

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Abderrahmane Mira de Bejaia

Faculté de Technologie

Département d'Hydraulique

POLYCOPIE DE COURS

Module :

"HYDRAULIQUE FLUVIALE"

Master 1 (HU)

Master 2 (OAH)

Responsable du Module :

Dr. Tahar IKNI

PREAMBULE

L'Hydraulique est une science qui traite les lois de l'équilibre et du mouvement des liquides et établit des modes d'application de ces lois à la résolution des problèmes pratiques. Elle est omniprésente dans le domaine de l'environnement. La maîtrise de ces écoulements occupe une place importante dans la compréhension des écoulements dans les canaux à ciel ouvert naturels et artificiels, dans les rivières, les estuaires, les coursiers d'évacuateurs de crues de différentes formes, dans les canaux d'évacuation en zones urbaines, l'analyse et le diagnostic des réseaux d'adduction et d'alimentation en eau potable, des stations de traitement, des réseaux d'irrigation, des réseaux d'assainissement, ...etc.

L'hydraulique fluviale est une branche de l'hydraulique et de la mécanique des fluides qui traite essentiellement l'écoulement de l'eau à surface libre dans les cours d'eau naturels ou artificiels. Un écoulement à surface libre désigne un écoulement avec une interface libre entre l'air et l'eau, comme dans une rivière, par opposition à un écoulement en charge, où cette interface est absente dans une conduite sous pression (par exemple : conduite d'adduction). L'écoulement à surface libre est dû à la pente du canal et non, comme pour les conduites, à la différence de charge entre deux sections.

L'objectif de ce cours, destiné aux étudiants de spécialité Hydraulique des niveaux Master 1 (Option : Hydraulique Urbaine (HU)) et Master 2 (Option : Ouvrages et Aménagements Hydraulique (OAH)), est de fournir les bases nécessaires à la compréhension physique et au calcul des phénomènes hydrauliques dans des canaux découverts qui sont appliqués en génie de l'eau et de l'environnement.

Dans ce cours, on présentera d'abord des généralités sur les écoulements à surface libre classiques dans les canaux rectilignes, ceci est l'objectif du premier chapitre.

Ensuite, le deuxième chapitre est consacré à décrire les caractéristiques ainsi que l'hydrodynamisme de l'écoulement dans une transition hydraulique (convergent rectiligne). La section d'un convergent est variable le long de l'écoulement. L'étude d'un écoulement dans ce type de transition est une étape indispensable pour comprendre le dimensionnement du convergent et de la formation du ressaut hydraulique oblique.

Dans le troisième chapitre, on décrira les différentes approches et modèles analytiques et expérimentaux développés pour étudier les écoulements dans les canaux courbes et dans les branchements (jonctions).

Puis, dans le quatrième chapitre, on présentera l'écoulement aéré superficiellement dans un coursier à forte pente et la démarche à suivre afin de dimensionner ce type de coursiers.

Alors que le cinquième et dernier chapitre sera consacré à la description de la cavitation et de l'aération forcées.

Ce cours est dispensé par moi-même (Dr. IKNI Tahar) depuis plusieurs années pour les étudiants de la spécialité Hydraulique de l'université Abderrahmane Mira de Bejaia (Algérie).

Dr. Tahar IKNI

SOMMAIRE

PREAMBULE

CHAPITRE I : GENERALITES

I.1. Introduction	1
I.2. Généralités sur les canaux et les écoulements à surface libre	1
I.2.1. Les canaux	1
I.2.2. Géométrie des canaux et grandeurs hydrauliques	2
I.2.3. Exemples de calcul du rayon hydraulique	3
I.3. Canal prismatique	4
I.3.1. Cote piézométrique et charge	5
I.3.2. Nombre de Reynolds	5
I.3.3. Nombre de Froude	5
I.4. Ecoulement de l'eau dans les canaux à ciel ouverts	6
I.4.1. Régimes d'écoulements	6
I.4.2. Ecoulement uniforme	7
I.4.2.1. Equation du régime uniforme	7
I.4.3. Ecoulement graduellement varié	8
I.4.3.1. Equation du régime	8
I.5. Hauteur normale et Hauteur critique	9
I.5.1. Hauteur normale	9
I.5.2. Hauteur critique	10
I.5.3. Nombre de Froude critique et régime d'écoulement	10
I.5.4. Pente critique (Icr)	11
I.6. Ressaut hydraulique	11
I.6.1. Pertes de charge d'un ressaut	13
I.7. Exercices	14

CHAPITRE II : CANAUX COURBES ET CANAUX A BRANCHEMENTS

II.1. Introduction	15
II.2. Ecoulement dans un canal courbé	15
II.2.1. Surélévation	15
II.3. Calcul de la surface libre dans un écoulement supercritique	17
II.4. Calcul de la surface libre dans un écoulement fluvial	19
II.5. Canaux à branchements	23
II.5.1. Confluence	23
II.5.2. Défluence	24
II.6. Etude d'un écoulement fluvial dans une jonction à deux branches	24
II.7. Définition de certains paramètres et des coefficients de perte de charge dans le cas d'une jonction	27
II.8. Exercices	28

CHAPITRE III : CANAUX NON PRISMATIQUES

III.1. Introduction	30
III.2. But de la transition	30

III.3. Notion d'onde transversale	31
III.4. Déviation brusque d'un mur	31
III.5. Déviation positive d'un mur	31
III.6. Déviation négative d'un mur	36
III.7. Notions d'ondes positives et d'ondes négatives	37
III.8. Rétrécissement dans des conditions d'écoulements torrentielles (paroi symétrique)	38
III.9. Exercices	42

CHAPITRE IV : AERATION SUPERFICIELLE

IV.1. Introduction	43
IV.2. Conséquence de l'aération	43
IV.3. Différents mécanismes d'entraînement d'air dans un écoulement à surface libre	45
IV.3.1. Début de l'aération superficielle	46
IV.3.2. Point de début de l'entraînement d'air ou point d'inception	47
IV.3.3. Ecoulement aéré non uniforme	48
IV.3.4. Zone d'aération uniforme	49
IV.4. Exercices	52

CHAPITRE V : CAVITATION ET AERATION FORCEES

V.1. Introduction	53
V.2. Description physique de la cavitation	53
V.3. Irrégularités de surface	54
V.4. Aération forcée des coursiers	56
V.5. Systèmes d'approvisionnement d'air	56
V.6. Equations générales de la cavitation	57
V.7. Etude du risque de cavitation	58
V.8. Etude de l'indice de cavitation le long du coursier	59
V.9. Exercices	59

BIBLIOGRAPHIE	61
---------------	----

CHAPITRE I

GENERALITES

I.1. Introduction

L'hydraulique fluviale est l'une des plus anciennes sciences explorées par l'homme, elle traite essentiellement l'écoulement de l'eau à surface libre dans les cours d'eau naturels ou artificiels. Les notions d'hydraulique fluviale sont nécessaires pour la conception, l'aménagement et la construction d'ouvrages hydrauliques, tels que les digues, les seuils et les déversoirs. Dans un tel écoulement, la surface libre est soumise à la pression atmosphérique. L'écoulement à surface libre est dû grâce à l'effet de gravité.

I.2. Généralités sur les canaux et les écoulements à surface libre

I.2.1. Les canaux

Un canal est un système de transport dans lequel l'eau s'écoule et dont la surface libre est soumise à la pression atmosphérique. Tous les canaux peuvent être subdivisés en deux catégories (Figure I.1) :

- Les canaux (lits) naturels.
- Les canaux (lits) artificiels.

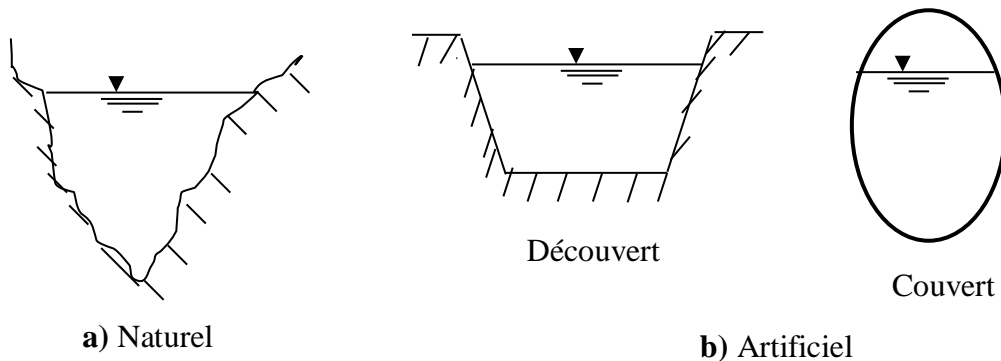


Figure I.1 : Types de canaux

- a) On rapporte aux canaux (lits) naturels les rivières, les ruisseaux, les écoulements par les talwegs, les ravins, fleuves et estuaires, ... etc.

Les propriétés géométriques et hydrauliques des canaux naturels sont généralement assez irrégulières. L'application de la théorie hydraulique ne donne que des résultats approximatifs obtenus à partir d'hypothèses qui s'imposent.

- b) Les canaux artificiels sont des cours d'eau réalisés par l'homme, tels que les canaux découverts construits au ras du sol, les galeries, les tuyaux de drainages. ...etc. Autrement dit, la plupart des ouvrages de ce type utilisés dans la pratique hydrotechnique et d'aménagement des eaux.

Les propriétés géométriques et hydrauliques des canaux artificiels sont généralement assez régulières. L'application de la théorie hydraulique donne souvent des résultats réalistes.

I.2.2. Géométrie des canaux et grandeurs hydrauliques

Dans ce paragraphe, on définit les grandeurs hydrauliques permettant d'établir les équations caractérisant le comportement hydraulique des écoulements à surface libre. Le canal, dont la section transversale ne varie pas et dont la pente longitudinale et la rugosité restent constantes, est dit canal prismatique. Les différentes grandeurs (Figure I.2) sont les suivantes:

- La surface mouillée S (m^2), dite aussi section, est la portion de la section transversale occupée par le fluide.
- La largeur au miroir est la longueur de la zone de contact entre l'eau et l'air au sein d'une section.
- Le périmètre mouillé P (m) d'une section est la longueur de la zone de contact entre l'eau et le canal au sein de la section mouillée.
- Le rayon hydraulique R_h (m) est défini comme étant le rapport de la surface mouillée au périmètre mouillé.
- La profondeur hydraulique est donnée par le rapport de la surface mouillée à la largeur au miroir.
- Le débit Q (m^3/s) dans une section est défini comme étant le volume du liquide écoulé à travers cette section pendant une unité de temps.
- La vitesse moyenne de l'écoulement dans une section U (m/s) est le rapport du débit Q à la section normale de l'écoulement.
- La côte z est le niveau du lit du canal par rapport à un plan horizontal de référence fixe.
- La charge H dans une section est donnée par :

$$H = z + h + \frac{V^2}{2g} \quad (I.1)$$

- La charge spécifique dans une section est :

$$H_s = h + \frac{V^2}{2g} \quad (I.2)$$

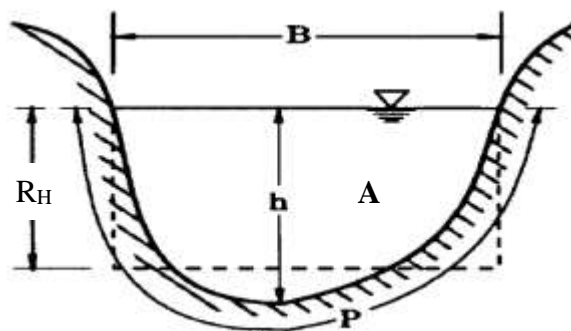


Figure I.2 : Les différents paramètres d'un écoulement dans une section

I.2.3. Exemples de calcul du rayon hydraulique

Le rayon hydraulique est le paramètre qui permet de prendre en compte l'influence du frottement du liquide sur les parois de la canalisation.

1. Cas d'un canal rectangulaire (Figure I.3)

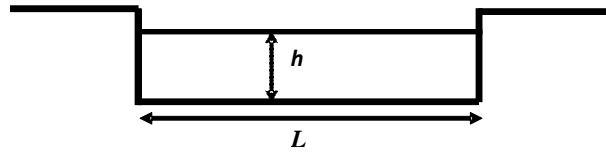
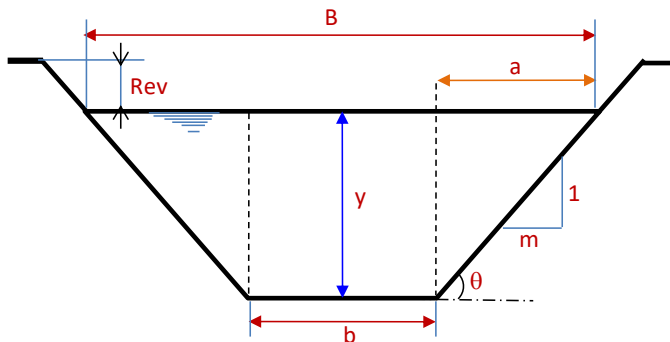


Figure I.3 : Canal rectangulaire

Rayon hydraulique :

$$R_h = \frac{S}{P} = \frac{L.h}{L+2.h} \quad (\text{I.3})$$

2. Cas d'un canal trapézoïdal (Figure I.4)



<p>b: largeur du fond du canal B: largeur au miroir h: tirant d'eau Rev: revanche θ: angle des talus m: coefficient de pente de talus</p>
--

Figure I.4 : Canal à section trapézoïdale

Section mouillée (S) :

$$S = bh + mh^2 = (b + mh)h \quad (\text{I.4})$$

Périmètre mouillé (P_m) :

$$P = b + 2h\sqrt{1+m^2} = P = b + m''h \quad \text{avec} \quad m'' = 2\sqrt{1+m^2} \quad (\text{I.5})$$

Rayon hydraulique (R_h) :

$$R_h = \frac{S}{P} = \frac{bh + mh^2}{b + m \cdot h} \tag{I.6}$$

Les rayons hydrauliques des formes usuelles sont regroupés dans le tableau (I.1) suivant:

Tableau I.1: Profondeurs et rayons hydrauliques pour différents types de canaux

	Rectangle	Trapèze	Cercle	Triangle
Largeur, B	b	$b + 2 \times mh$	$(\sin \frac{\theta}{2}) \cdot D$ ou $2\sqrt{h \cdot (D - h)}$	$2 \times mh$
Surface, S	$b \times h$	$(b + mh) \cdot h$	$\frac{1}{8}(\theta - \sin \theta) \cdot D^2$	$m \times h^2$
Périmètre mouillé, P	$b + 2h$	$b + 2 \cdot h \cdot \sqrt{1 + m^2}$	$\frac{1}{2} \theta \cdot D$	$2h \cdot \sqrt{1 + m^2}$
Rayon hydraulique, R_h	$\frac{bh}{b + 2h}$	$\frac{(b + mh) \cdot h}{b + 2h \cdot \sqrt{1 + m^2}}$	$\frac{1}{4} \left[1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right] D$	$\frac{mh}{2 \cdot \sqrt{1 + m^2}}$
Profondeur hydraulique, D_h	h	$\frac{(b + mh)h}{b + 2 \times mh}$	$\left[\frac{\theta - \sin \theta}{\sin \frac{\theta}{2}} \right] \frac{D}{8}$	$\frac{1}{2}h$

I.3. Canal prismatique

Un canal est dit prismatique si sa section ne change pas et si également sa pente longitudinale et la rugosité de ses parois (berges et lit) restent constantes. La hauteur d'eau peut varier d'une section à une autre (Figure I.5).

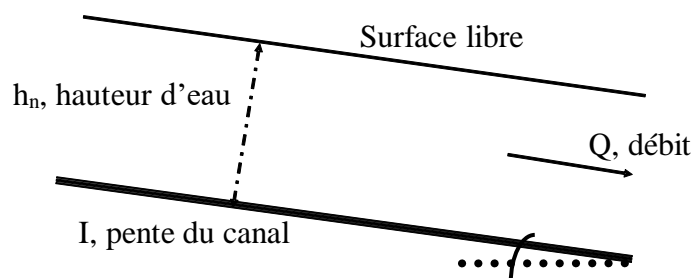


Figure I.5 : Ecoulement dans un canal prismatique et incliné

I.3.1. Cote piézométrique et charge

Si l'écoulement se fait de la section 1 vers la section 2 (Figure I.6), la perte de charge est donnée par :

$$J_{12} = \Delta H = H_1 - H_2 \quad (\text{I.7})$$

Avec H, représente le niveau énergétique dans la section considérée.

$$H_1 = Z_1 + h_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad \text{et} \quad H_2 = Z_2 + h_2 + \frac{V_2^2}{2g} + J_{12} \quad (\text{I.8})$$

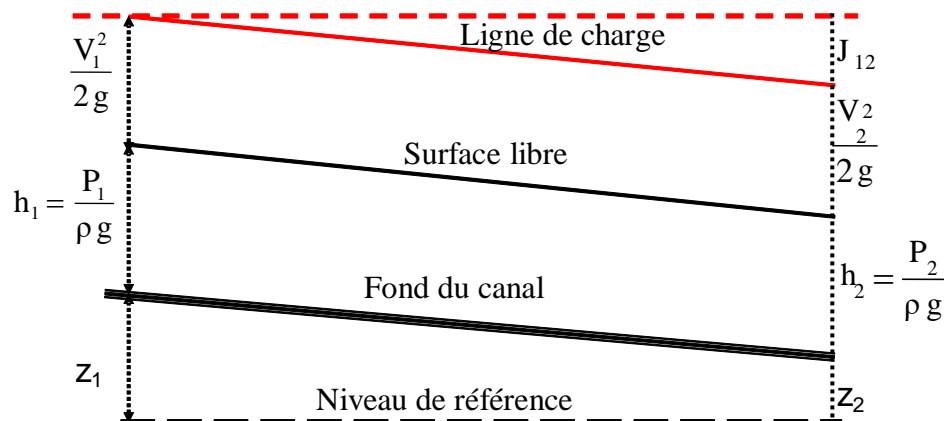


Figure I.6 : Charge hydraulique dans un canal

I.3.2. Nombre de Reynolds

L'écoulement dans un canal peut être laminaire, transitoire ou turbulent.

$$R_E = \frac{4R_h V}{\nu} \quad (\text{I.9})$$

Avec,

- R_h : Rayon hydraulique
- V : vitesse moyenne de l'écoulement
- ν : viscosité cinématique

Il permet de définir le régime d'un écoulement, tel que :

- $Re < 500$: Ecoulement Laminaire
- $500 < Re < 2000$: Ecoulement Transitoire
- $Re > 2000$: Ecoulement Turbulent

I.3.3. Nombre de Froude

Le Nombre de Froude, noté Fr, représente l'effet des forces de gravité, il est donné par :

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g D_h}} \quad (I.10)$$

Avec,

- V : vitesse moyenne de l'écoulement
- D_h : profondeur hydraulique, où :

$$D_h = S / B \quad (I.11)$$

Il permet de définir la nature d'un écoulement à surface libre, tel que :

- $Fr < 1$: Ecoulement fluvial
- $Fr = 1$: Ecoulement critique
- $Fr > 1$: Ecoulement torrentiel

I.4. Ecoulement de l'eau dans les canaux à ciel ouvert

I.4.1. Régimes d'écoulements

Les régimes d'écoulement qu'on rencontre en hydraulique fluviale sont (Figure I.7) :

1. Ecoulement permanent, qui peut être uniforme ou non uniforme (graduel ou rapide).
2. Ecoulement non permanent, qui peut être non uniforme (graduel ou rapide).

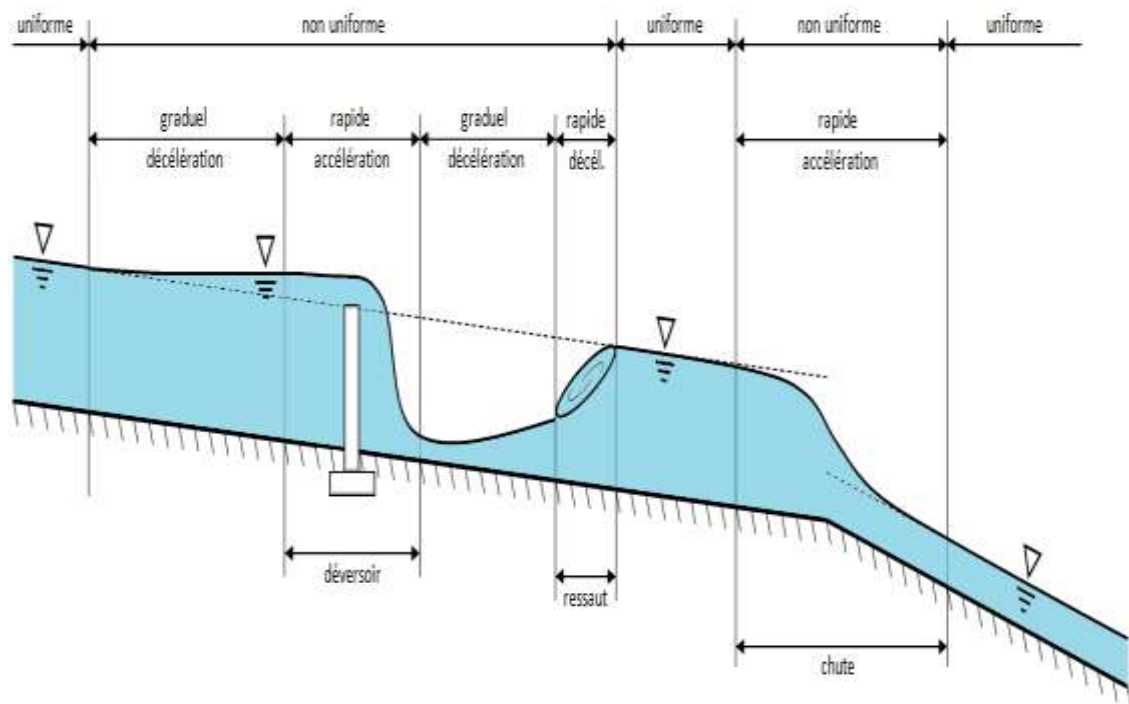


Figure I.7 : Schéma des écoulements permanents, uniformes et variés

I.4.2. Ecoulement uniforme

Pour un écoulement uniforme, la hauteur h , la section S , la vitesse V et le débit Q sont constants.

I.4.2.1. Equation du régime uniforme

Considérons deux sections de fluide 1 et 2; d'après le théorème de Bernoulli, la perte de charge unitaire entre 1 et 2 (Figure I.8) est $\Delta H = H_1 - H_2$.

