Série de TD n° d'Analyse 1

Exercice 1 :

Soit la fonction :

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{3x^2 - 2x - 1}$$

1. Donner le domaine de définition de f ;
2. La fonction est-elle prolongeable par continuité aux points $(-1/3)$ et 1 ? Si oui définir ce prolongement ;

Exercice 2 :

Soit :

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \frac{2x}{x^2 + 1}$$

1. f est-elle injective ? surjective ?
2. Montrer que $f(\mathbb{R}) = [-1,1]$;
3. Montrer que la restriction

$$g : [-1,1] \longmapsto [-1,1]$$
$$g(x) = f(x)$$

Est une bijection et dans ce cas, donner sa fonction réciproque.

Exercice 3 :

Donner les dérivées des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sqrt{x} \ ; \ f(x) = \ln(1 + x^2) \ ; f(x) = x + e^x \ ; f(x) = \frac{5x - 3}{x - 1} \ ; f(x) = \frac{x^3 - 2x - 1}{x^3}$$

$$f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 + x^2}} \ ; f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + 1} \ ; f(x) = \ln\left(\frac{1 + x}{1 - x}\right)^{1/3}$$

Exercice 4 :

Calculer l'équation de la tangente à la courbe $f(x) = x^3 - x^2 - x$ at point $x_0 = 2$.

Exercice 5 :

Soit la fonction :

$$f :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto x + \frac{1}{x}$$

Montrer que cette fonction admet un minimum qu'on précisera.

Exercice 6 :

Soit la fonction :

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto x^3 + \lambda x$$

Etudier les extremums de la fonction f suivant les valeurs du paramètre λ.

Exercice 7 :

Soit la fonction :

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x + 2$$

1. Etudier la fonction f et tracer son graphe ;
2. Montrer que f admet un minimum local et un maximum local.

Exercice 8 :

Calculer les limites suivantes lorsque x tend vers 0 en utilisant la règle de l'hôpital :

$$f(x) = \frac{x}{(1+x)^4 - 1} \;\; ; \;\; f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}} \; ; f(x) = \frac{x - \sin x}{x^3} \; ; f(x) = \frac{1 - \cos x}{\tan x}$$