Université de Béjaia
Faculté des Sciences et des Sciences de l'Ingéniorat
Département LMD : 1ère année ST-SM

Année 2006/2007
février 2007
Durée : 02 heures

~ Epreuve de moyenne durée ~
Module: Physique 1 (Mécanique)

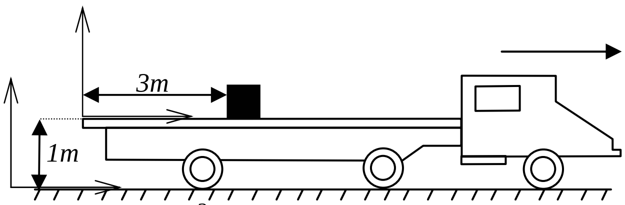
Exercice n°1 *(05 pts)*

Les coordonnées *(x,y)* d'une particule dans un repère orthonormé *xOy* sont données en fonction du temps par : $x(t) = 2t + 1$ et $y(t) = 4t(t-1)$.

1. Déterminer l'équation de la trajectoire de la particule.
2. Déterminer les composantes du vecteur vitesse et du vecteur accélération.
3. Déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération et déduire le rayon de courbure de la trajectoire en fonction du temps.

Exercice n°2 *(08 pts)*

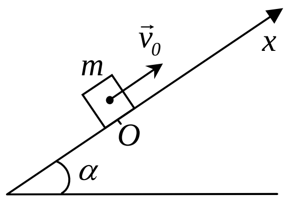
Un camion de la poste immobile démarre au temps $t=0$ et accélère uniformément, pour atteindre une vitesse de $20 m/s$ en $10\ s$. Un petit paquet de masse $2 Kg$ (considéré comme une masse ponctuelle) est situé initialement à $3m$ de l'arrière du camion. Le paquet se met à glisser au temps $t=0$ et le coefficient de frottement cinétique μ entre le paquet et le plancher du camion est de 0.15 (voir la figure ci-contre). On prendra $g=10 m/s^2$



1. Sur un diagramme, dessiner et nommer chaque force (dans le système de référence du sol) agissant sur le paquet qui glisse.
2. Trouver l'accélération horizontale du paquet par rapport au référentiel du sol.
3. Déterminer le temps t_1 mis par le paquet pour atteindre le bord arrière du camion.
4. Déterminer au temps t_1 la vitesse du paquet par rapport au sol.
5. Déterminer les composantes du vecteur vitesse du paquet au contact du sol.

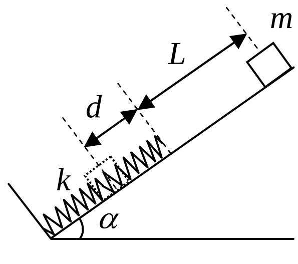
Exercice n°3 *(07 pts)*

1. Une boîte de masse $m=5Kg$ se trouve sur un plan incliné faisant un angle $\alpha=30°$ avec l'horizontale. Le coefficient de frottement cinétique entre les surfaces en contact est $\mu_C=0.3$. A partir du point *O*, on lance la boîte vers le haut avec une vitesse initiale $v_0=2m/s$ (figure ci-contre). On prendra $g=10m/s^2$.



a. Déterminer l'accélération de la boîte.
b. Quelle est la distance parcourue par la boîte avant de s'arrêter.
c. Quelle est la valeur minimale du coefficient de frottement statique μ_S pour que la boîte, une fois arrêtée, ne reparte pas en arrière.

2. Si on néglige maintenant les frottements et on abandonne la boîte, sans vitesse initiale, à partir du sommet du plan incliné. Elle vient comprimer un ressort de constante de raideur *k* en bas du plan incliné (figure ci-contre). Au moment du choc, le ressort est comprimé d'une longueur *d* avant qu'il ne se détende à nouveau.



a. Calculer la constante *k* en fonction de *m, g, α, L* et *d*.
b. Jusqu'à quelle hauteur la boîte remontera-t-elle ?