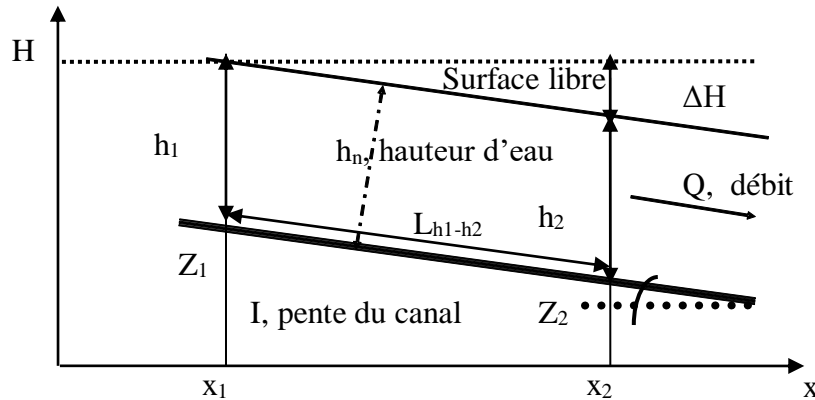


Figure I.8 : Ecoulement sur un plan incliné

Avec,

$$H_1 = Z_1 + h_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad (\text{I.12})$$

$$H_2 = Z_2 + h_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H \quad (\text{I.13})$$

Comme l'écoulement uniforme est uniforme, les paramètres de l'écoulement (hauteur d'eau h et la vitesse V) restent constants.

$$\text{Eq. (I.13)} - \text{Eq. (I.12)} \Rightarrow \Delta H = J L_{h_1-h_2} = Z_1 - Z_2 \quad (\text{I.14})$$

$\Rightarrow J = (Z_1 - Z_2) / L_{h_1-h_2}$ (Puisque l'écoulement est uniforme, la pente I du canal est faible et la longueur $L_{h_1-h_2}$ entre les deux sections 1 et 2 est proche de $\Delta x = x_1 - x_2$, c'est-à-dire $L_{h_1-h_2} \approx \Delta x$, d'où :

$$J = (Z_1 - Z_2) / \Delta x = I$$

Ainsi, l'équation du régime uniforme est :

$$I = J = \frac{V^2}{C^2 R_h} \quad (\text{I.15})$$

Où, C représente le coefficient de Chézy (nature de la paroi).

La ligne de la pente de fond (I) est donc parallèle à la ligne de la surface libre (J).

$$I = J = \frac{V^2}{k^2 R^{4/3}} = \frac{Q^2}{k^2 S^2_{(yn)} R^{4/3}_{(yn)}} \quad (\text{I.16})$$

On peut tirer la valeur de y_n pour $I - J = 0$. Cette égalité correspond au tirant d'eau de l'écoulement uniforme.

Après remplacement de $C = \frac{1}{n} R_h^{1/6}$, on trouve l'équation de Manning Strickler.

$$I = J = \frac{V^2}{(1/n^2) R_h^{4/3}} \quad \text{Ou} \quad V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} I^{1/2} \quad \text{et} \quad Q = \frac{1}{n} S R_h^{2/3} I^{1/2} \quad (\text{I.17})$$

Où, n est le coefficient de rugosité.

I.4.3. Ecoulement graduellement varié

Pour un écoulement graduellement, varié la hauteur h , la section S , la vitesse V sont fonction de x . La pente du fond n'est pas parallèle à la pente de la surface libre ($I \neq J$).

I.4.3.1. Equation du régime

La charge piézométrique à la section 1 est (Figure I.9) :

$$H_1 = Z_1 + h_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad \text{ou bien} \quad H_1 = I dx + h_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad (\text{I.18})$$

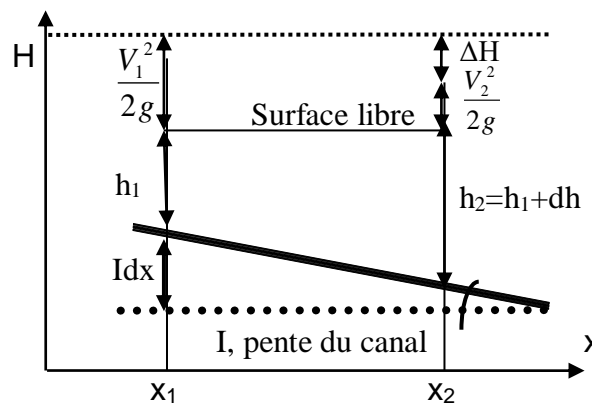


Figure I.9 : Ecoulement graduellement varié

La charge piézométrique à la section 2 est (Figure I.9) :

$$\begin{cases} H_2 = h_2 + \frac{V_2^2}{2g} + Jdx = h_1 + \Delta h + \frac{V_2^2}{2g} + Jdx \\ \text{avec} \\ h_2 = h_1 + dh \end{cases} \quad (\text{I.19})$$

$$H_1 = Idx + h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = H_2 = h_1 + \Delta h + \frac{V_2^2}{2g} + J\Delta x \quad (\text{I.20})$$

$$\begin{cases} Idx + h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = h_1 + dh + \frac{V_2^2}{2g} + J\Delta x \\ Idx - J\Delta x = dh + \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} \end{cases} \quad (\text{I.21})$$

Comme :

$$\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} = d\left(\frac{V^2}{2g}\right) \Rightarrow Idx - J\Delta x = dh + d\left(\frac{V^2}{2g}\right) \Rightarrow I - J = \frac{dh}{dx} + \frac{d\left(\frac{V^2}{2g}\right)}{dx} \quad (\text{I.22})$$

$$I - J = \frac{dh}{dx} + \frac{d\left(\frac{V^2}{2g}\right)}{dx} = \frac{dh}{dx} + \frac{d\left(\frac{Q^2}{2gS^2}\right)}{dx} \quad (\text{I.23})$$

$$\frac{d\left(\frac{Q^2}{2gS^2}\right)}{dx} = -\frac{Q^2 B}{gS^2} \frac{dh}{dx} \quad (\text{I.24})$$

$$I - J = \frac{dh}{dx} - \frac{Q^2 B}{gS^2} \frac{dh}{dx} \Rightarrow \frac{dh}{dx} = \frac{I - J}{1 - \frac{Q^2 B}{gS^2}} \quad (\text{I.25})$$

Cette relation permet de suivre l'évolution de la profondeur de l'eau (h) dans le canal en fonction de (x).

I.5. Hauteur normale et Hauteur critique

I.5.1. Hauteur normale

La valeur de la hauteur normale h_n est déterminée quand la pente du canal est égale la pente de frottement $I=J$.

$$I = J = \frac{V^2}{k^2 R^{4/3}} = \frac{Q^2}{k^2 S^2(h) R^{4/3}(h)} \quad (\text{I.26})$$

I.5.2. Hauteur critique

Pour obtenir une relation analytique qui détermine la hauteur critique (h_c) pour une section de forme quelconque (Figure I.10), il faut trouver le minimum de l'énergie spécifique ($H_s=f(h)$). La première dérivée de H_s par rapport à la hauteur h est égale à zéro.

$$\frac{dH_s}{dh} = 0 \quad (\text{I.27})$$

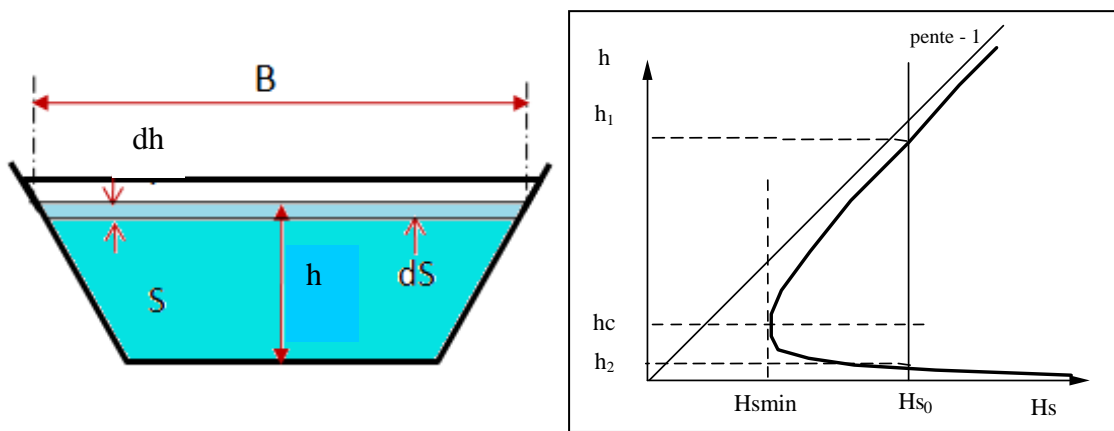


Figure I.10 : a) Section transversale du canal, b) Variation de l'énergie spécifique H_s en fonction de la hauteur h

Pour Q donné, c'est la valeur de h pour laquelle H_s est minimale.

$$H_s = h + \frac{V^2}{2g} \quad \text{ou} \quad H_s = h + \frac{Q^2}{2gS^2(h)} \quad (\text{I.28})$$

$$\frac{dH_s}{dh} = 1 - \frac{Q^2 B}{gS^3(h)} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{Q^2 B}{gS^3(h)} = 1; \text{ d'où la valeur critique } h_c \quad (\text{I.29})$$

I.5.3. Nombre de Froude critique et régime d'écoulement

Posons : $\sqrt{\frac{Q^2 B}{gS^3}} = Fr \quad \Rightarrow \quad \frac{dH_s}{dh} = 1 - Fr^2 \quad (\text{I.30})$

$$\text{Si } Fr = 1 \Rightarrow \frac{dH_s}{dh} = 0 \Rightarrow h = h_c \Rightarrow \text{Régime critique}$$

$$\text{Si } Fr < 1 \Rightarrow \frac{dH_s}{dh} > 0 \Rightarrow h > h_c \Rightarrow \text{Régime fluvial}$$

$$\text{Si } Fr > 1 \Rightarrow \frac{dH_s}{dh} < 0 \Rightarrow h < h_c \Rightarrow \text{Régime torrentiel}$$

I.5.4. Pente critique (I_{cr})

La valeur de la pente critique est donnée par la relation suivante ($h_n = h_{cr}$) :

$$I_{cr} = J = \frac{V^2}{k^2 R_h^{4/3}} = \frac{Q^2}{k^2 S^2 (h_{cr}) R_h^{4/3} (h_{cr})} \quad (\text{I.31})$$

Connaissant que $\frac{Q^2 B_{cr}}{g S^3 (h_c)} = 1$ en régime critique,

$$\text{alors } I_{cr} = \frac{g S_{(cr)}}{k^2 R_{h_{cr}}^{4/3} B_{cr}} \quad (\text{I.32})$$

La figure I.11 montre un exemple d'écoulement dans un canal de section composée à gauche de la figure et d'une section trapézoïdale à droite de la figure.



Figure I.11 : Écoulement à surface libre dans un canal : à gauche section composée et à droite section trapézoïdale

I.6. Ressaut hydraulique

Le ressaut hydraulique est un écoulement rapidement varié. Il est engendré lors du passage d'un écoulement torrentiel (supercritique) vers un régime fluvial (infra-critique ou subcritique) (Figure I.12).

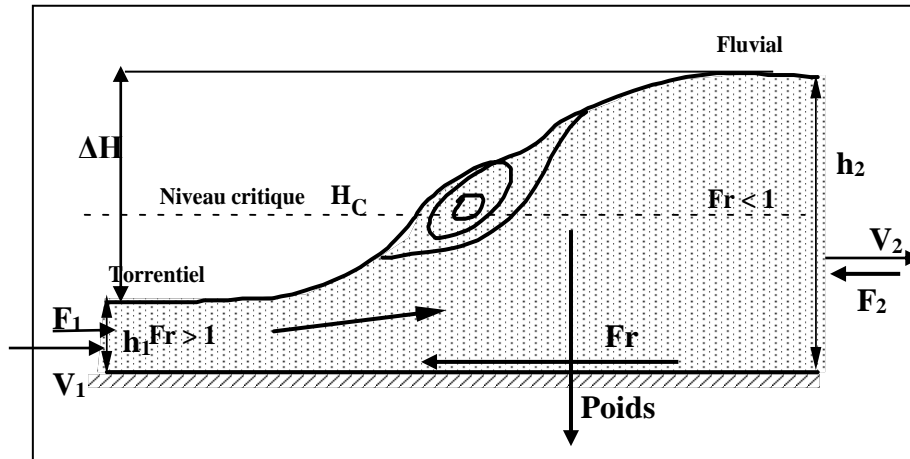


Figure I.12 : Schéma général d'un ressaut hydraulique

Les hauteurs h_1 et h_2 sont appelées « hauteurs conjuguées du ressaut ». La perte de charge est représentée par ΔH .

En appliquant le théorème de la quantité de mouvement suivant le sens d'écoulement :

$$\sum \vec{F} = \rho Q(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) \quad (\text{I.33})$$

$$\vec{P} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{Fr} = \rho Q(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) \quad (\text{I.34})$$

En négligeant les forces de frottement, on aura :

$$\rho g B \frac{h_1^2}{2} - \rho g B \frac{h_2^2}{2} = \rho Q(V_2 - V_1) \quad (\text{I.35})$$

Soit le débit unitaire $q=Q/B=h_1V_1=h_2V_2$, après quelques réarrangements on trouve l'expression suivante :

$$h_1^2 - h_2^2 = \frac{2q^2}{g} \left(\frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2} \right) \quad (\text{I.36})$$

Après développement, on déduit les deux expressions suivantes :

$$h_1 h_2^2 + h_1^2 h_2 - \frac{2q^2}{g} = 0 \quad (\text{I.37})$$

$$h_1^2 h_2 + h_2^2 h_1 - \frac{2q^2}{g} = 0 \quad (\text{I.38})$$

Les solutions positives de ses deux équations sont les suivantes :

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_{r1}^2} - 1 \right] \quad \text{et} \quad h_1 = \frac{h_2}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_{r2}^2} - 1 \right] \quad (\text{I.39})$$

Où, h_1 et h_2 sont appelées hauteurs conjuguées du ressaut.

I.6.1. Pertes de charge d'un ressaut

La perte de charge du ressaut hydraulique est donnée par :

$$\Delta H = \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) - \left(h_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right) = h_1 - h_2 + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \Delta H = h_1 - h_2 + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{S_1^2} - \frac{1}{S_2^2} \right) = h_1 - h_2 + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{b^2 h_1^2} - \frac{1}{b^2 h_2^2} \right) = h_1 - h_2 + \frac{q^2}{2g} \left(\frac{1}{h_1^2} - \frac{1}{h_2^2} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta H = h_1 - h_2 + \frac{q^2}{2g} \left(\frac{h_2^2 - h_1^2}{h_1^2 h_2^2} \right) = h_1 - h_2 - \frac{q^2}{2g} \left(\frac{h_1^2 - h_2^2}{h_1^2 h_2^2} \right)$$

Après remplacement de la valeur de $\frac{q^2}{g}$ (Eq. I.36) :

$$\Rightarrow \Delta H = h_1 - h_2 - \frac{q^2}{2g} \times \left(\frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2} \right) \left(\frac{h_1 + h_2}{h_1 h_2} \right) = h_1 - h_2 - \frac{1}{4} \frac{(h_1^2 - h_2^2) h_1 h_2}{h_1 - h_2} \times \left(\frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2} \right) \left(\frac{h_1 + h_2}{h_1 h_2} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta H = h_1 - h_2 - \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{4} \left(\frac{h_1 + h_2}{h_1 h_2} \right) = (h_1 - h_2) \left[1 - \frac{(h_1 + h_2)^2}{4h_1 h_2} \right]$$

Finalement ΔH est égale à:

$$\Delta H = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_1 h_2} \quad (\text{I.40})$$

La figure I.13 montre un exemple de formation d'un ressaut hydraulique.

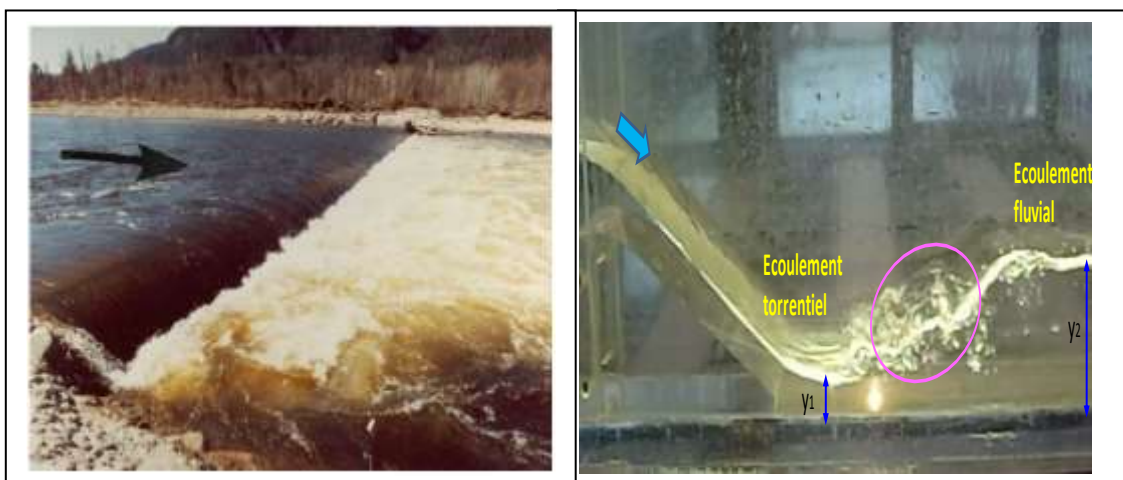


Figure I.13 : Ressaut hydraulique : **a)** à gauche dans un lit naturel **b)** à droite dans un canal au laboratoire

I.7. Exercices

Exercice 1

Déterminer Q et V dans un canal trapézoïdal, si $n=0,025$, $I=0,0002$, $m=1,25$, $b=10$ m, $y=3,5$ m ?

Exercice 2

Déterminer la largeur b du fond d'un canal trapézoïdal et la vitesse moyenne v de l'eau, si $Q=5,2$ m³/s, $n=0,025$, $I=0,0006$, $m=1$, $y=1,2$ m ?

Exercice 3

Déterminer les paramètres de la section liquide d'un canal trapézoïdal, si $Q=19,6$ m³/s, $n=0,025$, $I=0,0007$, $m=1$, $V=1,30$ m/s ?

Exercice 4

Un ressaut se forme dans un canal de section rectangulaire de largeur 8 m, le débit étant de 24 m³/s et la profondeur amont est de 90 cm. Déterminer le régime d'écoulement à l'amont et à l'aval du ressaut ($g=10$ m/s²).

Exercice 5

Soit un écoulement uniforme dans un plan incliné de faible pente I, de largeur b. Montrer que la pente I est égale à la pente de frottement J_f de l'écoulement.

Exercice 6

Soit un écoulement sur un plan incliné de faible pente de section rectangulaire.

1. Expliquer avec détail l'écoulement uniforme.
2. Donner la vitesse de Chezy et celle de Manning-Strickler.

3. Pour une contrainte pariétale (frottement) de Manning-Strickler $\tau_p = \frac{\rho g}{K^2} \frac{V^2}{R_H^{\frac{1}{3}}}$,

démontrer la vitesse de Manning-Strickler (K coefficient de Manning-Strickler, R_H rayon hydraulique, V vitesse moyenne de l'écoulement, g accélération gravitationnelle et ρ masse volumique de l'eau).

CHAPITRE II**CANAUX COURBES ET CANAUX
A BRANCHEMENTS****II.1. Introduction**

Le type et la disposition de barrage ainsi que la géométrie d'une vallée nécessitent quelquefois la construction de canaux courbes, soit pour les évacuateurs de crue, soit pour les dérivations. L'écoulement dans les canaux rectiligne peut être ramené à un problème unidimensionnel ou bidimensionnel. Un écoulement dans un canal courbe est un phénomène complexe si on veut l'étudier dans toute sa globalité. Dans le cas des conditions d'écoulement fluviales, la courbure du canal provoque une dénivellation latérale de l'eau. Dans le deuxième cas, les conditions d'écoulement torrentielles provoquent des ondes stationnaires de surface.

II.2. Ecoulement dans un canal courbé

L'écoulement dans un canal courbé provoque un changement de direction de l'écoulement. Dans le cas où le débit Q reste constant à travers la courbe, la vitesse moyenne U ainsi que la surface S restent constantes. La courbure du canal provoque une surélévation Δz sur le bord extérieur, ainsi la répartition de la profondeur $h(y)$ donne une pente transversale. La vitesse est maximale près du bord intérieur (Figure II.1).

II.2.1. Surélévation

Dans cette partie courbée du canal, les lignes de courant ne restent pas bien parallèles et l'écoulement devient tridimensionnel. Ce phénomène est complexe ; c'est la raison pour laquelle un traitement physique est difficile. Soit un écoulement de l'eau dans un canal courbé :

1) La perte de charge h_r^c suivant une ligne de courant s peut être exprimée par :

$$J_e = \frac{h_r^c}{L_c} = Au_s^2 \quad (\text{II.1})$$

Où A représente un facteur de proportionnalité (ou de résistance), et $L_c = \alpha r$ la longueur de la courbe, α étant l'angle et r le rayon de la courbe. Ainsi, on écrira :

$$u_s = \sqrt{\frac{h_r^c}{A\alpha}} \sqrt{\frac{1}{r}} = \frac{K_s}{\sqrt{r}} \quad (\text{II.2})$$

2) Pour $r = r_0$, on prend $u_s = u_a \equiv U$, impliquant que la vitesse axiale u_a se confonde à peu près avec la vitesse moyenne U dans la section. Où U est déterminée dans la partie du canal rectiligne. On obtient alors :

$$u_a \sqrt{r} = K_s \quad (\text{II.3})$$

La répartition de vitesse est donnée par :

$$\frac{u_s}{u_a} = \sqrt{\frac{r_0}{r}} \quad (\text{II. 4})$$

- 3) Pour $s = r_2$ et $s = r_1$, les rayons extérieur et intérieur respectivement, les vitesses correspondantes sont :

$$U_2 = u_a \sqrt{\frac{r_0}{r_2}} \quad \text{et} \quad U_1 = u_a \sqrt{\frac{r_0}{r_1}} \quad (\text{II. 5})$$

- 4) Après application de l'équation de Bernoulli entre le rayon extérieur et le rayon intérieur (la perte de charge entre ces deux points est négligée), la surélévation ΔZ (Figure II.1) se calcule ensuite ainsi :

$$Z_1 + \frac{u_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{u_2^2}{2g} \Rightarrow \Delta Z = \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} = \frac{u_a^2}{2g} \left(\frac{r_0}{r_1} - \frac{r_0}{r_2} \right) \quad (\text{II. 6})$$

Où $B = r_2 - r_1$ est la largeur de la courbe, on aura alors :

$$\Delta Z = \frac{B r_0}{r_1 r_2} \frac{U^2}{2g} \quad (\text{II. 7})$$

Si $B \ll r_0$, l'équation (II.7) peut s'écrire :

$$\Delta Z = \frac{B}{r_0} \frac{U^2}{2g} \quad (\text{II. 8})$$

- 5) L'application de l'équation de Bernoulli entre le rayon extérieur et le rayon axial, et entre le rayon axial et le rayon intérieur, permet de calculer les surélévations ΔZ_1 et ΔZ_2 (Figure II.1) comme suit :

$$Z_0 + \frac{u_0^2}{2g} = Z_1 + \frac{u_1^2}{2g} \Rightarrow \Delta Z_1 = \frac{U^2}{2g} \left(\frac{r_0}{r_1} - 1 \right) \quad (\text{II. 9})$$

et

$$Z_0 + \frac{u_0^2}{2g} = Z_2 + \frac{u_2^2}{2g} \Rightarrow \Delta Z_2 = \frac{U^2}{2g} \left(1 - \frac{r_0}{r_2} \right) \quad (\text{II.10})$$

La somme de ΔZ_1 et de ΔZ_2 est égale à la surélévation totale ΔZ ($\Delta Z = \Delta Z_1 + \Delta Z_2$).

