Série de TD n°1 d'Analyse 1

Exercice 1 :

Dans chacun des cas suivants, on demande d'étudier la limite en de la fonction f en x_0 :

$$f(x) = x^2 + x + 1 \ (x_0 = 0) \ ; \ f(x) = \frac{3x-1}{7x-4} \ (x_0 = 1) \ ; \ f(x) = \frac{x^2-1}{x+1} \ (x_0 = -1)$$

$$f(x) = \frac{x^2+2x-3}{3x^2-2x-1} \ (x_0 = 1) \ ; \ f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} \ (x_0 = 3) \ ; \ f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+6}-3} \ (x_0 = 3)$$

$$f(x) = \frac{x-\sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1}-3} \ (x_0 = 2) \ ; \ f(x) = \frac{\sqrt{x-1}-\sqrt{3}}{x^2-16} \ (x_0 = 4) \ ;$$

Exercice 2 :

Trouver les limites suivantes :

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2-3x+8}{-2x^2+5x-7} \ ; \ \lim_{x\to\pm\infty} \frac{5x+3}{x^2+11x-17} \ ; \ \lim_{x\to\pm\infty} \frac{5x^2+4x-1}{x+2}$$

Exercice 3 :

La fonction f définie par :

$$f(x) = x + \frac{\sqrt{x^2}}{x}$$

a-t-elle une limite au voisinage de 0 ?

Exercice 4 :

Trouver les limites suivantes :

$$\lim_{x\to+\infty} \left[\sqrt{x^2-x-1} - (x-1)\right] \ ; \ \lim_{x\to-\infty} \frac{x-\sqrt{x^2+x+1}}{2x-\sqrt{4x^2+x}}$$

Exercice 5 :

Etudier, suivant les valeurs du paramètre a, la continuité de la fonction suivante sur son ensemble de définition :

$$\begin{cases} f(x) = 0 & pour\ x < 0 \\ f(x) = x & pour\ 0 \leq x < 1 \\ f(x) = 3 - ax^2 & pour\ x \geq 1 \end{cases}$$

Exercice 6 :

Soit la fonction f définie sur $]1, +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^3-2x^2+x-2}{x^2-3x+2}$$

La fonction est-elle prolongeable par continuité en 2 ? Si oui, définir ce prolongement.