{Cov(x,y)}{V(X)} = \frac{6,4}{4} = 1,6$ 0,5

$b = \overline{Y} - a\overline{X} = 100,4 - 1,6 \times 19,8 = 68,72$ 0,5

$\overline{X} = \frac{-20}{100} + 20 = 19,8$ 0,5

$\overline{Y} = \frac{40}{100} + 100 = 100,4$ 0,5

Y en X : $y = 1,6x + 68,72$ 0,5

X en Y : $x = \alpha y + \beta$, Avec (6) p

$$\alpha = \frac{cov(X,Y)}{V(Y)} = \frac{6,4}{16} = 0,4$$ 0,5 0,5

$$\beta = \overline{X} - \alpha \overline{Y} = 19,8 - 0,4 \times 100,4 = -20,36$$

X en Y : $X = 0,4\,Y - 20,36$ 0,5

3°/ On a $Y = 105$ Cm , Alors 0,5

$$X = 0,4 \times 105 - 20,36 = 26,64$$

4°/ On a $X = 20$ mois 0,5

$$Y = 1,6 \times 20 + 68,72 = 100,72$$

Mr Boualem