Bon courage

Corrigé
~ Epreuve de moyenne durée ~
Module: Physique 1 (Mécanique)

Exercice n°1 *(05 pts)*

1. Equation de la trajectoire : $\boxed{y(x) = x^2 - 4x + 3}$

2. Composantes du vecteur vitesse et du vecteur accélération :

$$\begin{cases} x(t) = 2t + 1 \\ y(t) = 4t(t-1) \end{cases} \rightarrow \boxed{\begin{cases} v_x(t) = 2 \\ v_y(t) = 4(2t-1) \end{cases}} \rightarrow \boxed{\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 8 \end{cases}}$$

3. Composante tangentielle de l'accélération :

on a : $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 2\sqrt{16t^2 - 16t + 5} \rightarrow \boxed{a_t = \dfrac{dv}{dt} = 16\,\dfrac{2t-1}{\sqrt{16t^2 - 16t + 5}}}$

Composante normale de l'accélération :

On a : $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 8 \rightarrow \boxed{a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \dfrac{8}{\sqrt{16t^2 - 16t + 5}}}$

Rayon R de courbure de la trajectoire :

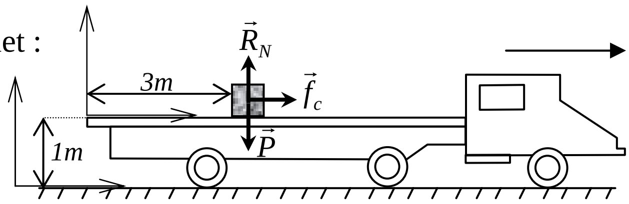
On a : $a_n = \dfrac{v^2}{R} \rightarrow \boxed{R = \dfrac{v^2}{a_n} = \dfrac{\left(16t^2 - 16t + 5\right)^{3/2}}{2}}$

Exercice n°2 *(08 pts)*

On est en présence de deux référentiels R et R' en accélération constante l'un par rapport à l'autre. R : référentiel lié au sol
R' : référentiel lié au camion

1. Représentation des forces agissant sur le paquet :

$\vec{R}_N$: Force de réaction
$\vec{P}$: Force de Pesanteur
$\vec{f}_c$: Force de Frottement



2. Accélération horizontale du paquet par rapport au référentiel du sol :

Dans le référentiel R, on a : $\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f}_c = m\,\vec{a}_{paquet/sol}$

Projection suivant l'axe des x : $f_c = \mu R_N = m\,a_{paquet/sol}$

Projection suivant l'axe des y : $-m\,g + R_N = 0$, soit $R_N = m\,g$

Donc $\boxed{a_{paquet/sol} = \mu\,g}$

A.N : $\boxed{a_{paquet/sol} = 1.5\,ms^{-2}}$

3. Temps t_1 mis par le paquet pour atteindre le bord arrière du camion :

On a : $\vec{a}_{p/R} = \vec{a}_{p/R'} + \vec{a}_{R'/R}$

En écriture algébrique, on a : $a_{p/R} = a_{p/R'} + a_{R'/R}$

Donc : $\boxed{a_{p/R'} = a_{p/R} - a_{R'/R}}$

A.N : $\boxed{a_{p/R'} = 1.5 - 2 = -0.5ms^{-2}}$

Dans *R'*, on a : $x' = \frac{1}{2} a_{p/R'}\, t^2 + x_0'$

avec $x_0' = 3\ m$

Le paquet atteint le bord du camion lorsque $x' = 0$, soit à $\boxed{t_1 = \left(\frac{2\, x_0'}{-a_{p/R'}} \right)^{1/2}}$

A.N : $\boxed{t_1 = 3.46\ s}$

4. Vitesse du paquet par rapport au sol au temps t_1 :

La vitesse du paquet par rapport au sol s'écrit (Vitesse initiale nulle) :

$v(t) = a_{p/R}\ t$

soit : $\boxed{v_1 = v(t_1) = a_{p/R}\ t_1}$ A.N : $\boxed{v_1 = 5.19\ m/s}$

5. Composantes du vecteur vitesse du paquet au contact du sol :

L'origine du repère dans *R* et l'instant initial (*t=0*) sont adaptés à la nouvelle situation (Paquet quittant le camion) :

$$\begin{cases} x(t) = v_1\ t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g\, t^2 + y_0 \end{cases}$$

Le paquet atteint le sol (*y=0)* à l'instant, $\boxed{t = \left(\frac{2 y_0}{g} \right)^{1/2}}$

avec $y_0 = 1 m$

Les composantes de la vitesse sont :

$$\boxed{\begin{cases} v_x = v_1 \\ v_y = -g\ t = -g \left(\frac{2 y_0}{g} \right)^{1/2} = -\left(2g\ y_0 \right)^{1/2} \end{cases}}$$