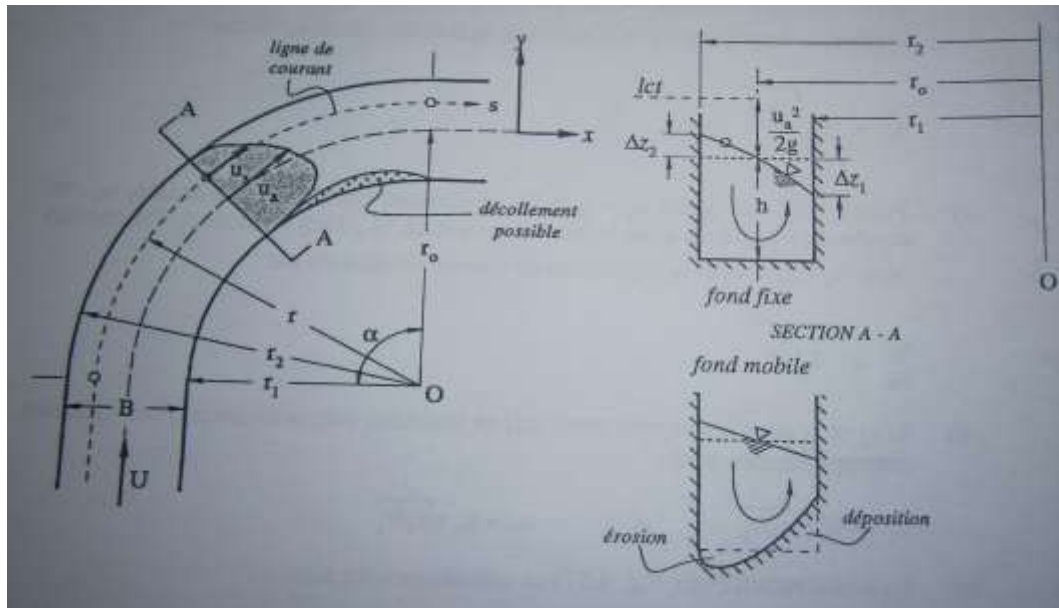


Figure II.1 : Ecoulement dans un canal courbe (Graf et Altinakar, 2000)

- 6) Le coefficient de perte de charge (de surélévation) peut être défini par :

$$K^c = \Delta Z / (U^2 / 2g) \quad (\text{II.11})$$

Selon l'éq. II.7, ce coefficient peut être estimé par la formule ci-après :

$$K^c = Br_0 / r_1 r_2 \quad (\text{II.12})$$

D'où :

$$\Delta Z = K^c \frac{U^2}{2g} = B \frac{r_0}{r_2 r_1} \frac{U^2}{2g} \quad (\text{II.13})$$

Il existe plusieurs formules empiriques qui calculent le coefficient de surélévation K^c , par exemple la formule ci-dessous (Formule d'Apmann):

$$K^c = \frac{5}{4} \operatorname{tgh} \left(\frac{r_0 \alpha}{B} \right) \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) \quad (\text{II.14})$$

- 7) La surélévation Δz peut être utilisée pour la détermination du débit.

$$Q = S \sqrt{2g \Delta Z / K^c} \quad (\text{II.15})$$

Cette relation s'avère intéressante pour déterminer le débit d'une crue qui a laissé une trace à son niveau le plus haut, donc ΔZ .

II.3. Calcul de la surface libre dans un écoulement supercritique

L'écoulement supercritique ($Fr > 1$) dans un canal courbé engendre des ondes de gravité. Pour un canal rectangulaire, la célérité de l'onde de gravité est donnée par :

$$C^2 = gh \quad (\text{II.16})$$

A l'entrée d'une courbe aux points A et A', on observe avec un angle β (Figure II.2) :

- a) sur la ligne ABD, les ondes positives.
- b) sur la ligne A'BC, les ondes négatives.
- c) dans la zone ABA', pas de perturbation.

L'angle de choc β est défini approximativement par (voir l'équation de $\sin(\beta)$ dans le chapitre III pour $h_1 \approx h_2$) :

$$\sin(\beta) = \frac{C}{U} = \frac{\sqrt{gh}}{U} = \frac{1}{Fr} \quad (\text{II.17})$$

Où Fr est le nombre de Froude de l'écoulement en amont du canal courbé.

La variation de la profondeur d'eau augmente le long de la ligne AC avec un maximum à C, et diminue le long de la ligne A'D avec un minimum à D.

La hauteur maximale (+), ou minimale (-), se calcule par la formule suivante :

$$H_{\min}^{\max} = hF_r^2 \sin^2(\beta \pm \theta/2) \quad (\text{II.18})$$

Avec h la hauteur d'eau à l'entrée de la courbure.

L'angle central θ est déterminé au moyen des considérations géométriques suivantes :

$$\tan(\theta) = \frac{B}{\left(r_0 + \frac{B}{2}\right) \tan(\beta)} \quad (\text{II.19})$$

D'où l'angle θ est donné par l'équation suivante :

$$\theta = \arctan \left(\frac{B/r_0}{\left(1 + \frac{B}{2r_0}\right) \tan(\beta)} \right) \quad (\text{II.20})$$

La figure II.2 montre bien le basculement des maxima/minima d'un côté à l'autre dans la courbe. Ces maxima/minima reviennent à un intervalle de 2θ . Ce basculement, couramment appelé ondes croisées, peut persister loin en aval du canal courbé.

La surélévation maximale ($\Delta Z' + \Delta Z$), due à cette onde de gravité, peut être deux fois plus grande que la surélévation ΔZ obtenue par l'éq. II.7. La valeur de $\Delta Z'$ est calculée par l'expression suivante :

$$\Delta Z' = \frac{B U^2}{r_0 2g} \quad (\text{II.21})$$

La variation des hauteurs intérieure et extérieure et la pente transversale qui en résultent sont montrées schématiquement sur la figure II.2.

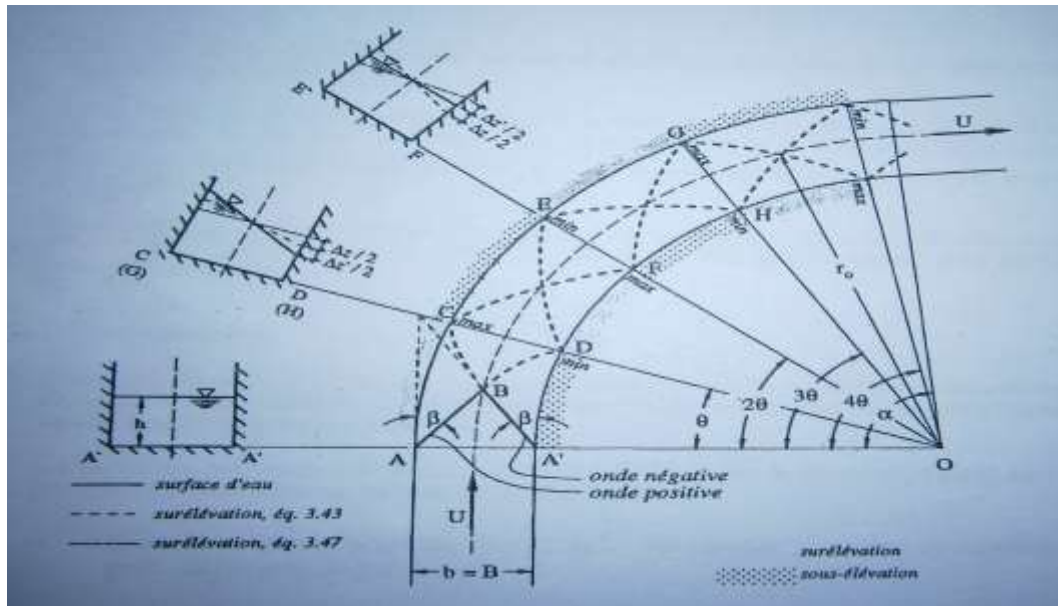


Figure II.2 : Variation des hauteurs intérieure et extérieure et la pente transversale pour un écoulement supercritique dans une courbe (Graf et Altinakar, 2000)

II.4. Calcul de la surface libre dans un écoulement fluvial

Soit un écoulement dans un canal courbe à section rectangulaire dont les caractéristiques sont : une largeur b , un débit spécifique $q = Q/b$, le rayon de courbure moyen R , l'angle de déviation δ , la pente du radier J_s , et la rugosité est représentée par le coefficient de Manning-Strickler K (Figure II.3).

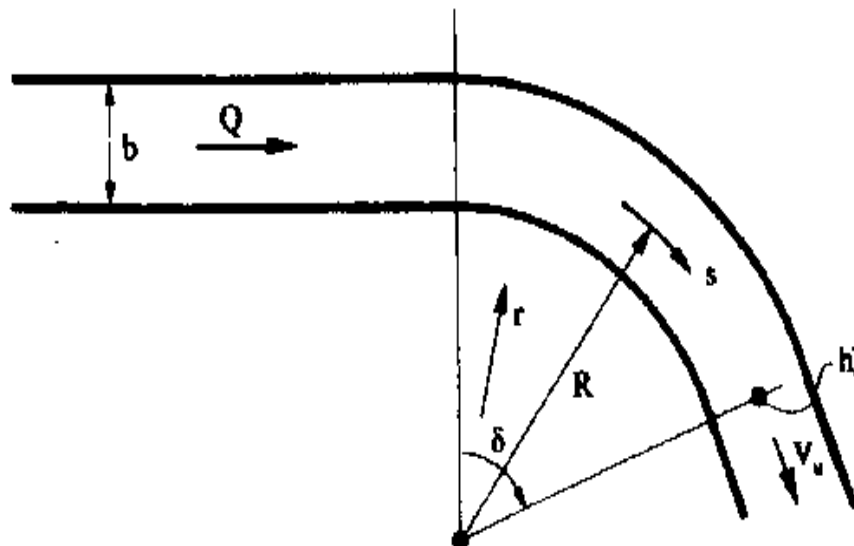


Figure II.3 : Ecoulement fluvial dans un canal courbe avec notation (vue en plan) (Sinniger et Hager, 1989)

Pour un écoulement fluvial, le calcul de la surface libre dans la partie courbée du canal se fait de l'aval vers l'amont (calcul dans le sens inverse à la direction de l'écoulement). Les

caractéristiques à l'aval du canal courbé comprennent la hauteur d'eau h_u , d'où $V_u = q/h_u$ et $Fr_u = V_u / (gh_u)^{1/2} < 1$. La hauteur aval h_u est obtenue par le calcul de la courbe de remous en commençant par une section de contrôle aval. La hauteur aval h_u est égale à la hauteur normale h_n , où h_n est la hauteur d'eau à l'aval du canal courbé.

En appliquant le principe de la quantité de mouvement sur un élément de contrôle suivant le sens radial (Figure II.4), on aura :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \rho Q (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) \quad (\text{II.22})$$

Puisque V_2 et V_1 sont perpendiculaires au sens radial, leurs projections sont nulles. Par conséquent :

$$F_1 - F_2 + F_C = 0 \quad (\text{II.23})$$

Avec :

$$F_C = m \frac{V_2}{R} = \rho R \Delta \delta b h_m \frac{V^2}{R}$$

$$F_1 = \rho g \frac{h_i^2}{2} (R - \frac{b}{2}) \Delta \delta$$

$$F_2 = \rho g \frac{h_e^2}{2} (R + \frac{b}{2}) \Delta \delta$$
(II.24)

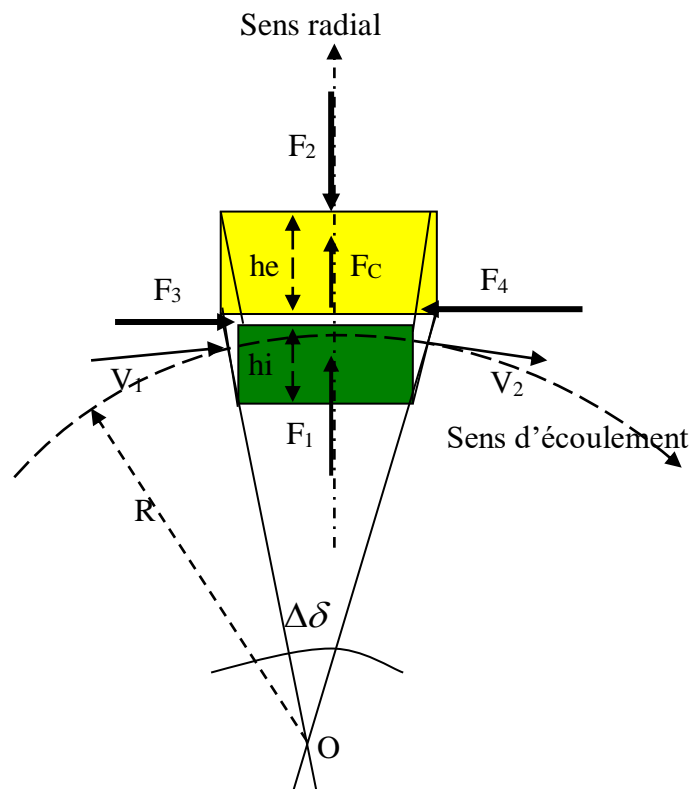


Figure II.4 : Forces exercées sur un élément de volume de control suivant le sens radial

Après remplacement des expressions de ces forces dans l'éq. (II.23) et en divisant par ρg , cette dernière s'écrit alors :

$$h_i^2 \left(R - \frac{b}{2}\right) \frac{\Delta\delta}{2} + \frac{V^2}{gR} b R h_m \Delta\delta = h_e^2 \left(R + \frac{b}{2}\right) \frac{\Delta\delta}{2} \quad (\text{II.25})$$

Pour $b/R \ll 1$, cette expression peut être représentée par :

$$\frac{\Delta h}{h_m} = \frac{b}{R} Fr^2 \quad (\text{II.26})$$

Où $\Delta h = h_e - h_i$ est la différence entre les niveaux d'eau. La hauteur d'eau moyenne vaut $h_m = (h_e + h_i)/2$, et $Fr = q/(gh_m^3)^{1/2}$ représente le nombre de Froude moyen dans une section (Figure II.5b).

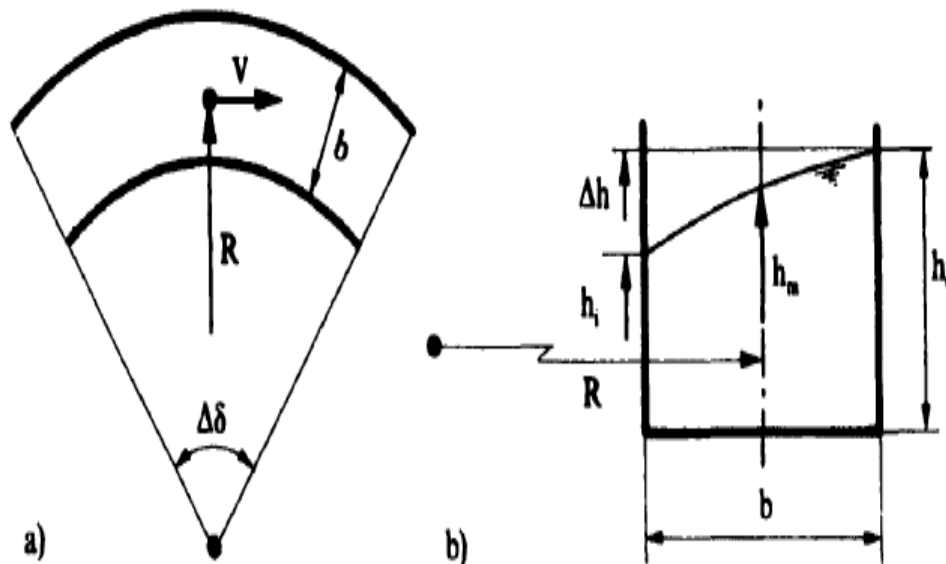


Figure II.5 : Caractéristiques de l'écoulement dans un canal courbe:
a) longitudinales et b) transversales (Hager et Schleiss, 2009)

La représentation de l'équation de Bernoulli entre l'entrée et la sortie du canal courbe est illustrée dans la figure II.6.

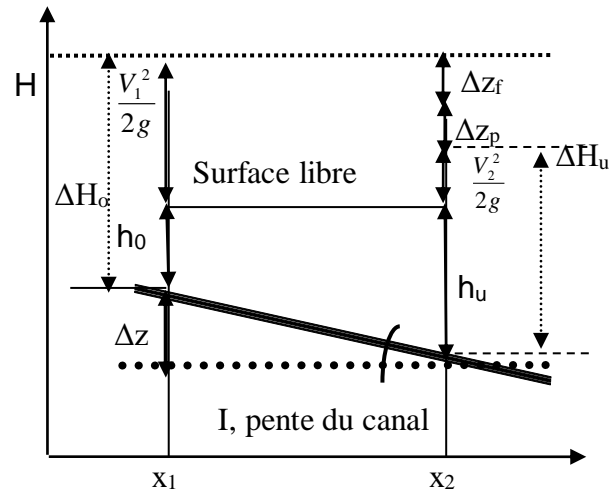


Figure II.6 : Equation de Bernoulli entre l'entrée et la sortie du canal courbe

La charge totale à la section x_1 est égale à la charge totale à la section x_2 . On obtient alors l'équation suivante :

$$H_0 + \Delta Z = H_u + \Delta Z_f + \Delta Z_p \quad (\text{II.27})$$

Où les indices se réfèrent aux sections amont (o) et aval (u) de la courbe, au frottement (f) et à la perte de charge locale (p). La différence entre les deux niveaux du fond est $\Delta Z = Z_0 - Z_u$, J_f est la pente de frottement, donc $\Delta Z_f = J_f \cdot L$, avec $L = \delta R$, pour la longueur de la courbe. La perte de charge d'un écoulement courbe peut être représentée par $\Delta Z_p = \xi_p (V^2 / 2g)$. Avec :

$$\xi_p = \frac{2\sqrt{2} \sin(\delta / 2)}{(1 + 2R / b)^2} \quad (\text{II.28})$$

ξ_p est le coefficient de perte de charge. La perte de charge ΔZ_p augmente avec le rapport b/R et avec δ , et devient négligeable pour $1/R \rightarrow 0$ où $\delta \rightarrow 0$.

Dans le cas d'un écoulement dans un canal à faible pente, on peut admettre que le profil de surface $H(s)$ entre les sections amont et aval est presque linéaire, où s correspond à la coordonnée curviligne le long de l'axe de la courbe.

$$H(s) = h_0 + (h_u - h_0)s / L \quad (\text{II.29})$$

La différence de niveau entre les hauteurs d'eau extérieure et intérieure pour l'écoulement supercritique peut être estimée par la formule empirique suivante (Formule de Knapp) :

$$\frac{\Delta h}{h_0} = 2 \frac{b}{R} Fr_0^2 \quad (\text{II.30})$$

Cette formule fait deux fois la valeur de l'équation (II.26) dans le cas fluvial.

II.5. Canaux à branchements

II.5.1. Confluence

Une confluence (Figure II.7) est un point du réseau où plusieurs tronçons se rejoignent. Lors de la construction, il est nécessaire d'éviter les angles trop accentués, comme il est indispensable d'araser les bords du canal incident au ras de la paroi du canal récepteur. Les canaux pénétrants peuvent en effet considérablement gêner l'écoulement. Il est également souhaitable que les vitesses d'écoulement dans les divers tronçons ne soient pas trop différentes afin d'éviter un refoulement des eaux dans les canaux où les vitesses sont les plus faibles.

Le comportement hydraulique des canaux à jonctions est caractérisé par un grand nombre de paramètres. Ces paramètres sont principalement géométriques. On distinguera les formes de sections, les pentes de fond, les arrondis éventuels à la jonction et les largeurs des conduites. Chacun de ces paramètres peut varier dans les branches amont, aval et latérale. Ceci rend la prévision du comportement du système de canalisation, lorsqu'il est soumis à une certaine sollicitation (débit dans les canaux convergents), difficile à prévoir.

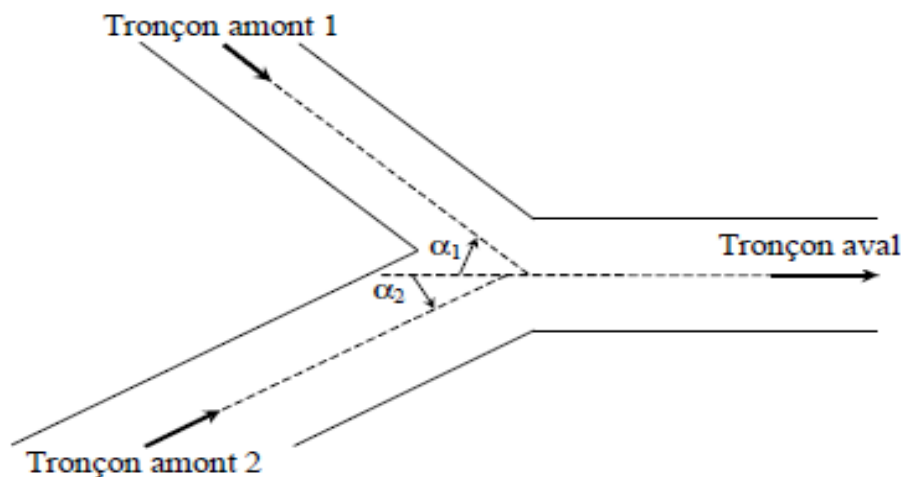


Figure II.7 : Schéma de principe d'une confluence, les branches amont font respectivement des angles α_1 et α_2 par rapport à l'axe de la branche aval (Jonction de collecteurs)

Dans une jonction de canaux qui comporte trois branches, on doit considérer six cas possibles selon les conditions de l'écoulement, soit :

- 1) L'écoulement est entièrement fluvial dans les tronçons respectivement amont, latéral et aval (FLUV-FLUV-FLUV).
- 2) L'écoulement est fluvial dans les branches amont et latérale et devient torrentiel à l'aval (FLUV-FLUV-TOR).
- 3) L'écoulement est torrentiel dans l'une des branches amont ou latérale et fluvial dans le tronçon aval (FLUV-TOR-FLUV) ou (TOR-FLUV-FLUV). La formation d'un ressaut hydraulique est observée dans l'une des branches latérale ou amont.
- 4) L'écoulement est fluvial dans l'une des branches amont ou latérale mais devient torrentiel à l'aval (FLUV-TOR-TOR) ou (TOR-FLUV-TOR).

