

Série de TD n°4 d'Analyse 1

**Exercice 1 :**

Calculer le développement limité au voisinage de 0 des fonctions suivantes :

$$e^x ; \cosh x ; \sinh x ; \cos x ; \sin x ; \ln(1+x) ; (1+x)^a ; \frac{1}{1+x} ; \sqrt{1+x} ; \frac{1}{1-x}$$

**Exercice 2 :**

1. Calculer le développement limité en 0 et à l'ordre 3 de :

$$e^x - \frac{1}{1+x} ; x \cos(2x) ; \cos x \sin(2x) ; \ln(1 + \sin x) ; \frac{e^x}{1+x} ; \frac{2+x+2x^3}{1+x^2}$$

2. Calculer le développement limité en 0 et à l'ordre 2 de :  $\sqrt{1+2\cos x}$

Puis celui de :  $e^{\sqrt{1+2\cos x}}$

3. Calculer le développement limité en 0 et à l'ordre n de :

$$\frac{\ln(1+x^3)}{x^3}$$

**Exercice 3 :**

1. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin x - x}{x^3} \right] ; \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{\sqrt{x} - 1}{\ln x} \right] ; \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{(1-x)^{\frac{1}{x}}}{1+x} \right] ; \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{\tan(x^2)} - \frac{1}{x^2} \right]$$

2. Soit la fonction  $f(x) = e^x + \sin x$ , déterminer l'équation de la tangente en  $x = 0$  et la position du graphe par rapport à cette tangente.

3. Calculer le développement limité en  $\infty$  et à l'ordre 5 de :

$$\frac{x}{x^2 - 1}$$

Idem à l'ordre 2 pour la fonction :

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

4. Soit la fonction :

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3 + 1}{x + 1}}$$

Déterminer l'équation l'asymptote en  $\infty$  et la position du graphe par rapport à cette asymptote.