A.N :

$$\boxed{\begin{cases} v_x = v_1 = 5.19\ m/s \\ v_y = -4.47\ m/s \end{cases}}$$

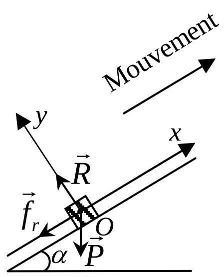
Exercice n°3 *(07 pts)*

1. a. Accélération de la boîte :

PFD appliqué à la boîte : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f}_r = m\,\vec{a}$

Projection sur les axes : $\begin{cases} Ox : -P \sin\alpha - f_r = ma \quad (1) \\ Oy : R - P\cos\alpha = 0 \quad (2) \end{cases}$

$$(1) \Rightarrow\ a = -\frac{P \sin\alpha + f_r}{m} \quad (3)$$



d'autre part, on a : $\mu_C = \frac{f_r}{R}$

de *(2) :* $R = P\cos\alpha$. Donc : $f_r = \mu_C\ P\cos\alpha \quad (4)$

(4) dans *(3)* : $\boxed{a = -g(\sin\alpha + \mu_C \cos\alpha)}$

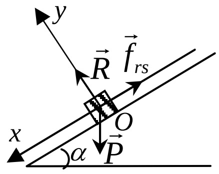
A.N : $\boxed{a = -7.6\ m/s^2}$

b. Distance d parcourue par la boîte avant de s'arrêter :

Comme $a = Constante$, on a : $v^2 - v_0^2 = 2\,a\,d$

A l'arrêt, $v = 0$. Donc : $\boxed{d = \dfrac{-v_0^2}{2\,a}}$ A.N : $\boxed{d = 0.26\ m}$

c. Valeur minimale de μ_S pour que la boîte, une fois arrêtée, ne reparte pas en arrière :



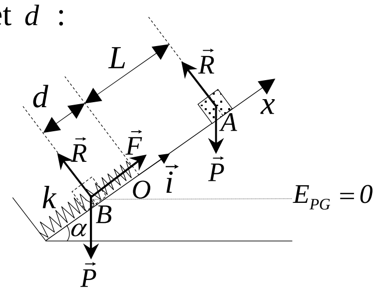
PFD appliqué à la boîte : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f}_{rs} = \vec{0}$

Projection sur les axes : $\begin{cases} Ox : P\sin\alpha - f_{rs} = 0 \\ Oy : R - P\cos\alpha = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f_{rs} = P\sin\alpha \\ R = P\cos\alpha \end{cases}$

On a :

$$\boxed{\mu_S = \frac{f_{rs}}{R} = \frac{P\sin\alpha}{P\cos\alpha} = tg\alpha = tg30° = 0.58}$$

2. a. Détermination de la constante k en fonction de m, g, α, L et d :



Une fois abandonnée, la boîte n'est soumise qu'à l'action de son poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$. Arrivée au ressort, elle sera soumise en plus à la force de rappel du ressort $\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$.

$\vec{P}$ et $\vec{F}$ sont deux forces qui dérivent respectivement de l'énergie potentielle gravitationnelle et de l'énergie potentielle élastique. Donc :

Travail de $\vec{P}$: $W_{\vec{P}} = -\Delta E_{PG}$ (E_{PG} : énergie potentielle gravitationnelle).

Travail de $\vec{F}$: $W_{\vec{F}} = -\Delta E_{PE}$ (E_{PE} : énergie potentielle élastique).

$\vec{R} \perp$ au déplacement. Travail de $\vec{R}$: $W_{\vec{R}} = 0$.

$\rightarrow$ L'énergie mécanique totale de la boîte est alors conservée :

$E_M = E_C + E_P = Constante$

Donc, on a : $E_M(A) = E_M(B)$ (voir la figure ci-dessus)

$$E_C(A) + E_{PG}(A) = E_C(B) + E_{PG}(B) + E_{PE}(B)$$

$$0 + m\,g\,(L+d)\sin\alpha = 0 + 0 + \frac{1}{2}k\,d^2$$

$$m\,g\,(L+d)\sin\alpha = \frac{1}{2}k\,d^2 \Rightarrow \boxed{k = \frac{2m\,g\,(L+d)\sin\alpha}{d^2}}$$

b. Hauteur à laquelle la boîte remontera :

Comme l'énergie mécanique totale de la boîte est conservée, la boîte remonte jusqu'au point de départ A.