- 5) L'écoulement est torrentiel dans les branches amont et latérale et devient fluvial dans la branche aval (TOR-TOR-FLUV).
- 6) L'écoulement est torrentiel dans les trois branches (TOR-TOR-TOR).

II.5.2. Défluece

Une défluece (on dit parfois un défluent) est un point particulier d'un réseau d'où partent plusieurs branches aval. L'eau arrivant à un tel point peut donc emprunter différents itinéraires pour continuer son cheminement. La distinction entre une défluece et une confluence n'est pertinente que si l'on considère le sens d'écoulement de l'eau. On parle parfois de bifurcation dans le cas d'une défluece avec deux branches aval (Figure II.8).

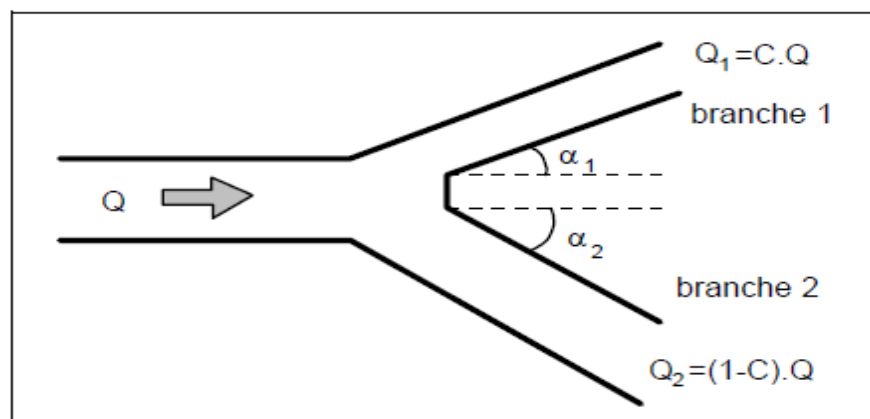


Figure II.8 : Défluece avec deux branches aval: les branches aval font respectivement des angles α_1 et α_2 par rapport à l'axe de la branche amont

II.6. Etude d'un écoulement fluvial dans une jonction à deux branches

Soit une jonction à deux branches représentée dans la figure II.9. La largeur b des trois branches est identique et les arêtes sont vives. En admettant que le nombre de Froude aval soit beaucoup plus petit que $F=1$.

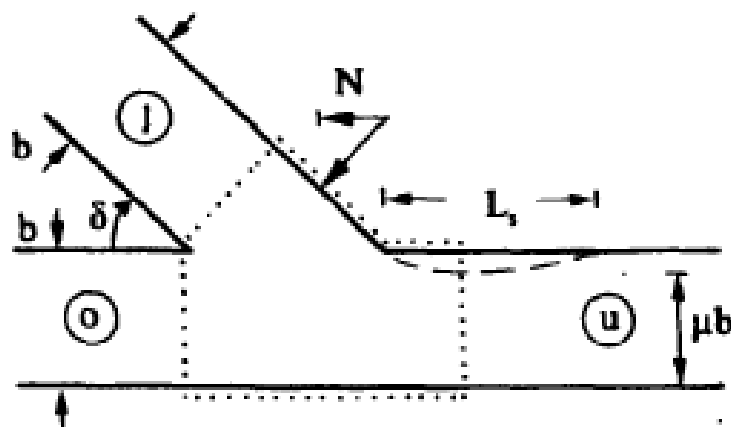


Figure II.9 : Jonction à deux branches, (...) volume de contrôle (Sinniger et Hager, 1989)

On peut remplacer le canal découvert par un canal couvert de hauteur constante. Cette astuce permet d'exclure l'effet de la surface libre sur l'écoulement dans la jonction. Après l'application du théorème de la quantité de mouvement au volume de contrôle représenté dans la figure II.9, on peut déduire l'expression suivante pour le coefficient de contraction μ de l'écoulement à l'entrée de la branche aval.

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1 + \left[(1 - \bar{Q})(2 - \bar{Q}) \left(1 - \frac{2}{3} \cos \omega - \frac{1}{3} \cos^2 \omega \right) + \frac{1}{9} \cos^2 \omega \right]^{1/2}}{1 + \frac{1}{3} \cos \omega} \quad (\text{II.31})$$

Où $\omega = (8/9)\delta$ est l'angle réduit du confluent à l'angle δ par rapport à la direction de la branche aval, et $\bar{Q} = \bar{q} = Q_0 / Q_u$ représente le rapport des débits amont et aval.

Après remplacement de $\delta = 0$ et de $\bar{q} = 1$ dans la formule (II.10), on constate que $\mu(\delta = 0) = 1$ et $\mu(\bar{q} = 1) = 1$. Ces deux paramètres sont présentés dans les figures (II.10a) et (II.10b).

La longueur de la zone de séparation L_s a été observée expérimentalement et est représentée dans la figure II.10b. L_s / b et $(1 - \mu)$ sont fonction de $(1 - \bar{q})$ (Figures II.10a et II.10b).

Une fois la fonction $\mu(\delta, \bar{Q})$ connue, on peut facilement calculer les coefficients de pertes de charge $\xi_o = \Delta H_{ou} / (V_u^2 / 2g)$ par rapport à la branche amont et $\xi_l = \Delta H_{lu} / (V_u^2 / 2g)$ par rapport à la branche latérale.

La jonction à petit nombre de Froude aval ($F < 0,5$) se calcule en admettant les coefficients de pertes de charge des conduites. Ces coefficients seront détaillés dans la section (II.7) de ce chapitre.

Ainsi, les effets de diverses géométries peuvent être pris en considération. En partant d'une hauteur d'eau aval h_u et d'un débit Q_u connus et pour une répartition de débit $\bar{Q} = \bar{q}$ envisagée, on applique l'équation de Bernoulli généralisée :

- Bernoulli entre la branche amont (o) et aval (u) :

$$H_o = h_o + \frac{Q_o^2}{2gA_o^2} = h_u + \frac{Q_u^2}{2gA_u^2} (1 + \xi_o)$$

- Et Bernoulli entre la branche amont (l) et aval (u) :

$$H_l = h_l + \frac{Q_l^2}{2gA_l^2} = h_u + \frac{Q_u^2}{2gA_u^2} (1 + \xi_l)$$

Les relations $A_o(h_o)$ et $A_l(h_l)$ étant évaluées, les inconnues h_o et h_l se calculent itérativement.

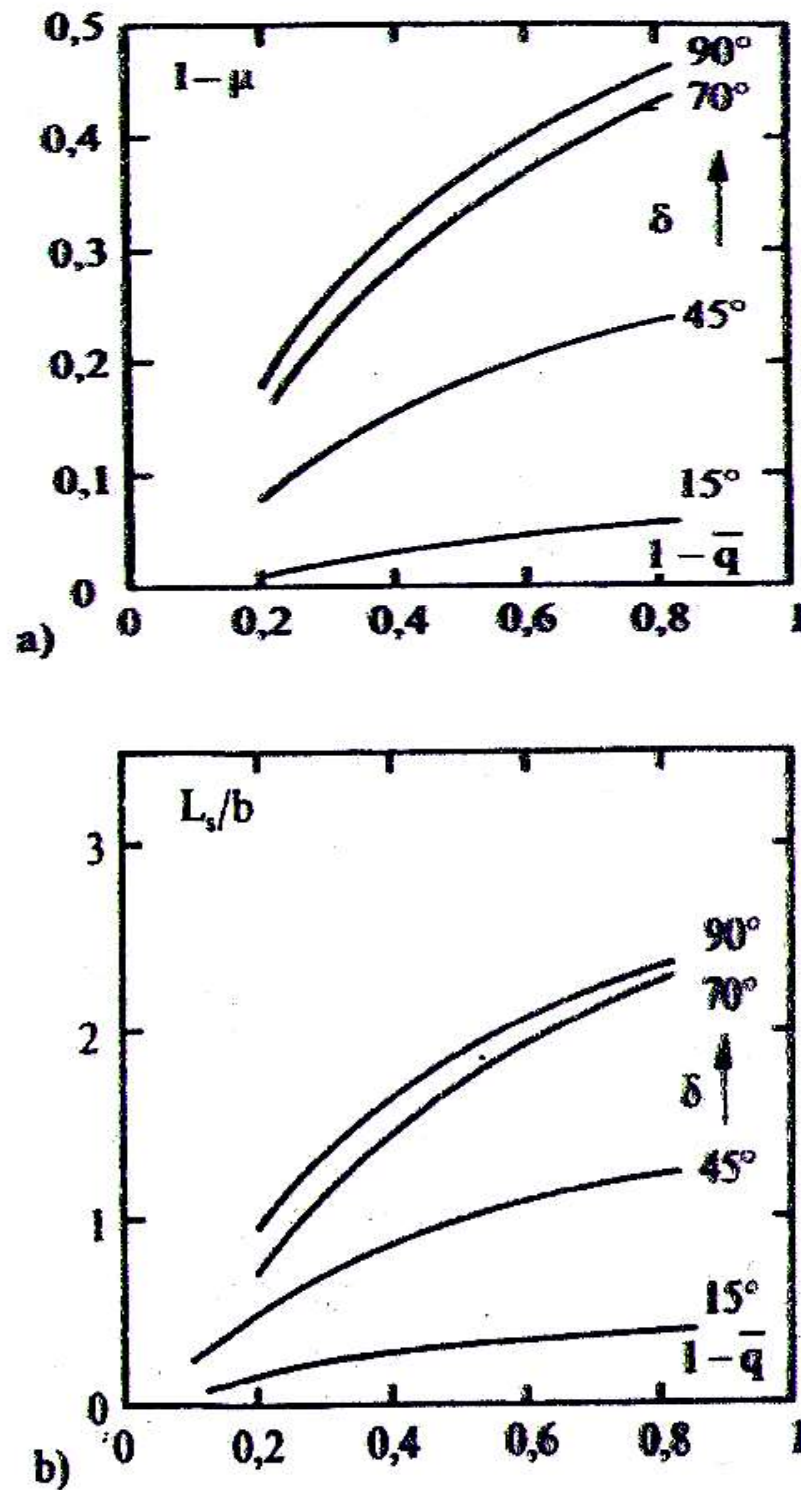


Figure II.10 : Jonction à condition d'écoulement fluvial: a) coefficient de contraction μ à l'entrée de la branche aval et b) longueur relative L_s/b de la zone de séparation (Hager et Schleiss, 2009)

II.7. Définition de certains paramètres et des coefficients de perte de charge dans le cas d'une jonction

La figure II.11 représente la géométrie d'une jonction à angles vifs, les indices « o », « u » et « z » se rapportent à l'amont, à l'aval et à l'adduction latérale respectivement.

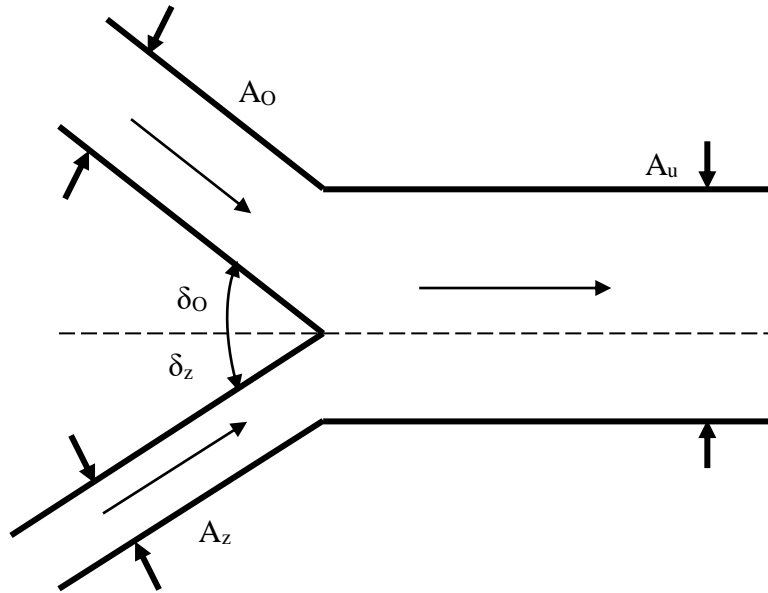


Figure II.11 : Géométrie d'une jonction avec deux branches à l'amont

L'écoulement de l'eau dans la conduite amont et dans la conduite latérale provoque une perte de charge ΔH . Par conséquent, il faut une distinction entre ξ_o et ξ_z , Avec :

$$\bar{Q} = \frac{Q_z}{Q_u} \leq 1, \quad m = \frac{A_z}{A_u}, \quad n = \frac{A_o}{A_u}$$

$$\xi_z = \frac{H_z - H_u}{V_u^2/2g}, \quad \xi_o = \frac{H_o - H_u}{V_u^2/2g}$$

Les expressions de ξ_o et ξ_z sont données par les formules suivantes (expressions de Vischer) :

$$\xi_z = 1 - 2m^{-1}\bar{Q}^2 \cos \delta_z - 2(1 - \bar{Q})^2 n^{-1} \cos \delta_o + (m^{-1}\bar{Q})^2$$

$$\xi_o = 1 - 2m^{-1}\bar{Q}^2 \cos \delta_z - 2(1 - \bar{Q})^2 n^{-1} \cos \delta_o + \{n^{-1}(1 - \bar{Q})\}^2$$

Ces expressions sont basées sur l'hypothèse suivant laquelle $p_o = p_z$, ce qui indique que la pression au voisinage de l'angle vif amont ne peut pas changer abruptement. De plus, les directions des lignes de courant sont supposées identiques aux directions ξ_z et ξ_o des conduites latérale et amont, lors de l'entrée dans le courant principal.

ξ_z et ξ_o dépendent des cinq paramètres m , n , δ_z , δ_o (géométrie) et \bar{Q} (rapport de débit).

Dans le cas particulier où $n = 1$ ($A_u = A_o$) et $\delta_o = 0$, les résultats de Vischer se simplifient et se ramènent à ceux obtenus par Favre.

$$\begin{aligned}\xi_z &= -1 + 4\bar{Q} + \bar{Q}^2(m^{-2} - 2m^{-1} \cos \delta_z - 2) \\ \xi_o &= \bar{Q}\{2 - \bar{Q}(1 + 2m^{-1} \cos \delta_z)\}\end{aligned}$$

Une deuxième combinaison particulière s'applique à une jonction dans laquelle les vitesses sont identiques dans les trois branches ($V_o = V_z = V_u$); les équations déduites par Vischer conduisent aux expressions suivantes :

$$\xi_o = \xi_z = 2\{1 - \bar{Q} \cos \delta_z - (1 - \bar{Q}) \cos \delta_o\}$$

Enfin, on considère une jonction symétrique $\delta_o = \delta_z = \delta$ dans laquelle les vitesses V_o et V_z sont égales, ce qui correspond à $n\bar{Q} = m(1 - \bar{Q})$. Les équations de Vischer se simplifient alors et deviennent :

$$\xi_o = \xi_z = 1 - 2m^{-1}\bar{Q} \cos \delta + (\bar{Q}/m)^2$$

Une série d'autres cas particuliers à été analysée par Vischer de même que la recherche d'une configuration géométrique présentant un minimum de perte d'énergie mécanique. La configuration $\delta_o = \delta_z = \delta$ présente une solution optimale, pour les angles δ_o et δ_z donnés, le minimum des pertes s'obtient pour :

$$m_{opt} = \bar{Q}/\cos \delta_z, \quad n_{opt} = (1 - \bar{Q})/\cos \delta_o$$

Ces conditions ne peuvent être satisfaites que pour un rapport de débit \bar{Q} particulier. En conclusion pour réduire les pertes, il faut arrondir tous les angles vifs.

II.8. Exercices

Exercice 1

Dans un canal en acier rivé, l'écoulement uniforme a une profondeur normale représentant 70% de la profondeur critique. Le canal est rectangulaire avec une largeur de $b=9$ m. Une vitesse moyenne $U=12$ m/s sera utilisée pour son dimensionnement. Le coefficient de Manning $n=1/65$.

1. Quelle pente de fond faut-il prévoir pour cet écoulement ?
2. De quel type d'écoulement s'agit-il ?
3. Après une longue droite, si l'on ajoute un tronçon courbe avec un rayon $r_o=100$ m et un angle de la courbure $\alpha=60^\circ$, quelle surélévation faut-il prévoir ?

Exercice 2

Un canal rectangulaire de largeur $b=2,5$ m et $J_s = 0,5\%$ présente un coefficient de rugosité de $K=75$ $m^{1/3}s^{-1}$. Estimer les caractéristiques de l'écoulement pour une courbe de $R=9$ m, $\delta=70^\circ$, un débit $Q=12$ m^3s^{-1} et une hauteur d'eau aval $h_u=1,8$ m.

Exercice 3

Soit une jonction de largeur $b_0 = b_l = b_u = 10m$ et l'angle $\delta = 45^\circ$. Le débit aval s'élève à $Q_u = 20m^3 s^{-1}$ et la hauteur d'eau aval est de $h_u = 1.2m$.

1. Quelles sont les hauteurs d'eau h_l et h_0 si $Q_l = 5m^3 s^{-1}$?
2. Quelle est la géométrie de la zone de séparation si la jonction est à angles vifs?

Exercice 4

Un canal rectangulaire de largeur $b = 3m$, $J_s = 2.5\%$ et $K = 70m^{1/3} s^{-1}$ doit dériver un débit de $Q = 50m^3 s^{-1}$. A un certain point de la partie rectiligne du canal, ce dernier s'incurve avec $R = 15m$ et $\delta = 75^\circ$. Quelles sont les caractéristiques de l'écoulement ?

CHAPITRE III

CANAUX NON PRISMATIQUES

III.1. Introduction

La transition, qui est un bref passage d'un écoulement uniforme à un autre, représente le cas général d'un écoulement rapidement varié sur une courte distance dans un canal non prismatique où la section est variable. On rencontre des transitions si la section du canal change brusquement:

- Horizontalement : comme élargissement ou rétrécissement de la largeur de la section.
- Verticalement : le tirant d'eau augmente ou bien diminue.
- Horizontalement et verticalement ensemble.

III.2. But de la transition

Une transition peut servir à déterminer le point de contrôle qui est à l'origine d'un écoulement graduellement varié et permet donc de calculer la surface d'eau. Si la transition est courte, suffisamment progressive et raisonnablement profilée, la perte de charge qui en résulte peut souvent être négligée. Tous ces changements de section ou de direction entraînent une surface d'écoulement irrégulière et ondulée. Ces irrégularités ainsi générées sont négligeables pour les écoulements fluviaux (subcritiques), mais deviennent très importantes pour les écoulements torrentiels (supercritiques). Pour les régimes supercritiques dans les canaux non prismatiques, les ondes de chocs sont fréquemment présentes. Plusieurs questions peuvent alors se poser dans ce contexte, dont :

- Quel est le réseau d'ondes de choc qui se forme ?
- Quelle est la hauteur maximale de l'onde ?
- Quelle sera la hauteur nécessaire aux parois pour éviter le débordement de l'eau ?
- Quels sont les moyens de réduction de ces ondes de choc ?

La figure III.1 montre un exemple d'écoulement à surface libre dans un convergent rectiligne.

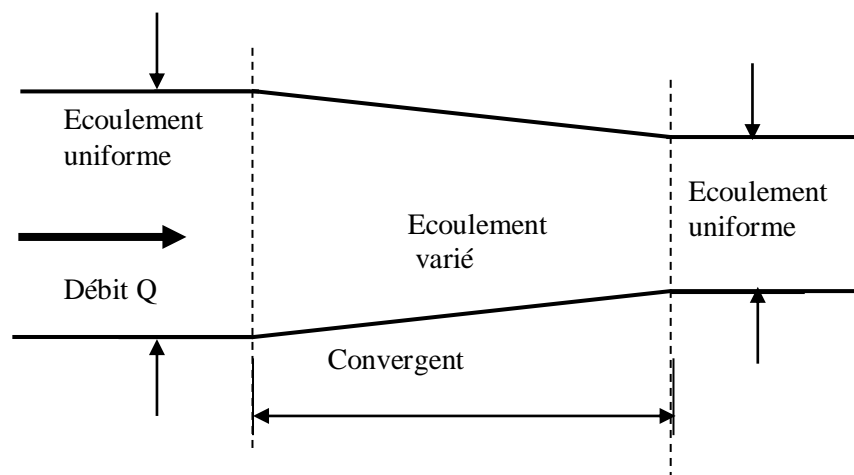


Figure III.1 : Écoulement dans un rétrécissement linéaire (convergent)

III.3. Notion d'onde transversale

Les écoulements subcritiques et supercritiques dans des canaux à surface libre ont un comportement tout à fait différent; si le premier ne produit pas d'ondes de choc, le deuxième par contre est le siège d'apparition de celles-ci. Les écoulements torrentiels entraînent donc des particularités du type ondes, qui constituent des problèmes caractéristiques le long du canal dans les deux directions, amont et aval. Ainsi, chaque obstacle dans le canal crée de grandes perturbations qui provoquent des ondes stationnaires à la surface de l'eau (creux ou surélévations). De telles ondes sont appelées «ondes transversales ou ressaut hydraulique oblique» ou, par analogie avec la dynamique des gaz «onde de choc». Il devient par suite indispensable de chercher des moyens permettant d'éviter ou au moins de réduire la formation de ces ondes, qui nécessitent dans la plus part des cas une revanche supplémentaire.

III.4. Déviation brusque d'un mur

Soit un écoulement torrentiel parallèle dans un large canal rectangulaire. En un certain point, le mur est dévié vers l'écoulement, d'un angle θ (Figure III.2). La déviation du mur cause une perturbation de l'écoulement le long d'une ligne droite faisant un angle β par rapport à la direction initiale de l'écoulement. L'angle β est appelé "angle de choc" et la ligne correspondante « onde transversale ». L'angle de choc β est toujours plus grand que l'angle de déviation du mur θ .

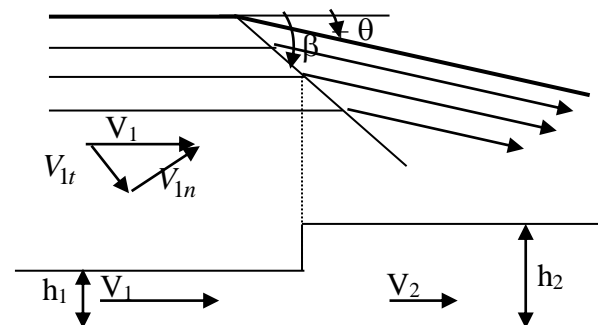


Figure III.2 : Déviation d'un mur et notations relatives à l'onde transversale

III.5. Déviation positive d'un mur

On considère un écoulement torrentiel (Figure III.3) amont caractérisé par le nombre de Froude :

$$F_r = \frac{U_1}{\sqrt{gh_1}} = \frac{U_1}{c_1} > 1 \quad (\text{III.1})$$

Où, V_1 est la vitesse moyenne de l'écoulement, et $c_1 = \sqrt{gh_1}$ est la célérité de l'onde de gravité. La paroi latérale du canal est déviée vers l'intérieur de l'écoulement d'un angle β , ce qui engendre (provoque) une onde de choc (stationnaire).

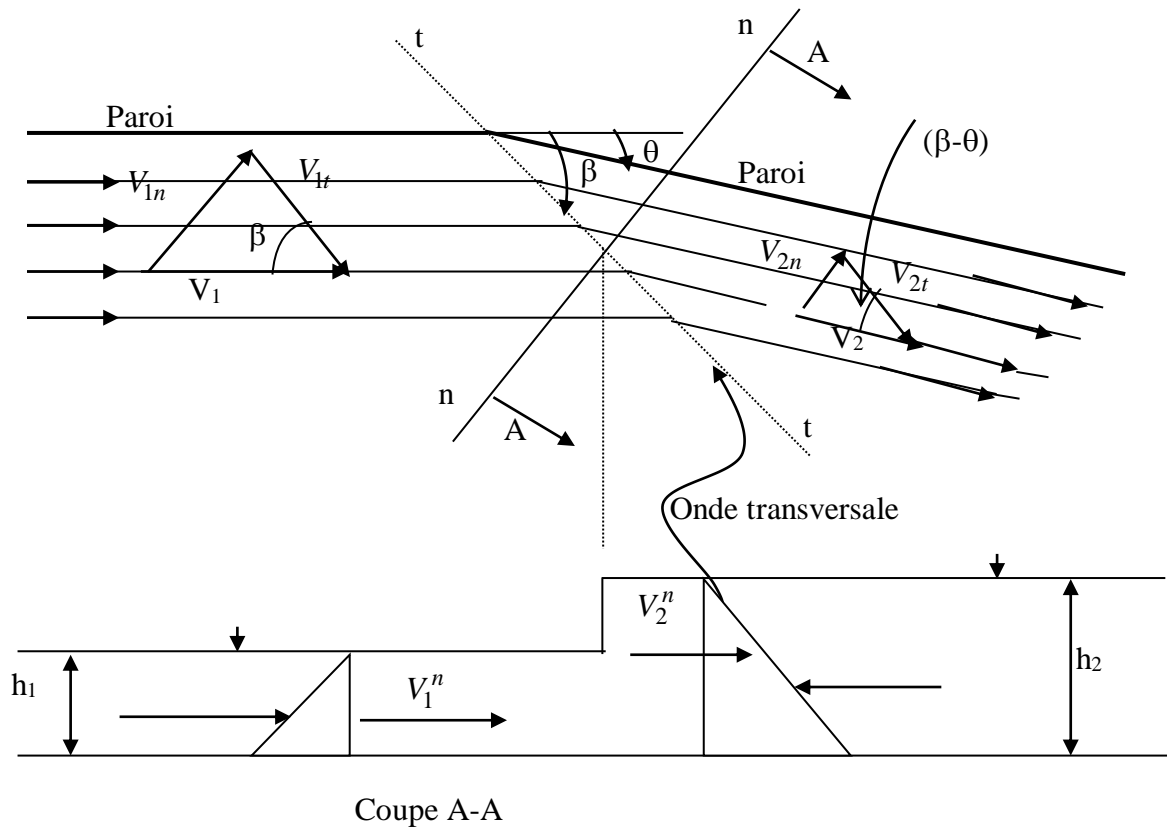


Figure III.3 : Schéma d'une déviation positive d'une paroi (Onde positive)

Les courants d'aval $h_2 U_2$ et d'amont, $h_1 U_1$, sont toutefois considérés comme uniformes.

Pour un canal de largeur unitaire, on applique normalement au front de l'onde :

a) l'équation de continuité

$$h_1 V_{1n} = h_2 V_{2n} \quad (\text{III.2})$$

b) l'équation de quantité de mouvement

Soit un volume de contrôle élémentaire (VER) suivant la normale (Axe nn) (Figure III.4). Le principe de quantité de mouvement s'écrit :

$$\sum \vec{F}_n = \vec{F}_{1n} + \vec{F}_{2n} = \rho Q (\vec{V}_{2n} - \vec{V}_{1n}) \quad (\text{III.3})$$

Avec \vec{F}_{1n} et \vec{F}_{2n} les forces de pressions qui s'exercent sur les deux faces (Figure III.4).

$$F_{1n} = \rho g h_{G1} S_1 \quad \text{et} \quad F_{2n} = \rho g h_{G2} S_2 \quad (\text{III.4})$$

Après remplacement et quelques réarrangements on aboutit à l'équation suivante.

$$\sum F_n = \rho g \frac{h_1^2}{2} - \rho g \frac{h_2^2}{2} = \rho q (V_{2n} - V_{1n}) \quad (\text{III.5})$$

Avec, $q = V_{1n} h_1 = V_{2n} h_2$ débit par unité de largeur.

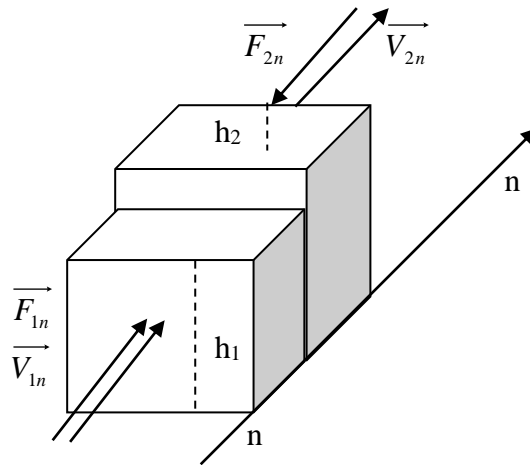


Figure III.4 : Forces appliquées sur le VER suivant la normale (Axe nn)

En remplaçant le débit par unité de largeur, q , dans l'équation (III.5), on a :

$$\frac{h_1^2}{2} + \frac{1}{g} h_1 V_{1n}^2 = \frac{h_2^2}{2} + \frac{1}{g} h_2 V_{2n}^2 \quad (III.6)$$

On applique une deuxième fois le principe de la quantité de mouvement suivant la transversale, c'est-à-dire suivant l'axe (tt) (Figure III.5):

$$\sum \vec{F}_t = \vec{F}_{1t} + \vec{F}_{2t} = \rho Q (\vec{V}_{2t} - \vec{V}_{1t}) \quad (III.7)$$

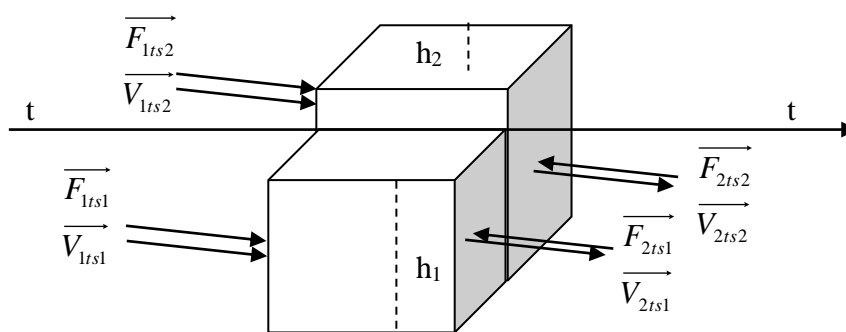


Figure III.5 : Forces appliquées sur le VER suivant la transversale (Axe tt)

Avec :

$$\vec{F}_{1t} = \vec{F}_{1ts1} + \vec{F}_{1ts2} \quad \text{et} \quad \vec{F}_{2t} = \vec{F}_{2ts1} + \vec{F}_{2ts2} \quad (III.8)$$

Comme $\vec{F}_{1t} = \vec{F}_{2t}$, la quantité de mouvement est nulle :

$$\sum F_t = 0 = \rho Q (V_{2t} - V_{1t}) \quad \text{C'est-à-dire que } V_{2t} = V_{1t} \quad (\text{III.9})$$

A partir des triangles des vitesses de la figure III.3, on déduit les relations suivantes :

$$\begin{aligned} V_{1n} &= V_1 \sin \beta \\ \text{et} \\ V_{2n} &= V_2 \sin(\beta - \theta) \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

$$\begin{aligned} V_{1t} &= \frac{V_{1n}}{\operatorname{tg} \beta} \\ \text{et} \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

$$V_{2t} = \frac{V_{2n}}{\operatorname{tg}(\beta - \theta)}$$

Les indices «1» et «2» indiquent respectivement les positions amont et aval de l'onde transversale.

En introduisant l'équation de continuité (III.2) dans l'équation de quantité de mouvement (III.3), et après développement on obtient :

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8(\operatorname{Fr}_{1n})^2} - 1 \right) \quad (\text{III.12})$$

Avec, le nombre de Froude suivant la normale définit ainsi :

$$\operatorname{Fr}_{1n} = \frac{V_{1n}}{\sqrt{gh_1}} = \frac{V_1 \sin \beta}{\sqrt{gh_1}} = \operatorname{Fr}_1 \sin \beta \quad (\text{III.13})$$

Soit $Y = \frac{h_2}{h_1}$: le rapport des hauteurs conjuguées, l'équation (III.12) s'écrit alors :

$$Y = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8(\operatorname{Fr}_1 \sin \beta)^2} - 1 \right) \quad (\text{III.14})$$

L'angle β de l'onde et l'angle de déviation du mur θ peuvent être exprimés par les formules suivantes :

$$\sin \beta = \frac{1}{\operatorname{Fr}_1} \left[\frac{1}{2} Y(Y+1) \right]^{1/2} \quad (\text{III.15})$$

A partir de la combinaison des deux équations (III.2) et (III.9), on obtient la formule suivante :

$$Y = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(\beta - \theta)} \quad (\text{III.16})$$

La combinaison de ces deux équations (Eq. III.15 et Eq. III.16) donne :

$$\sin \beta = \frac{1}{Fr_1} \left[\frac{\operatorname{tg}(\beta)}{2\operatorname{tg}(\beta - \theta)} \left(\frac{\operatorname{tg}(\beta)}{\operatorname{tg}(\beta - \theta)} + 1 \right) \right]^{1/2} \quad (\text{III.17})$$

$$Fr_2 = \frac{V_2}{\sqrt{gh_2}} \quad \text{et} \quad Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gh_1}} \quad (\text{III.18})$$

A partir de l'éq. III.2, on peut déduire l'équation suivante :

$$\frac{Fr_2}{Fr_1} = \frac{\sin \beta}{\sin(\beta - \theta)} \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^{3/2} \quad (\text{III.19})$$

Le système d'équations a été établi en supposant que l'eau est peu profonde. Dans le cas où $Fr_1 \sin \beta > 1$, l'équation (III.14) peut être remplacée par l'équation approchée suivante :

$$Y = \sqrt{2} Fr_1 \sin \beta - \frac{1}{2} \quad (\text{III.20})$$

Une fois le nombre de Froude Fr et l'angle de déviation θ du mur sont connus, on détermine l'angle de choc β à partir de la figure III.6.

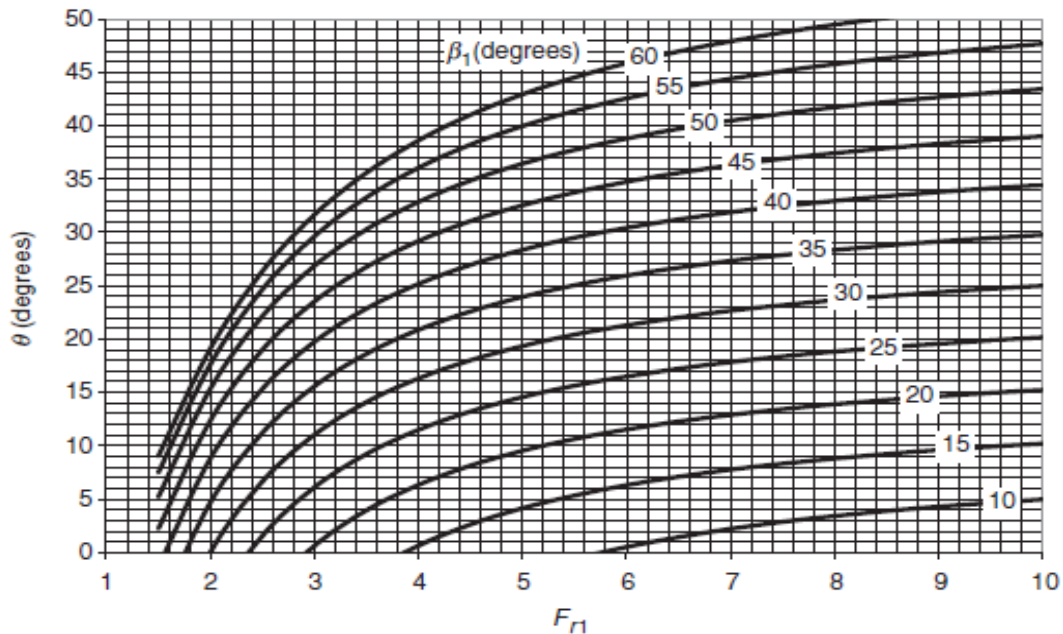


Figure III.6 : Relation entre Fr et θ pour déterminer l'angle β du front d'onde d'un ressaut oblique (Chow, 1959 ; Sturm, 2001 ; Chaudhry, 2008)

III.6. Déviation négative d'un mur

Soit un écoulement torrentiel parallèle dans un canal rectangulaire. En un certain point, le mur est dévié vers l'extérieur de l'écoulement, d'un angle θ (Figure III.7). La déviation du mur cause une perturbation de l'écoulement le long d'une ligne droite faisant un angle β par rapport à la direction initiale de l'écoulement. L'angle β est appelé «angle de choc» et la ligne correspondante «onde transversale». L'angle de choc β est toujours plus grand que l'angle de déviation du mur θ .

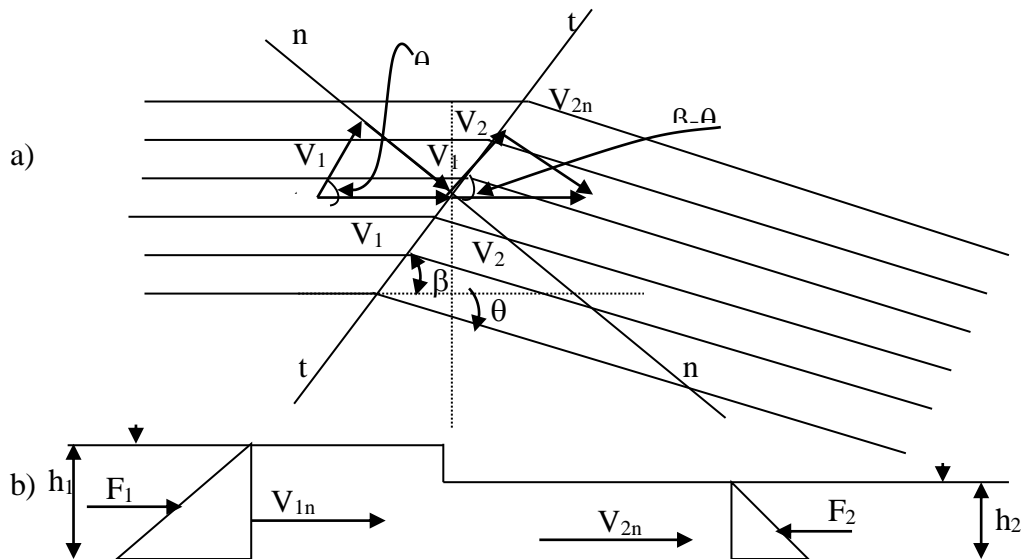


Figure III.7 : Déviation négative d'une paroi

a) - Composante de la vitesse

b) - Coupe perpendiculaire au front de l'onde

Comme le montre la figure III.7 ci-dessus, l'application de l'équation de continuité perpendiculairement au front d'onde se fait de la même manière que dans le cas d'une déviation positive :

$$h_1 V_1 \sin \beta = h_2 V_2 \sin(\beta - \theta) \quad (\text{III.21})$$

$$V_1 \cos \beta = V_2 \cos(\beta - \theta) \quad (\text{III.22})$$

L'application du principe de conservation de l'énergie donne :

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = h_2 + \frac{V_2^2}{2g} \quad (\text{III.23})$$

A partir de l'équation (III.22) et après quelques transformations géométriques, on a :

$$\sin(\beta - \theta) = \sqrt{1 - \frac{V_1^2}{V_2^2} (1 - \sin^2 \beta)} \quad (\text{III.24})$$

La combinaison des équations (III.21), (III.22) et (III.23) donne pour l'angle de choc β , la formule suivante :

$$\sin(\beta) = \frac{1}{Fr_1} \sqrt{\frac{2}{\frac{h_1}{h_2} \left(\frac{h_1}{h_2} + 1 \right)}} \quad (\text{III.25})$$

Pour $h_1 = h_2$, on a : $\sin \beta = \frac{1}{Fr_1}$ (III.26)

Où $Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gh_1}}$, représente le nombre de Froude à l'amont de l'élargissement.

La résolution de l'équation (III.25) par rapport au rapport des profondeurs $Y = h_1/h_2$, permet d'obtenir :

$$Y = \frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8}{Fr_1^2 \sin^2 \beta}} - 1 \right) \quad (\text{III.27})$$

Aussi, l'application du principe de conservation de l'énergie (Eq. III.23) donne l'équation qui fournit la relation permettant de déterminer le nombre de Froude aval Fr_2 .

$$Fr_2 = \sqrt{\frac{h_1}{h_2} \left(Fr_1^2 + 2 \right)} - 2 \quad (\text{III.28})$$

III.7. Notions d'ondes positives et d'ondes négatives

Soit un canal à surface libre présentant un changement de direction brusque mais faible (Figure III.8), et dont le nombre de Froude $Fr_1 > 2$.

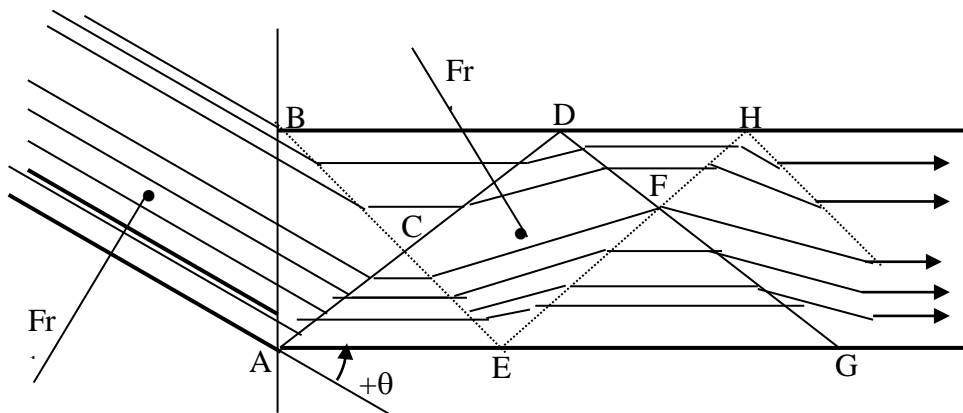


Figure III.8 : Déviation d'un mur et représentation des lignes de courants dans un canal de largeur finie

Onde négative
 Onde positive

Le canal en question change de direction aux points A et B d'un angle θ .

Au point A, le changement de direction rentre dans l'écoulement : La déviation est qualifiée de positive, et une «onde positive» se forme ainsi, engendrant une augmentation de la profondeur de l'écoulement. Par contre, la déviation de la paroi au point B est négative, ce qui conduit à la formation d'une «onde négative» avec diminution de la profondeur de l'écoulement. L'onde négative est différente de l'onde positive du fait que le changement de la profondeur s'effectue d'une manière progressive et non brutale.

Dans la zone située à l'amont des ondes transversales, c'est-à-dire à gauche de ACB (Figure III.8), l'écoulement n'est pas influencé par le changement de direction, et les lignes de courants restent donc parallèles au canal d'entrée. Dans les zones ACE et BCD, les lignes de courant sont parallèles aux parois du canal aval et les profondeurs de l'écoulement augmentent et diminuent respectivement.

Les deux ondes transversales partent respectivement des points A et B se rencontrent au point C. Elles pénètrent alors dans les zones perturbées, mais aboutissent, en raison de l'inversion, à la zone d'état initial. Il en résulte que les caractéristiques de l'écoulement dans la zone CDEF sont égales à h_1 et Fr_1 . Mais les lignes de courant ont été déviées de 2θ par rapport à la direction initial de l'écoulement.

A l'aval de la ligne DFE, une inversion se produit de nouveau : les lignes de courant deviennent parallèles aux parois. Il en résulte une augmentation de la profondeur de l'écoulement dans la zone DFH et une diminution dans la zone EFG. Donc, le long de la paroi AEG, la surface de l'eau s'élève tout d'abord brusquement, puis tombe au-dessus de la profondeur initiale h_1 .

L'écoulement dans le canal devient ainsi très perturbé, ce qui nécessite des parois plus hautes que celles de la zone d'entrée, d'où on conclut qu'une grande partie de l'étude des coursiers doit se porter sur la réduction des sommets des ondes en vue d'obtenir un écoulement presque uniforme.

III.8. Rétrécissement dans des conditions d'écoulements torrentielles (paroi symétrique)

La figure III.9 montre un rétrécissement linéaire symétrique sous l'angle θ d'un canal rectangulaire de largeur amont B et de largeur aval b.

Si les conditions d'écoulement à l'amont et à l'aval sont telles que $Fr_1 > 1$ et $Fr_2 > 1$, le changement de largeur du canal provoque un système d'ondes de choc. En particulier, les fronts d'ondes partent des points A sous un angle β_1 . Les deux ondes de choc du point A se rencontrent au point B situé sur l'axe du canal. Pour un certain choix de θ , les ondes de chocs à l'aval de B touchent exactement les points C sous l'angle β_2 à l'entrée du canal prismatique de largeur b. A l'aval d'un tel rétrécissement, il n'y aura plus de réflexions d'ondes et la surface d'eau sera plane. Le choix de θ dépend du nombre de Froude amont Fr_1 et du rapport des largeurs. Une fois Ψ et θ fixés, chaque changement conduit à la situation représentée dans la figure III.10.

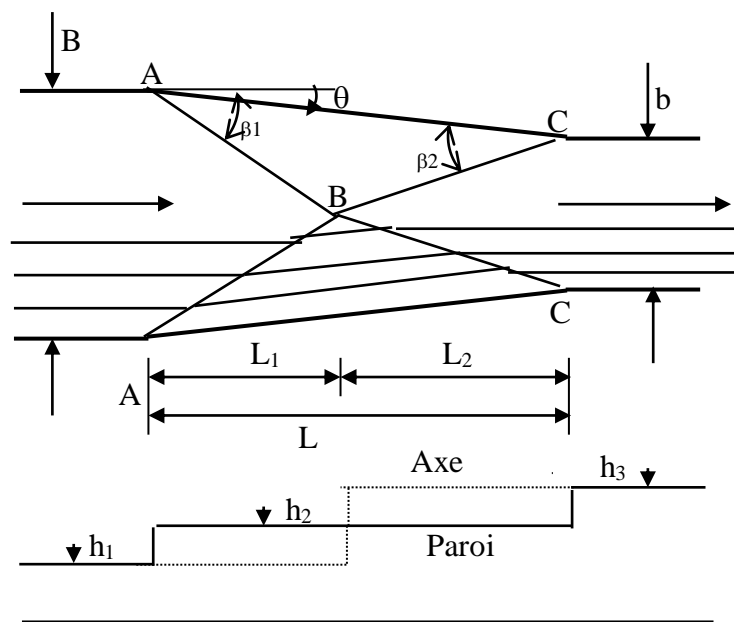


Figure III.9 : Rétrécissement linéaire en écoulement torrentiel (supercritique) pour $Q=Q_D$

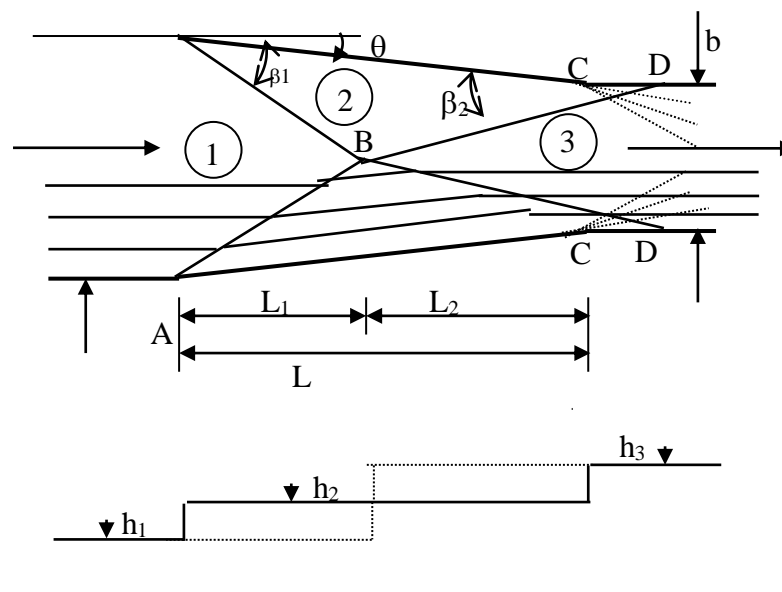


Figure III.10 : Formation des ondes de choc aux points C pour un écoulement torrentiel (supercritique) pour $Q=Q_D$

Le front d'onde provenant de B ne touchera donc plus le point C, mais touchera la paroi au point D soit à l'amont ou à l'aval du pont C. Il se formera une nouvelle réflexion et la surface d'eau à l'aval de l'entrée du canal rétrécie sera fortement perturbée. Des ondulations stationnaires entraîneront une surélévation importante de ces parois.

Pour éviter ou au moins minimiser la propagation d'onde, le dimensionnement d'un tel rétrécissement se base sur le débit maximal $Q_{\max}=Q_D$; les ondulations pour les débits

inférieurs $Q < Q_D$ sont tolérables. Il faut encore noter qu'un système d'ondes négatives se forme dans le cas où les points C et D ne sont pas identiques (Figure III.10). La superposition des ondes positives et négatives conduit à un écoulement agité. Il en résulte que l'écoulement dans le canal aval sera agité.

A partir de la figure III.10, des considérations géométriques indiquent de plus que :

$$L = L_1 + L_2 = \frac{B - b}{2 \operatorname{tg} \theta} \quad (\text{III.29})$$

Avec :

$$L_1 = \frac{B}{2 \operatorname{tg} \beta_1} \quad (\text{III.30})$$

$$L_2 = \frac{b}{2 \operatorname{tg}(\beta_1 - \theta)} \quad (\text{III.31})$$

A partir des équations (III.14) à (III.19), on peut déduire les formules suivantes :

$$\frac{h_{i+1}}{h_i} = \frac{\operatorname{tg} \beta_i}{\operatorname{tg}(\beta_i - \theta)} \quad (\text{III.32})$$

$$\sin \beta_i = \frac{1}{Fr_i} \left[\frac{\operatorname{tg} \beta_i}{2 \operatorname{tg}(\beta_i - \theta)} \left(\frac{\operatorname{tg} \beta_i}{\operatorname{tg}(\beta_i - \theta)} + 1 \right) \right]^{1/2} \quad (\text{III.33})$$

$$\frac{Fr_{i+1}}{Fr_i} = \frac{\sin \beta_i}{\sin(\beta_i - \theta)} \left(\frac{h_i}{h_{i+1}} \right)^{3/2} \quad (\text{III.34})$$

Par exemple, si l'équation (III.34) est appliquée deux fois de suite à travers la transition, c'est-à-dire :

$$\frac{Fr_2}{Fr_1} = \frac{\sin \beta_1}{\sin(\beta_1 - \theta)} \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^{3/2} \quad (\text{III.35})$$

$$\frac{Fr_3}{Fr_2} = \frac{\sin \beta_2}{\sin(\beta_2 - \theta)} \left(\frac{h_2}{h_3} \right)^{3/2} \quad (\text{III.36})$$

Puis combinée avec l'équation de continuité à travers la contraction elle-même, c'est à dire :

$$\Psi = \frac{b_3}{b_1} = \frac{b}{B} = \frac{h_1 V_1}{h_3 V_3} = \frac{Fr_1}{Fr_3} \left(\frac{h_1}{h_3} \right)^{3/2} \quad (\text{III.37})$$

Il en résulte après remplacement des équations (III.35) et (III.36) que :

$$\Psi = \frac{b}{B} = \frac{\sin(\beta_1 - \theta) \sin(\beta_2 - \theta)}{\sin \beta_1 \sin \beta_2} \quad (\text{III.38})$$

Qui est la condition pour que l'onde de choc touche la paroi au point C (Figure III.10). Ce coefficient de rétrécissement Ψ a été obtenu à partir des considérations purement géométriques (Equations (III.29), (III.30) et (III.31)) donné par l'équation suivante :

$$\Psi = \frac{1 - \frac{\operatorname{tg}\theta}{\operatorname{tg}\beta_1}}{1 + \frac{\operatorname{tg}\theta}{\operatorname{tg}(\beta_2 - \theta)}} \quad (\text{III.39})$$

Comme on le sait déjà, le profil moyen de la surface libre pour un rétrécissement ($Fr_1 > 1$ et $Fr_2 > 1$) croît dans la direction de l'écoulement. Autrement dit, que le nombre de Froude décroît le long du rétrécissement c'est-à-dire que $Fr_1 > Fr_2 > Fr_3$, avec le nombre de Froude Fr_3 est supérieur ou égal à un. Une diminution de Fr_3 conduit à des écoulements fluviaux à l'entrée du canal aval et à l'établissement d'un ressaut hydraulique. C'est pourquoi, on prend généralement $Fr_3 \geq 2$.

Les figures III.11 et III.12 montrent un exemple d'écoulement dans un convergent et la formation des ondes de chocs (un ressaut hydraulique oblique ou onde transversale).



Figure III.11 : Vue ascendante d'une contraction (canal convergent)



Figure III.12 : Formation des ondes de choc dans un canal ($Fr_1 = 7,0$)

L'écoulement de l'eau à surface libre est d'une extrême complexité, lorsque nous l'envisageons dans toute sa généralité. En effet, tout changement de section ou de direction d'un canal considéré, tel qu'un rétrécissement ou élargissement, entraîne une surface d'écoulement irrégulière. Ces irrégularités représentent de grandes perturbations qui provoquent des ondes stationnaires à la surface de l'eau. D'ailleurs, cette complexité a été soulignée par GALILEE (1564-1642): «je me suis heurté, dit-il, à moins de difficultés dans la découverte du mouvement des corps célestes, malgré leur éloignement étonnant que dans des recherches sur le mouvement de l'eau courante qui se produit cependant sous nos yeux».

III.9. Exercices

Exercice 1

Une des parois latérales d'un canal rectangulaire est déviée vers l'intérieur d'un angle $\theta = 25^\circ$, provoquant un front d'onde stationnaire. En amont du front d'onde, la profondeur d'eau est de $h_1 = 0,28$ m et la vitesse $V_1 = 9,12$ m/s. Déterminer la profondeur et de la vitesse d'écoulement en aval.

Exercice 2

Un écoulement torrentiel avec un nombre de Froude $Fr_1 = 3,5$ a une profondeur d'eau de $h_1 = 0,15$ m. Cet écoulement rencontre une paroi placée à un angle $\theta = 10^\circ$ contre le courant. Un ressaut oblique se formera. Déterminer l'angle du ressaut et le nombre de Froude en aval.

Exercice 3

Dans un canal rectangulaire de largeur $b_1 = 5$ m, un débit $Q = 6$ m³/s coule à grande vitesse avec une profondeur d'eau de $h_1 = 0,2$ m. Ce canal à pente faible doit être symétriquement ramené à une largeur de $b_3 = 2,5$ m. Calculer la longueur du tronçon de rétrécissement de sorte qu'aucune perturbation ne se manifeste en aval.

CHAPITRE IV

AERATION SUPERFICIELLE

IV.1. Introduction

Les écoulements dans les canaux à ciel ouvert sont caractérisés par une surface libre. La vitesse à l'interface eau-air est identique. Lors d'un écoulement à grande vitesse, des gouttes d'eau sont projetées dans l'air et des bulles d'air peuvent être emprisonnées par l'eau. Un mélange d'eau et d'air se forme suite à ce phénomène d'aération superficielle de l'écoulement. Les bulles d'air emprisonnées dans l'eau montent à la surface libre de l'écoulement sous l'effet de la poussée d'Archimède.

IV.2. Conséquence de l'aération

Pour des canaux à forte pente généralement avec des écoulements supercritiques, une grande quantité d'air est entraînée à la surface libre, par une multitude de vortex turbulents et irréguliers, proches de la surface libre. Des bulles et poches d'air sont entraînées sous l'action de la vitesse turbulente perpendiculaire à la surface libre. Au niveau de l'interface eau-air, il y a constamment un échange de gaz.

La conséquence directe de ce phénomène d'entraînement d'air est la modification des caractéristiques hydrauliques de l'écoulement par rapport à celle de l'eau pure due à l'augmentation du volume (l'augmentation de la hauteur de l'écoulement). La figure IV.1 montre un écoulement à grande vitesse aéré dans un coursier de barrage.



Figure IV.1 : Ecoulement à grande vitesse dans un coursier à grande pente

Les cascades sont des systèmes assez efficaces en termes de transfert d'oxygène de par la turbulence générée au niveau de l'interface air-eau. Dans une cascade, l'entraînement d'air est dû aux fluctuations de la surface libre induites par la turbulence. La figure IV.2 montre l'aération dans les cascades en marches d'escalier.



Figure VI.2 : Photo d'un seuil d'aération dans un cours d'eau naturel

Les deux paramètres le plus souvent utilisés sont : le débit du mélange Q_m qui est égal à la somme du débit de l'eau pure Q_e et celui de l'air Q_a :

$$Q_m = Q_e + Q_a \quad (\text{IV.1})$$

La concentration est définie par le rapport entre Q_a et Q_m :

$$\bar{C} = \frac{Q_a}{Q_m} \text{ avec } 0 \leq \bar{C} \leq 1 \quad (\text{IV.2})$$

Un autre rapport pour ces types d'écoulements est défini, à savoir, le rapport β entre le débit d'air Q_a et le débit de l'eau Q_e , donné par :

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_e} = \frac{\bar{C}}{1 - \bar{C}} \quad (\text{IV.3})$$

Les deux rapports sont couramment utilisés dans les applications. La figure IV.3 montre les mécanismes de l'entraînement d'air dans un écoulement à grande vitesse.

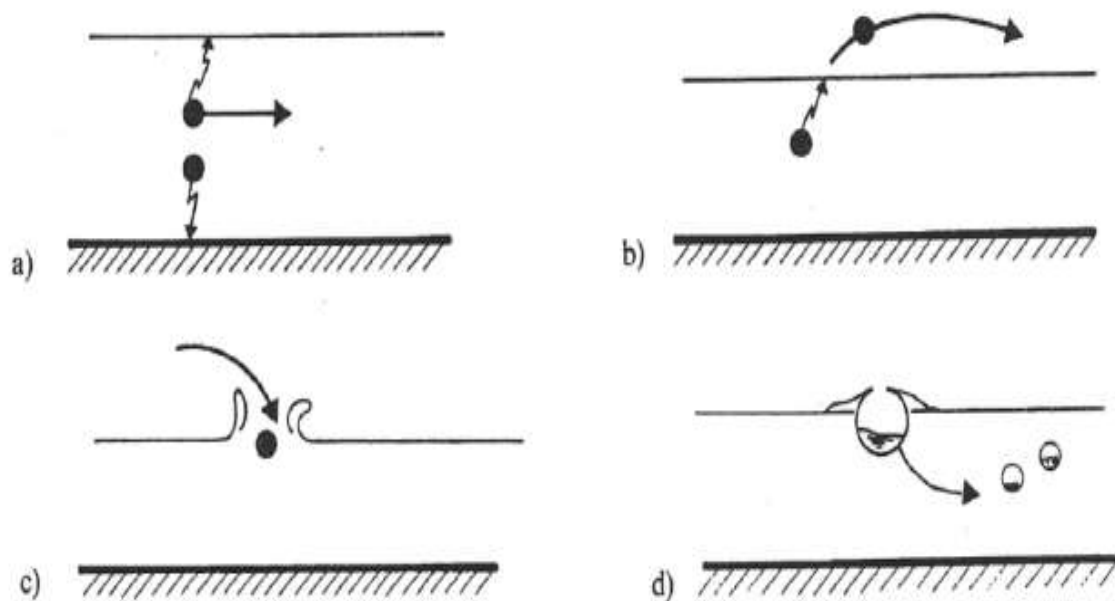


Figure IV.3 : Mécanisme de l'entraînement d'air dans un écoulement à grande vitesse : a) la haute turbulence crée des composantes latérales importantes et b) éjecte des gouttes d'eau dans l'air qui, en retombant, c) ouvrent la surface liquide ; d) ce dernier, en se refermant, emprisonne de l'air avec la goutte qui reste dans l'eau à cause de la haute turbulence : un écoulement biphasique est dès lors créé (Hager et Schleiss, 2009).

IV.3. Différents mécanismes d'entraînement d'air dans un écoulement à surface libre

Les dispositions types de constructions hydrauliques où l'aération de l'eau joue un rôle sont présentées dans la figure IV.4: a) représente un coursier où la vitesse de l'eau est considérable et l'aération apparaît le long du canal. De même pour les cas c) et d), l'entraînement d'air est dû à la turbulence élevée qui existe près de la surface libre et aux effets de la diffusion des bulles d'air dans l'eau. En revanche, les exemples b) et e) présentent deux cas avec l'aération locale.

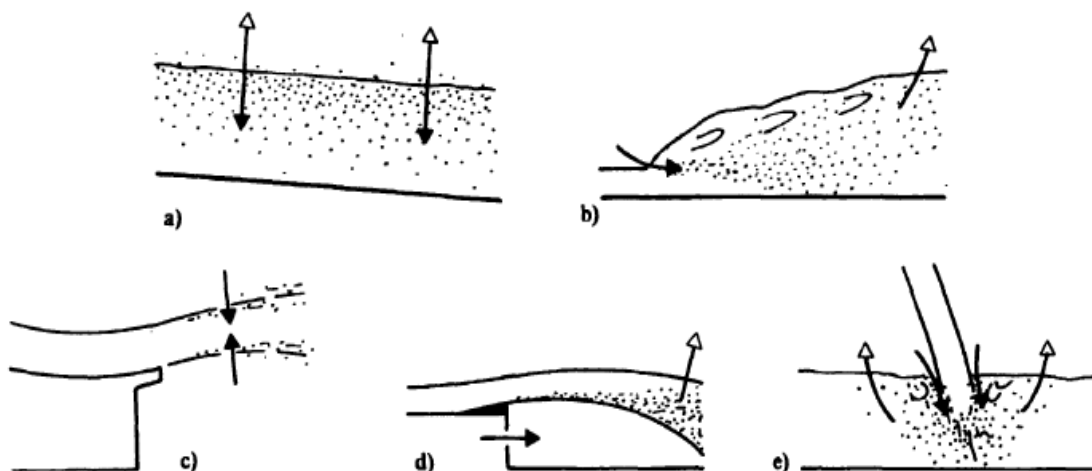


Figure IV.4 : Différents mécanismes d'entraînement d'air et désaération (expulsion) d'air dans l'eau : a) canal à forte pente ; b) ressaut hydraulique ; c) saut de ski ; d) aérateur de coursier et e) jet plongeant (Hager et Schleiss, 2009).

Pour un écoulement sur un coursier d'évacuateur de crues, une couche limite turbulente se développe à partir de l'amont du coursier (Figure IV.5). Cette couche limite turbulente atteint la surface libre au point d'inception, marquant le début de la zone d'écoulement aéré. La quantité d'air entraînée à l'aval du point d'inception augmente graduellement et continue. Les profils de concentrations en air et de vitesses se redistribuent lentement (région d'écoulement graduellement varié), et tendent vers des profils d'équilibre dans la région d'écoulement uniforme, loin en aval.

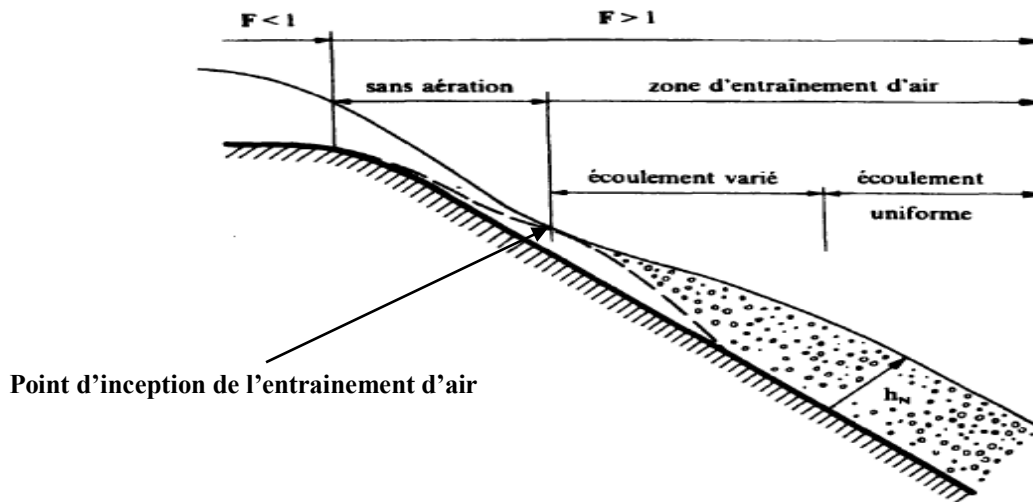


Figure IV.5 : Entraînement d'air dans un écoulement à surface libre dans un coursier d'évacuateur de crues de barrage (Hager et Schleiss, 2009).

IV.3.1. Début de l'aération superficielle

Sur la figure IV.6 est montré les différents mécanismes conduisant à l'aération superficielle.

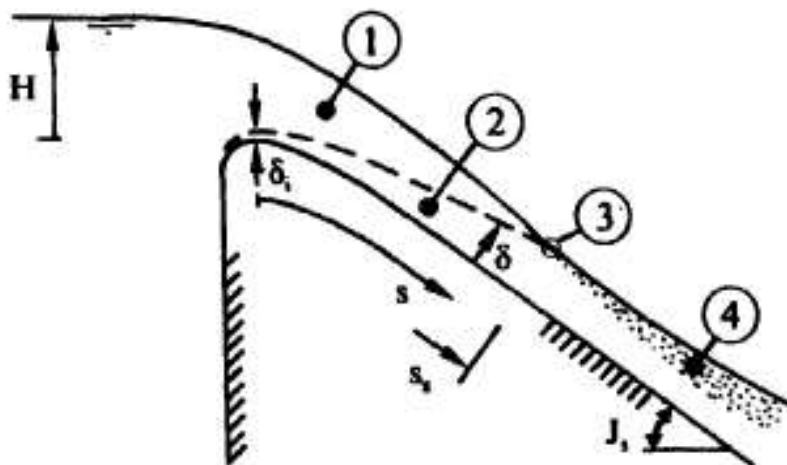


Figure IV.6: Mécanisme conduisant à l'aération superficielle, (1) écoulement potentiel, (2) couche limite turbulente, (3) début de l'aération superficielle et 4) zone d'écoulement non uniforme aéré (Hager et Schleiss, 2009).

IV.3.2. Point de début de l'entraînement d'air ou point d'inception

La position du point d'inception S_s est exprimée par la relation suivante :

$$\frac{S_s}{k_s} = f\left(\frac{q_e}{(gk_s^3)^{1/2}}, J_s\right) \quad (\text{IV.4})$$

La figure IV.7 permet de déduire la distance S_i entre la crête du déversoir et le début de l'aération superficielle.

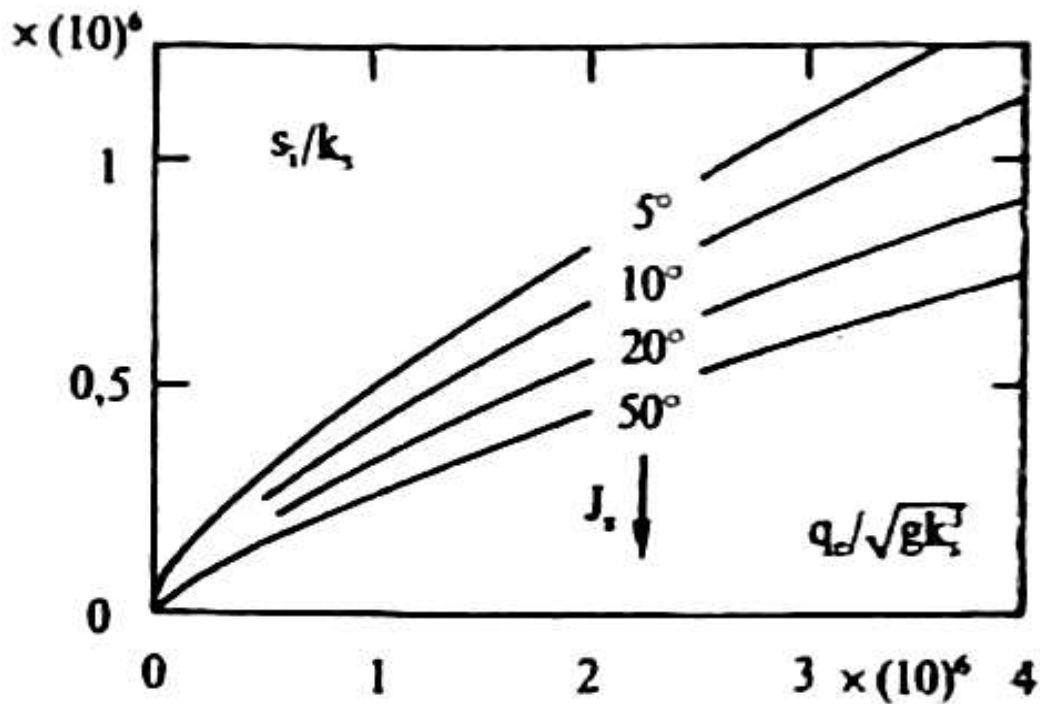


Figure IV.7 : Distance S_i entre la crête du déversoir et le début de l'aération superficielle en fonction de la rugosité équivalente de sable k_s , du débit spécifique q_e et de la pente $J_e(^{\circ})$ du coursier (Hager et Schleiss, 2009).

La précision des résultats de cette courbe est de l'ordre de 5% avec les conditions suivantes :

$$0.5 < \frac{H}{H_D} < 1.33 \quad \text{et} \quad J_s \geq 10^{\circ} \quad (\text{IV.5})$$

✚ Exemple d'application

Soit un coursier avec une pente $J_s = 30^{\circ}$, une rugosité équivalente $k_s = 0.001m$ et une largeur $b = 50m$. Déterminer alors S_s si $Q_e = 3500m^3/s$.

$$q_e = Q_e / b = 3500 / 50 = 70 \text{ m}^2 / \text{s}$$

$$\frac{q_e}{(gk_s^3)^{1/2}} = 0,71 \cdot 10^6 \Rightarrow \text{La figure IV.7 permet de déduire que } \frac{S_s}{k_s} = 0,23 \cdot 10^6 \Rightarrow S_s = 230 \text{ m}.$$

L'aération superficielle apparaît seulement si la longueur du coursier dépasse cette longueur ($S_s = 230 \text{ m}$).

Il existe une autre formule qui calcule k_s , si K le coefficient de Manning-Strickler est connu :

$$Kk_s^{1/6} g^{-1/2} \approx 8.2$$

Cette expression permet de calculer k_s à partir de K pour le domaine d'application suivant :

$$J_s > 1\% , R_H > 0.2 \text{ m} \text{ et } K \leq 85 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}.$$

IV.3.3. Écoulement aéré non uniforme

Entre la section d'aération initiale et la section d'aération uniforme, l'écoulement est non uniforme. Dans cette zone, la concentration d'air moyenne s'accroît de $\bar{C}(S = S_s) = 0$ à une valeur maximale $\bar{C} = \bar{C}_N$. Il existe des travaux sur la variation de la concentration d'air en fonction du nombre de Froude local $Fr = V/(gh)^{1/2}$, de la pente J_s du fond du canal, et du coefficient de rugosité K . Il a été constaté que \bar{C} croît lorsque Fr augmente et décroît lorsque q_e diminue. La concentration moyenne \bar{C} augmente lorsque la rugosité K du radier du coursier devient importante. Mais ces travaux expérimentaux ne peuvent pas être généralisés pour tous les cas.

Il existe d'autres études qui évaluent l'écoulement non uniforme aéré par analogie aux courbes de remous avec l'introduction des hauteurs typiques (h_m , h_{Nm} et h_{cm}). Cette méthode ignore les mouvements internes de cet écoulement. Dans cette zone, l'écoulement est diphasique. Avec la hauteur critique du mélange $h_{cm} = (q_m^2 / g)^{1/3}$ et la hauteur uniforme du mélange h_{Nm} , la courbe de remous dans ce cas s'écrit :

$$\frac{dh_m}{dx} = \frac{J_s - J_{fm}}{1 - Fr_m^2} \quad (\text{IV.6})$$

La solution de cette équation permet d'obtenir h_m . La figure IV.8 présente la solution graphique de l'équation des courbes de remous pour des écoulements du mélange eau-air sur les coursiers (Eq. IV.6), avec :

$$X = \frac{J_s s}{h_{Nm}}, \quad Y = \frac{h_m}{h_{Nm}} \quad \text{et} \quad f = \frac{h_{cm}}{h_{Nm}} \quad (\text{IV.7})$$

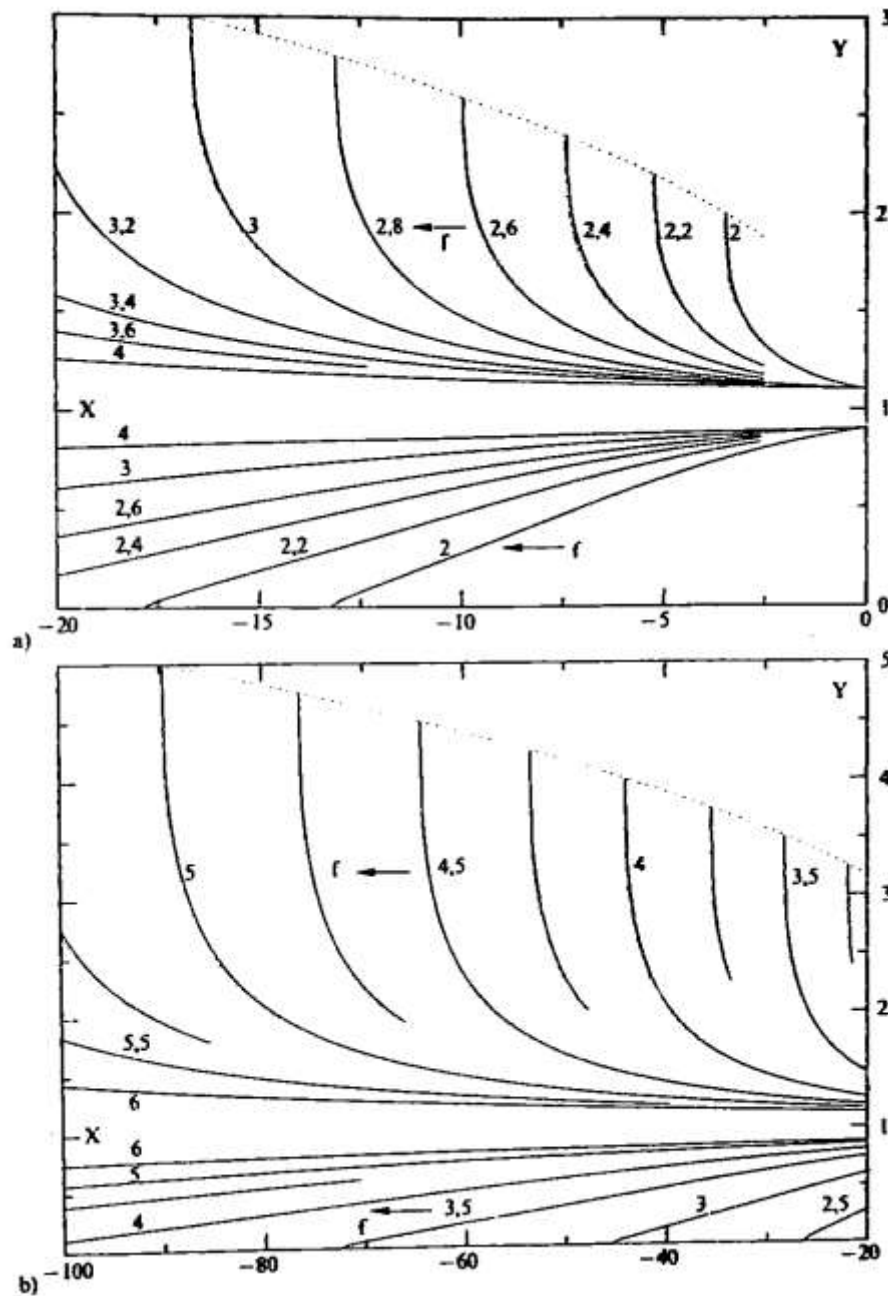


Figure IV.8 : Courbes de remous pour des écoulements du mélange eau-air sur les coursiers (solution de l'équation IV.6 dans le domaine d'écoulement supercritique et critique) :

$$a) 2 < Y = \frac{h_m}{h_{Nm}} < 6 \text{ et } -20 < X = \frac{J_s S}{h_{Nm}} < 0, \quad b) 2 < Y = \frac{h_m}{h_{Nm}} < 6 \text{ et } -100 < X = \frac{J_s S}{h_{Nm}} < -20$$

(Hager et Schleiss, 2009)

IV.3.4. Zone d'aération uniforme

La masse volumique moyenne du mélange $\bar{\rho}_m$ pour un écoulement uniforme aéré peut être exprimée par la relation semi empirique suivante :

$$\frac{\bar{\rho}_m}{\rho_e} = 1 - 1.1\bar{C} \quad (\text{IV.8})$$

Où, $\rho_e = 1 \text{ tm}^{-3}$ correspond à la masse volumique de l'eau.

La relation entre la concentration moyenne du mélange eau-air $\bar{C} = \frac{Q_a}{Q_m}$ et le nombre de Froude de l'eau pure $Fr_e = V_e / (gh_e)^{1/2}$ pour un canal rectangulaire, est donné par la formule ci-après :

$$1 - \bar{C} = \frac{1}{1 + Fr_e^{3/2} (1.35 / K)} \quad (\text{IV.9})$$

Où, $K (m^{1/3} s^{-1})$ est le coefficient de rugosité de Manning-Strickler.

Si les caractéristiques hydrauliques h_e et K de l'écoulement de l'eau pure, l'équation (IV.10) permet l'estimation de \bar{C} , et la détermination de la hauteur uniforme du mélange se fait à partir de l'équation suivante :

$$h_m = h_e / (1 - \bar{C}) \quad (\text{IV.10})$$

Les hauteurs du mélange d'eau et de l'air h_m et de l'eau pure h_e sont mesurées perpendiculairement au fond du canal. Le rapport du nombre de Froude de l'eau pure et du mélange est donné par l'expression suivante :

$$Fr_e / Fr_m = (1 - \bar{C})^{-1/7} \quad (\text{IV.11})$$

D'après cette formule : $Fr_e \geq Fr_m$.

Soit un canal rectangulaire de largeur b , de pente du radier α , de débit spécifique q_e et de coefficient de rugosité K donnés, la démarche à suivre pour l'estimation de l'écoulement uniforme aéré est :

1. La formule de Manning-Strickler relative à l'eau est :

$$q_e = K \sqrt{I} h_e R_{He}^{2/3} = K \sqrt{\sin \alpha} h_e R_{He}^{2/3} \quad (\text{IV.12})$$

Avec,

$$R_{He} = h_e b / (b + 2h_e) = h_e / (1 + 2h_e / b) \quad (\text{IV.13})$$

L'équation (IV.12) est représentée par la figure IV.9 ci-dessous.

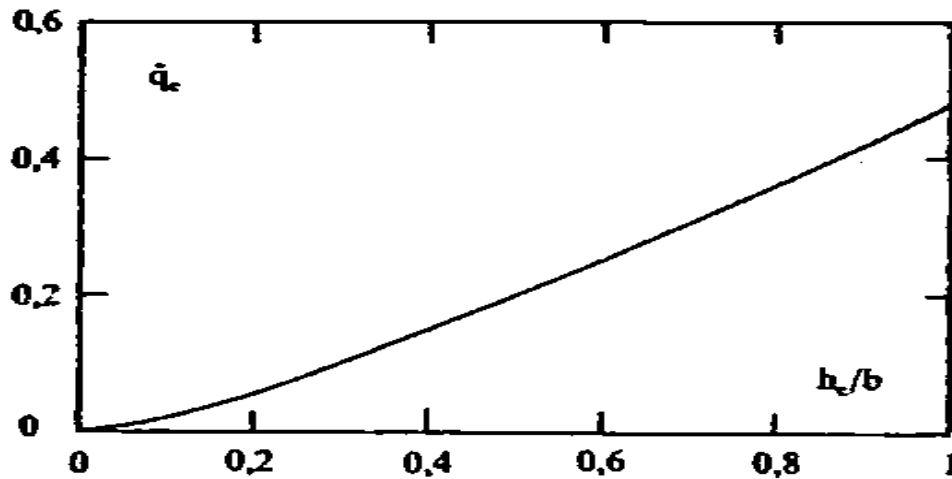


Figure IV.9 : Hauteur uniforme h_e/b de l'écoulement non aéré en fonction du débit adimensionnel $\hat{q}_e = q_e / (K\sqrt{\sin \alpha} b^{5/3})$ (Hager et Schleiss, 2009)

- La concentration moyenne \bar{C} est calculée à l'aide de l'équation (IV.9) ou déterminée à l'aide de la figure IV.10.

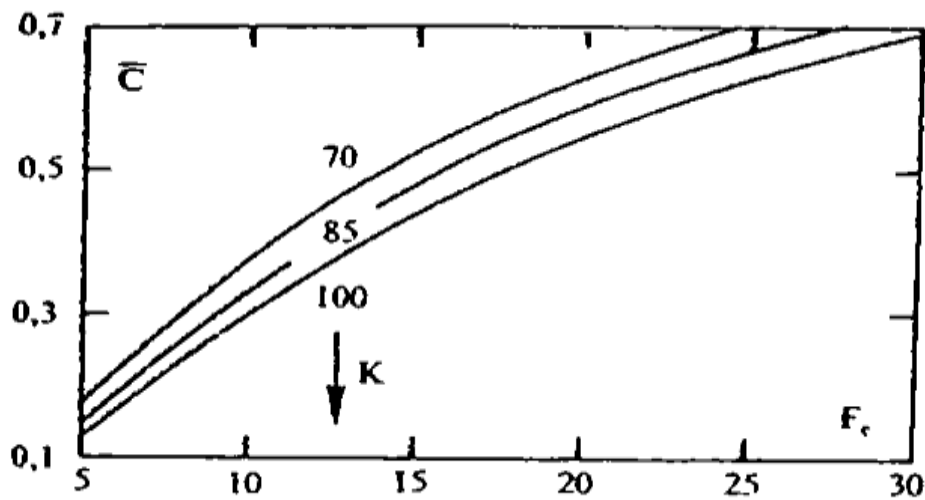


Figure IV.10 : Concentration moyenne du mélange \bar{C} en fonction de la rugosité K et du nombre de Froude F_r relatif de l'écoulement pure (Hager et Schleiss, 2009)

- A partir des équations IV.8, IV.9, IV.10 et IV.11, on peut calculer les caractéristiques de l'écoulement uniforme aéré, à savoir, la masse volumique moyenne ρ_m , la hauteur h_m et le nombre de Froude F_m du mélange. La vitesse du mélange V_m résulte de l'équation de continuité.

$$V_m = \frac{Q_m}{bh_m} = \frac{Q_e}{(1-C)bh_m} \quad (\text{IV.14})$$

Ainsi, les caractéristiques les plus importantes de l'écoulement uniforme aéré sont définies.

Sur la figure IV.11 est représenté le rapport de hauteur uniforme du mélange et la hauteur uniforme de l'eau pure h_m/h_e en fonction de h_e/b et $\eta = (K^2 \sin^3(\alpha)h_e/g^3)^{1/4}$.

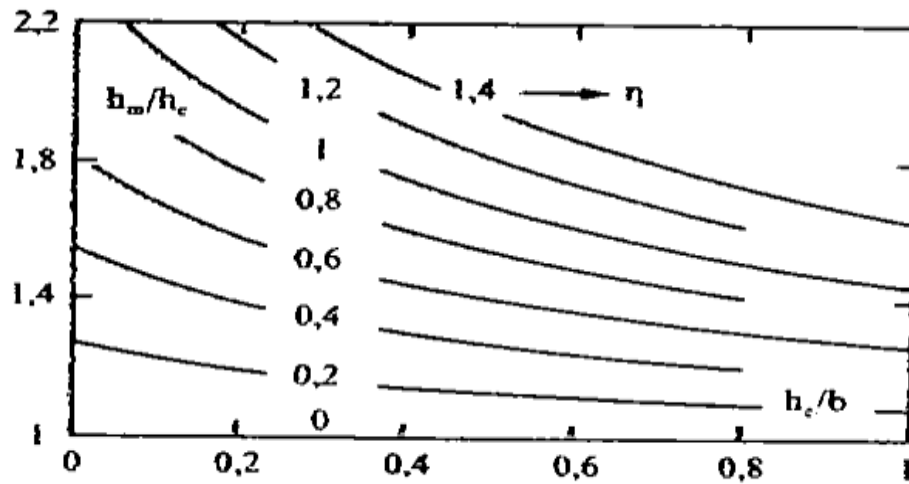


Figure IV.11 : Rapport de h_m/h_e en fonction de h_e/b et de $\eta = (K^2 \sin^3(\alpha)h_e/g^3)^{1/4}$
(Hager et Schleiss, 2009)

IV.4. Exercices

Exercice 1

Soit un coursier avec une pente $J_s = 30^\circ$, une rugosité équivalente $k_s = 0.001m$ et un débit $Q_e = 3500m^3/s$. Déterminer S_s pour les deux valeurs de la largeur du coursier ($b = 40m$ et $b = 50m$).

Exercice 2

Un coursier de largeur $b = 5m$ et de pente $J_s = 35\%$ a un coefficient de rugosité de $K = 75m^{1/3}s^{-1}$; le débit d'eau maximal est de $Q_e = 100m^3s^{-1}$. Quelles sont les caractéristiques hydrauliques de l'écoulement uniforme aéré ?

Exercice 3

Un coursier de largeur $b = 5m$ et de pente $J_s = 35\%$ a un coefficient de rugosité de $K = 75m^{1/3}s^{-1}$; le débit d'eau maximal est de $Q_e = 100m^3s^{-1}$.

1. Quelle est la longueur S_s (S_s est une longueur nécessaire du coursier pour que l'aération libre commence) ?
2. Quelle est la longueur de l'écoulement non uniforme ?
3. A partir de quelle longueur la partie de l'aération uniforme commence.

CHAPITRE V**CAVITATION ET AERATION FORCEES****V.1. Introduction**

Le phénomène de cavitation peut s'expliquer comme suit. Lorsque la pression locale (p) dans un liquide s'approche de la pression des vapeurs saturées (p_v), il y aura formation de bulles de vapeur (ébullition à température ambiante). Dans un écoulement, ces bulles (poches d'air ou cavités) microscopiques peuvent être entraînées vers des zones de pression plus élevée, où elles se condensent instantanément. Si la pression dans l'écoulement augmente à nouveau, alors que l'eau se trouve dans cette configuration, les bulles de vapeur repassent brusquement à l'état liquide. Il en résulte une implosion des bulles qui libèrent localement des énergies considérables. Et si aussi cette implosion se passe au contact d'une paroi, cette dernière sera dégradée d'une manière très caractéristique «en surface piquée» et ceci en fonction de l'intensité de la cavitation, de la durée d'exposition au phénomène et de la résistance spécifique du matériau la constituant.

V.2. Description physique de la cavitation

L'effet de la cavitation sur les structures et les machines est bien connu : qu'il s'agisse de béton, d'acier ou de tout autre matériau, ils sont agressés dynamiquement par des ondes de compression dues à l'implosion des bulles. Il en résulte des dégâts à la surface limitant l'écoulement et, si le temps d'action est suffisamment long, la destruction complète de la partie concernée de l'ouvrage. La cavitation joue un rôle important dans les constructions hydrauliques notamment pour les canaux à haute vitesse, par exemple : les coursiers, les sorties de galeries, les parties proches des vannes de fond (grande vitesse et petite courbure des lignes de courant), les déversoirs, les dissipateurs (seuils et blocs) et les entrées des galeries (vitesse considérable et ligne de courant fortement courbées). La pression est minimale là où la vitesse est maximale, et vice versa. Ce cas se trouve toujours aux abords limitant l'écoulement, mais jamais à l'intérieur de l'écoulement. La figure V.1 montre des cas typiques pour lesquels le phénomène de cavitation peut apparaître.

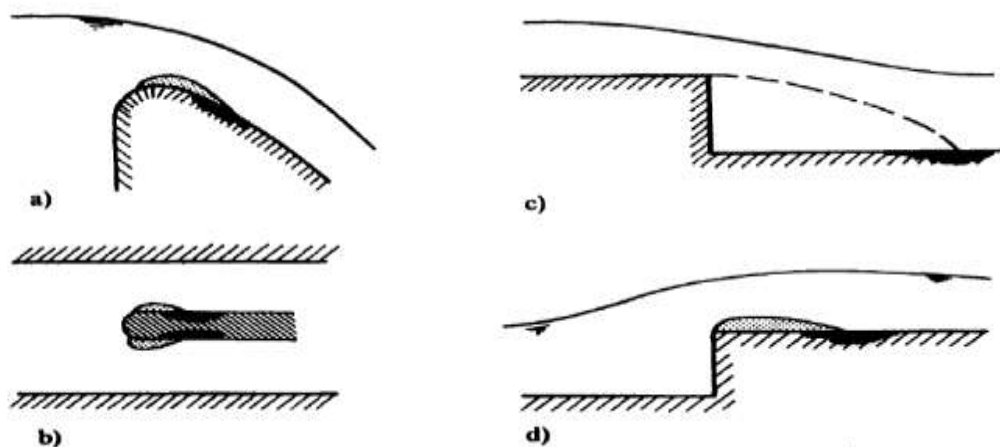


Figure V.1 : Apparitions typiques des effets de cavitation (noir gras), a) déversoir, b) obstacle à travers l'écoulement dans le canal, c) marche négative et d) marche positive (Sinniger et Hager, 1989).

Un exemple sur les dégâts occasionnés par ce phénomène de cavitation est celui du barrage de Shahid Abbaspour en Iran. La figure V.2 montre bien l'ampleur des dégâts sur le coursier de ce barrage, avec des profondeurs de béton érodées allant jusqu'à 2.8m.



Figure V.2 : Photos illustrant des dégâts dus à la cavitation sur des coursiers lisses

V.3. Irrégularités de surface

Sur la figure V.3 est montré les différents cas dans lesquels des érosions de cavitation peuvent se manifester. Les changements brusques des parois, courbes ou ondulées, doivent être atténués en grandeur, voir leurs formes modifiées (ou les deux à la fois), pour que les dommages disparaissent. Dans ces différents cas, si l'écoulement est à haute vitesse, ils peuvent provoquer des pressions proches de la pression de vapeur d'où la création de la cavitation.

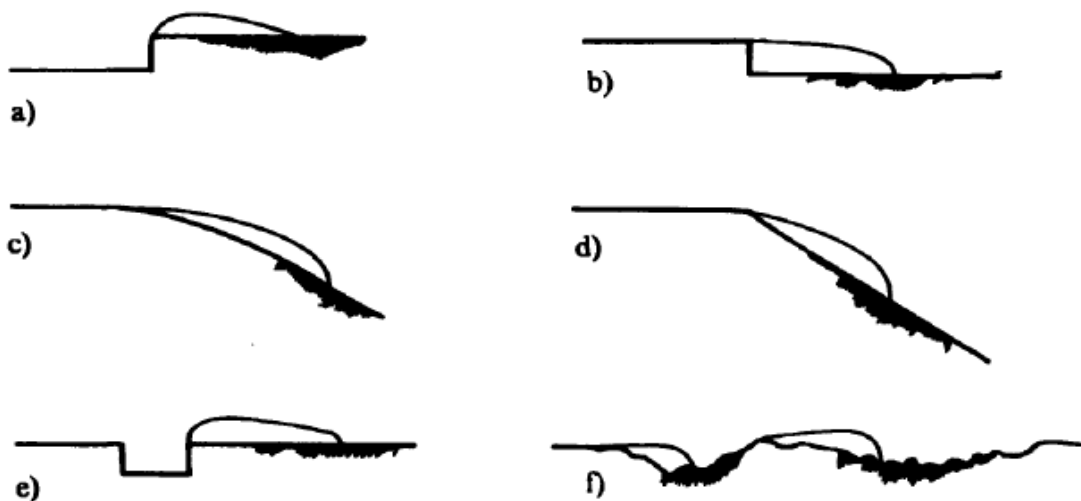
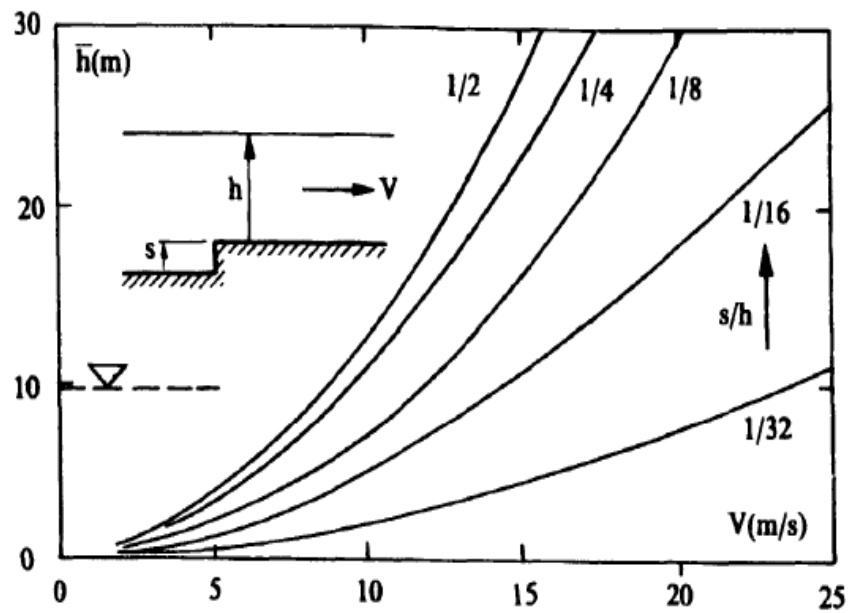
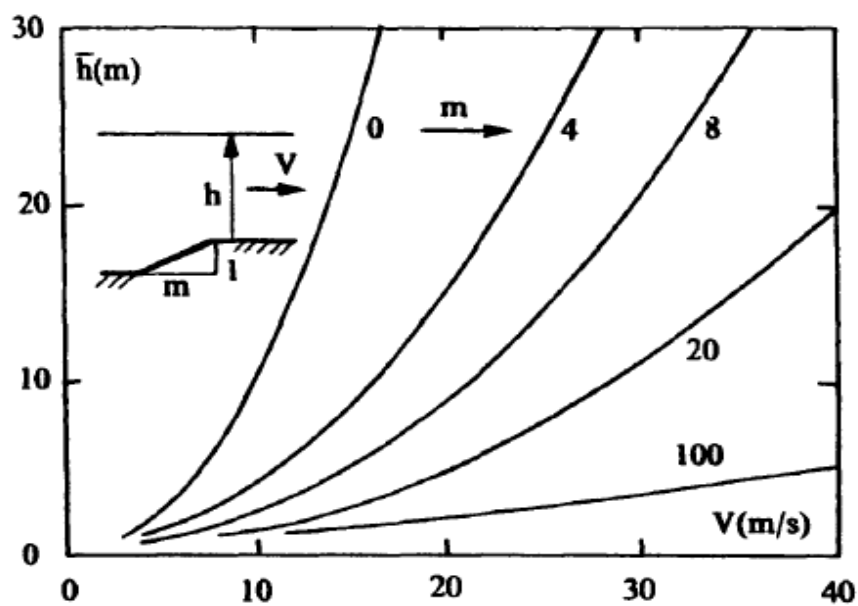


Figure V.3 : L'irrégularité de la surface du radier du canal qui produit des zones de cavitation et d'érosions qui peuvent en résulter (en noir gras) ; sens d'écoulement de gauche à droite) (Sinniger et Hager, 1989).

Les figures V.4a et V.4b montrent la pression minimale absolue nécessaire pour éviter la cavitation.



a)



b)

Figure V.4 : Pression absolue minimale $\bar{h}_m [m]$ nécessaire pour que les effets de cavitation soient évités dans des canaux avec élévation a) brusque ; b) progressive du radier ; (-----) pression atmosphérique (Simmiger et Hager, 1989).

✚ Exemple d'application

Soit un canal à vitesse moyenne aval $V = 18 \text{ m/s}$ et la hauteur de pression $h = 5 \text{ m}$ relative à la pression atmosphérique, donc $\bar{h} = 5 + 10 = 15 \text{ m}$. Comme illustré à la figure V.4a, la hauteur du seuil ne doit donc pas dépasser $s/h = 1/16$, soit $s < 0.94 \text{ m}$.

Si par exemple $s = 0.5m$, d'après la courbe dans la figure V.4a, $\bar{h} = 11.5m$. Donc $h = \bar{h} - 10 = 1.5m$. Pour augmenter la sécurité de préférence prendre $h = 2m$.

V.4. Aération forcée des coursiers

Pour éviter l'érosion de cavitation dans les coursiers, il existe plusieurs moyens :

1. Coursier strictement rectiligne,
2. Paroi du coursier extrêmement lisse et,
3. Amortissement des chocs provenant de l'implosion.

Les deux premières possibilités peuvent être réalisées dans des cas rares (cas particuliers) ou dans des modèles du laboratoire (modèles expérimentaux). Dans le cas où le danger de cavitation devient important, il faut opter pour la troisième option, c'est-à-dire amortir les chocs. Le moyen le plus simple pour amortissement des chocs provenant de l'implosion est d'aérer artificiellement l'écoulement près du fond du coursier.

La figure V.5 montre trois types d'aérateurs, les déflecteurs, les gradins et les fentes. Les déflecteurs sont caractérisés par un changement local de la pente dans le canal, produisant ainsi une discontinuité de hauteur "s". Les gradins provoquent un rabaissement de hauteur du fond du canal. La meilleure combinaison pour l'aération du coursier est le gradin-déflecteur. Cette combinaison entraîne suffisamment d'air dans l'écoulement d'eau.

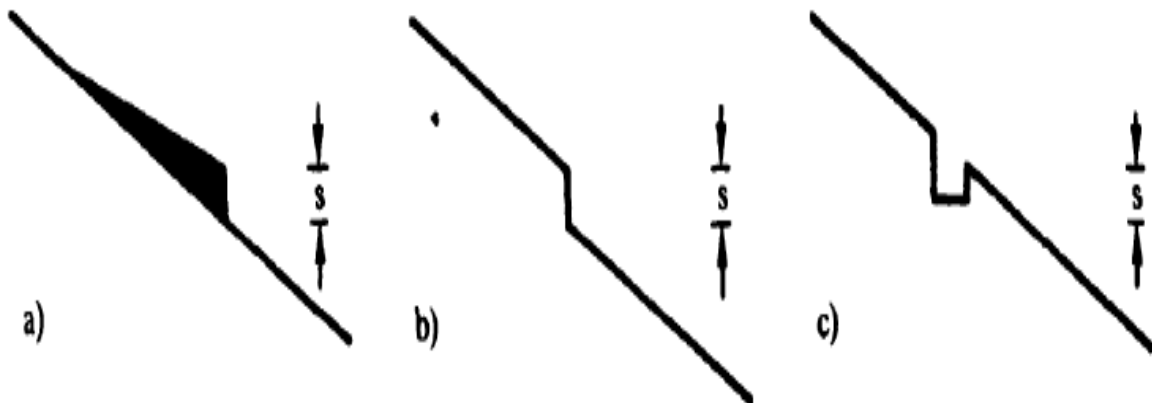


Figure V.5 : Coupe longitudinale de trois aérateurs, a) déflecteur b) gradin et c) fente (Sinniger et Hager, 1989).

V.5. Systèmes d'approvisionnement d'air

Les différents systèmes d'entraînement d'air sont représentés dans la figure V.6. L'aération de l'écoulement provient des côtés du canal (changement locale de la largeur du canal, figures V.6a, V.6b et V.6c) où par un pilier situé à l'intérieur du canal (Figure V.6d) où par des conduites d'air (Figures V.6e et V.6f).

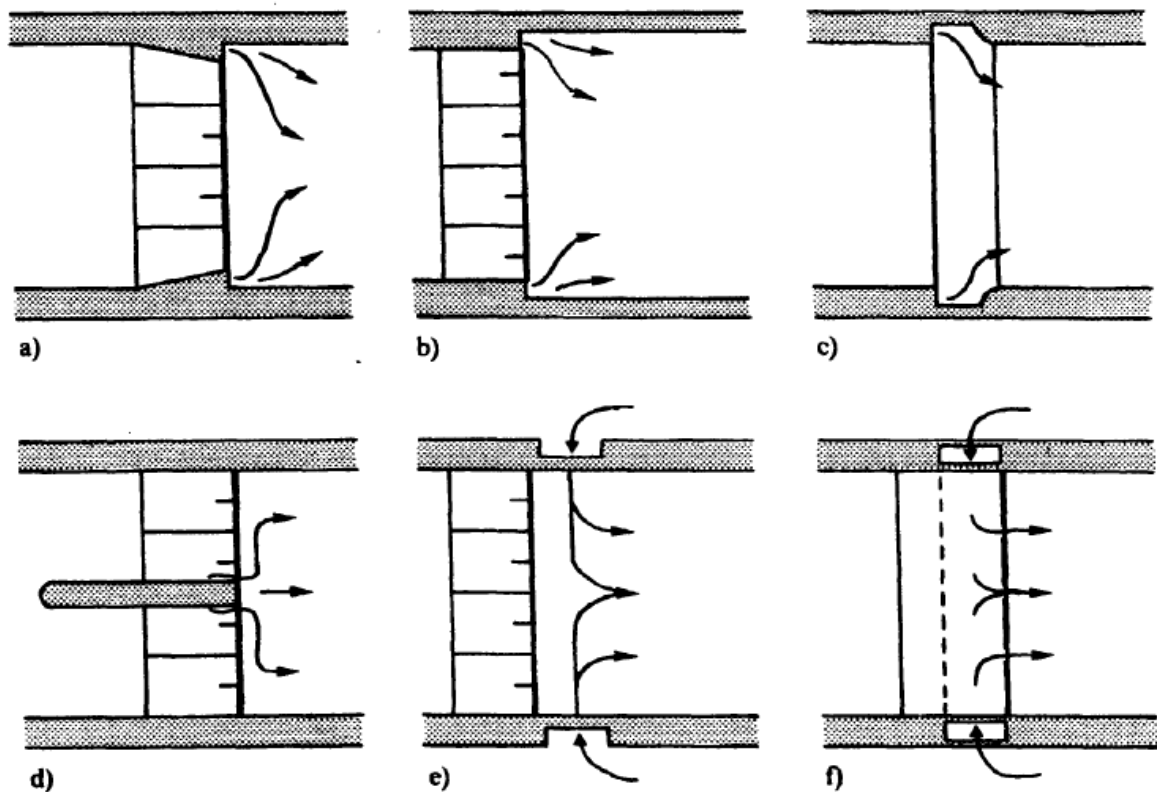


Figure V.6 : Différents types d'entraînement d'air (Sinniger et Hager, 1989).

V.6. Equations générales de la cavitation

Dans un écoulement à surface libre à grande vitesse les dépressions peuvent produire des arrachements et les vitesses élevées des érosions, surtout si l'eau est chargée d'alluvions, indépendamment de toute cavitation. Ajouter à ces deux phénomènes, le problème de cavitation et la portée véritable des dommages qu'elle pourrait occasionner.

La variation des pressions dans l'écoulement irrotationnel et stationnaire (permanent) d'un liquide, est décrite par les équations générales du mouvement :

$$\partial_s \left(\frac{\rho V^2}{2} + p \right) = 0 \quad (\text{V.1})$$

$$\partial_n p + \frac{\rho V^2}{R} = 0 \quad (\text{V.2})$$

Où s et n sont respectivement les directions tangentielle et normale au filet liquide proche de la paroi par exemple, p et V la pression et la vitesse en tout point le long de l'écoulement, ρ la masse spécifique du liquide et R le rayon de courbure local du filet.

A partir de l'éq. (V.2), on peut conclure que la pression p dépendra de la force centrifuge locale ($\rho V^2 / R$). Cela explique pourquoi un décollement suivi d'un recollement peut produire

une variation de pression par changement et inversion de la courbure d'écoulement sans qu'il y ait variation de vitesse.

L'éq. (V.1), dont le développement conduit à la loi de Bernoulli, est :

$$p_0 + \frac{\rho V_0^2}{2} = p + \frac{\rho V^2}{2} \quad (\text{V.3})$$

Cette équation permet de décrire la variation des pressions le long d'une paroi. L'éq. (V.3) peut s'écrire sous forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{p - p_0}{\frac{\rho V_0^2}{2}} = 1 - \frac{V^2}{V_0^2} = 1 - \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 \quad (\text{V.4})$$

Où p_0 et V_0 sont une pression et une vitesse de référence, prises de préférence là où l'écoulement n'est pas perturbé ou mieux encore, est uniforme. Le terme de droite peut être inférieur à zéro (l'éq. V.4), on s'aperçoit qu'un accroissement important de la vitesse locale peut rapidement conduire à l'apparition de dépressions. Or, ces dernières ayant une limite physique, qui est connu comme tension de vapeur p_v . Cette équation proposée par Thomas est utilisée comme critère d'apparition de la cavitation.

$$\sigma = \frac{p_0 - p_v}{\frac{\rho V_0^2}{2}} \quad (\text{V.5})$$

V.7. Etude du risque de cavitation

L'indice de cavitation σ_i est un paramètre adimensionnel défini classiquement dans un écoulement à surface libre comme suit :

$$\sigma_i = \frac{p_{atm} + h - p_v}{\frac{\rho V^2}{2}} \quad (\text{V.6})$$

Où :

- p_{atm} : Pression atmosphérique en mCe ,
- h : Hauteur d'eau de l'écoulement en mCe ,
- p_v : Pression de vapeur saturante en mCe ,
- V : Vitesse moyenne en m/S ,
- g : Accélération de la pesanteur.

Les recommandations de l'USBR (United States Bureau of Réclamation) sur l'indice de cavitation, sont les suivantes :

1. Tout projet pour lequel $\sigma_i < 0.1$ doit être reconsidéré,

2. Les projets ayant $0.1 < \sigma_i < 0.2$ ont besoins d'un dispositif d'aération pour limiter les risques de cavitation,
3. Les projets pour lesquels $\sigma_i > 0.2$ peuvent être dispensés de système d'aération à condition d'avoir une finition de la surface du béton en adéquation avec la valeur de σ_i .

V.8. Etude de l'indice de cavitation le long du coursier

Une fois que les hauteurs d'eau ainsi que les vitesses sont déterminées le long du coursier pour les crues données. On vérifie ensuite au niveau de ces points l'indice de cavitation correspondant (Figure V.7).

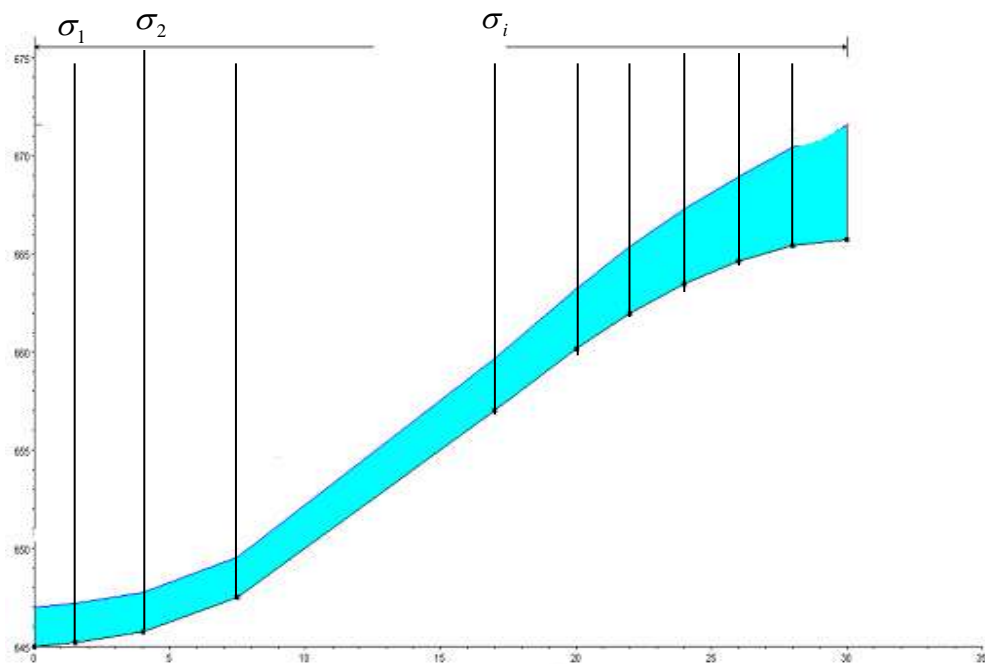


Figure V.7 : L'indice de cavitation le long du coursier

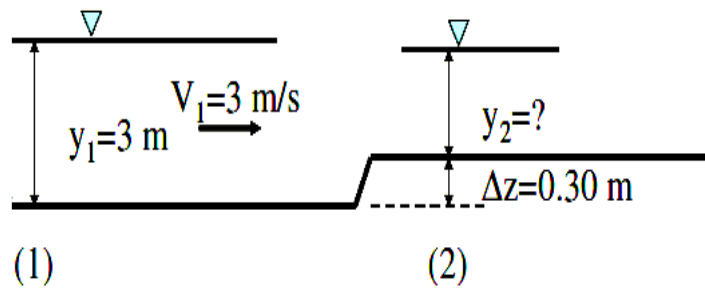
Si la condition de non cavitation est vérifiée dans chacune des sections du coursier. Il n'est par conséquent pas nécessaire d'envisager la réalisation d'un aérateur. Si par contre la condition de cavitation est vérifiée dans chacune des sections du coursier. Il est par conséquent nécessaire d'envisager la réalisation d'un aérateur.

V.9. Exercices

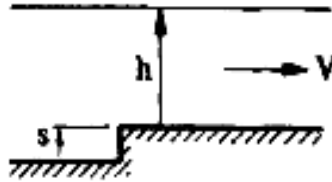
Exercice 1

L'écoulement de l'eau se fait avec une vitesse de 3 m/s et une profondeur de 3 m dans un canal rectangulaire de 2 m de large. Il y a alors une étape ascendante de 30 centimètres comme représentée sur la figure ci-dessous. On demande alors de :

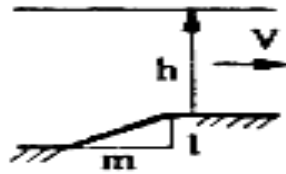
1. Calculer la profondeur de l'écoulement au-dessus de l'étape (Y_2).
2. Est ce qu'il y a présence de cavitation ?

**Exercice 2**

L'écoulement de l'eau avec une vitesse moyenne aval $V = 18 \text{ m s}^{-1}$ et une hauteur d'eau $h = 5 \text{ m}$. Il y a alors une étape ascendante s comme représentée sur la figure ci-dessous. Quelle est dans ce cas la hauteur minimale h pour éviter la cavitation.

**Exercice 3**

L'écoulement de l'eau avec une vitesse moyenne aval $V = 18 \text{ m s}^{-1}$ et une hauteur d'eau $h = 5 \text{ m}$. Il y a alors une étape ascendante de pente m comme représentée sur la figure ci-dessous. Quelle est alors la hauteur minimale h pour éviter la cavitation.



BIBLIOGRAPHIE

- BERREKSI, A. (1998).** Simulation des écoulements à surface libre dans des canaux à faible et à forte pente à géométrie variable. *Thèse de Magister ENP, Alger, Algérie.*
- BRUSCHIN, J. (2014).** Détection et prévention de la cavitation dans la construction hydraulique. *Persistenter Link: <http://dx.doi.org/10.5169/seals-73983>, <http://retro.seals.ch>.*
- CHAUDHRY, M.H. (2008).** Open channel flow. *University of south California, Department of Civil and Environmental Engineering, 300 Main Street, Columbia, SC 29208. ISBN 978-0-387-30174-7.*
- CHOW, V.T. (1959).** Open channel hydraulics. *Ed. Mac Graw -Hill book Co., New York.*
- GRAF, W.H., ALTINAKAR, M.S. (1993).** Hydraulique fluviale, Tome1 : Ecoulement permanent uniforme et non uniforme. *Ed. Presses Polytechniques et universitaires Romandes, Lausanne.*
- GRAF, W.H., ALTINAKAR, M.S. (2000).** Hydraulique fluviale, Ecoulement et phénomène de transport dans les canaux à géométrie simple. *Ed. Presses Polytechniques et universitaires Romandes, Lausanne.*
- HAGER, W.H., BRETZ, N.V. (1989).** Supercritical flow in channel junctions. *Jour of Hydr. Engr., ASCE, Vol. 115, N° 5, pp. 595-616, May.*
- HAGER, W.H. (1992).** Spillways. Shockwaves and air entrainment, Review and recommendation. *Commission Internationale des Grands Barrages, CIGB, bulletin 81, Paris.*
- HAGER, W.H., MAZUMBER, S.K. (1992).** Supercritical flow at abrupt expansions. *Proc. Inst. of Civ. Engrs., Water Maritime and Energy, London, 96, pp.153-166, September.*
- HAGER, W.H., SCHLEISS, A.J. (2009).** Constructions hydrauliques. *Ed. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne.*
- HUG, M. (1975).** Mécanique des fluides appliquée. *Editions Eyrolles, France.*
- IKNI, T. (2003).** Simulation numérique des écoulements à surface libre dans des canaux à géométrie variable en utilisant le schéma de Beam et Warming. *Thèse de Magister en Hydraulique, Université de Bejaïa, Algérie.*
- IPPEN, A.T., KNAPP, R.T. (1936).** A study of high-velocity flow in curved channels of rectangular cross section. *Trans. American Geophysical Union VII, Annual Meeting, pp. 516-521.*
- KREMENETSKI, N., SCHTERENLIHT, D., ALYCHEV, V., YAKOVLEVA, L. (1984).** Hydraulique. *Editions Mir Moscou, Traduction Française.*
- SILVESTRI, A. (2012).** Étude de la dissipation d'énergie sur un coursier en marche évacuateur de crue de type PKW. *Mémoire de Fin d'Etudes. Faculté des Sciences Appliquées, Université de Liège, (Belgique, 147pages.*
- SINNEGER, R.O., HAGER, W.H. (1989).** Constructions hydrauliques. *Ed. Presses Polytechniques Romandes, Lausanne.*
- STURM, T.W. (2001).** Open channel hydraulics. *McGraw-Hill Series in Water Resources and Environmental Engineering, International Edition.*